不确定性连续系统具有完整性的反馈设计新方法[1)]

韩清龙 俞金寿
(华东理工大学自动化研究所 上海 200237)

摘 要 基于一个新的 Riccati 型方程的对称正定解，对于不确定线性连续控制系统，提出了一种新的鲁棒容错反馈设计方法，利用该方法设计的闭环系统，不仅针对执行器发生故障时具有完整性，而且关于参数不确定性具有鲁棒稳定性. 该方法简单易行，并用一个示例及仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词 参数不确定性，执行器失效，完整性，鲁棒控制，反馈设计.

1 引言

容错控制就是使设计的控制系统能对可能发生的故障具有一定的容忍能力，它是近年来控制理论及应用研究中的一大热点. 容错控制问题的引出直接源于对控制系统运行的安全性和可靠性要求. 众所周知，即使一个最简单的控制系统也必须具备被控对象、传感器、控制器和执行器等多个环节，其中任意一个环节发生故障都有可能导致系统不能正常工作. 完整性是容错控制研究的一个重要方面，它是指系统中一个或多个部件发生故障时，系统并不进行重构，而是利用余下的部件仍可使系统稳定工作并保持规定性能. 文献[1]基于参数空间方法设计状态反馈律；文献[2,3]利用 LQR 理论给出了多变量系统具有完整性的设计方法；文献[4,5]利用 Lyapunov 方程，给出了系统完整性的设计方法；文献[6]基于一个 Riccati 型方程的解设计了使系统具有完整性的状态反馈律. 上述提及的文献[1—3,6]大都没有考虑系统的参数不确定性，致使设计的系统不具有鲁棒性. 在实际控制系统中，由于参数不确定性的广泛存在性以及执行器或传感器发生故障的不可避免性，同时考虑这两者对系统控制带来的影响，使研究鲁棒容错控制问题将更具有实际意义[4,5].

本文基于一个新的 Riccati 型方程的解，给出了系统对参数不确定性具有鲁棒性，同时针对执行器发生故障时具有完整性的一种新的鲁棒容错反馈设计方法.

2 问题的提出

考虑线性不确定性控制系统

1)国家自然科学基金资助项目.
收稿日期 1996-10-21

$$\dot{x}(t)=(A+\Delta A)x(t)+(B+\Delta B)u(t),\tag{1}$$

其中 $x(t)\in\mathscr{R}^n, u(t)\in\mathscr{R}^m, A\in\mathscr{R}^{n\times n}, B\in\mathscr{R}^{n\times m}$ 及 $\Delta A,\Delta B$ 为其扰动矩阵(它们可能为时变的).

假设(a)(A,B)可控,(b)A 为渐近稳定的,所有状态均可利用. 设控制具有形式

$$u(t)=Kx(t),\tag{2}$$

其中 $K\in\mathscr{R}^{m\times n}$为常数矩阵. 考虑到执行器可能发生故障,引入表示执行器故障的开关矩阵 L_s,其形式为

$$L_s=\mathrm{diag}(l_1,l_2,\cdots,l_m),\tag{3}$$

其中

$$l_i=\begin{cases}1 & \text{表示第 } i \text{ 个执行器正常},\\ 0 & \text{表示第 } i \text{ 个执行器失效}.\end{cases}\tag{4}$$

系统结构如图1所示,用 $\tilde{L}$ 表示所有可能 L_s 的组成的集合($L_s=0$除外),则同时含有参数

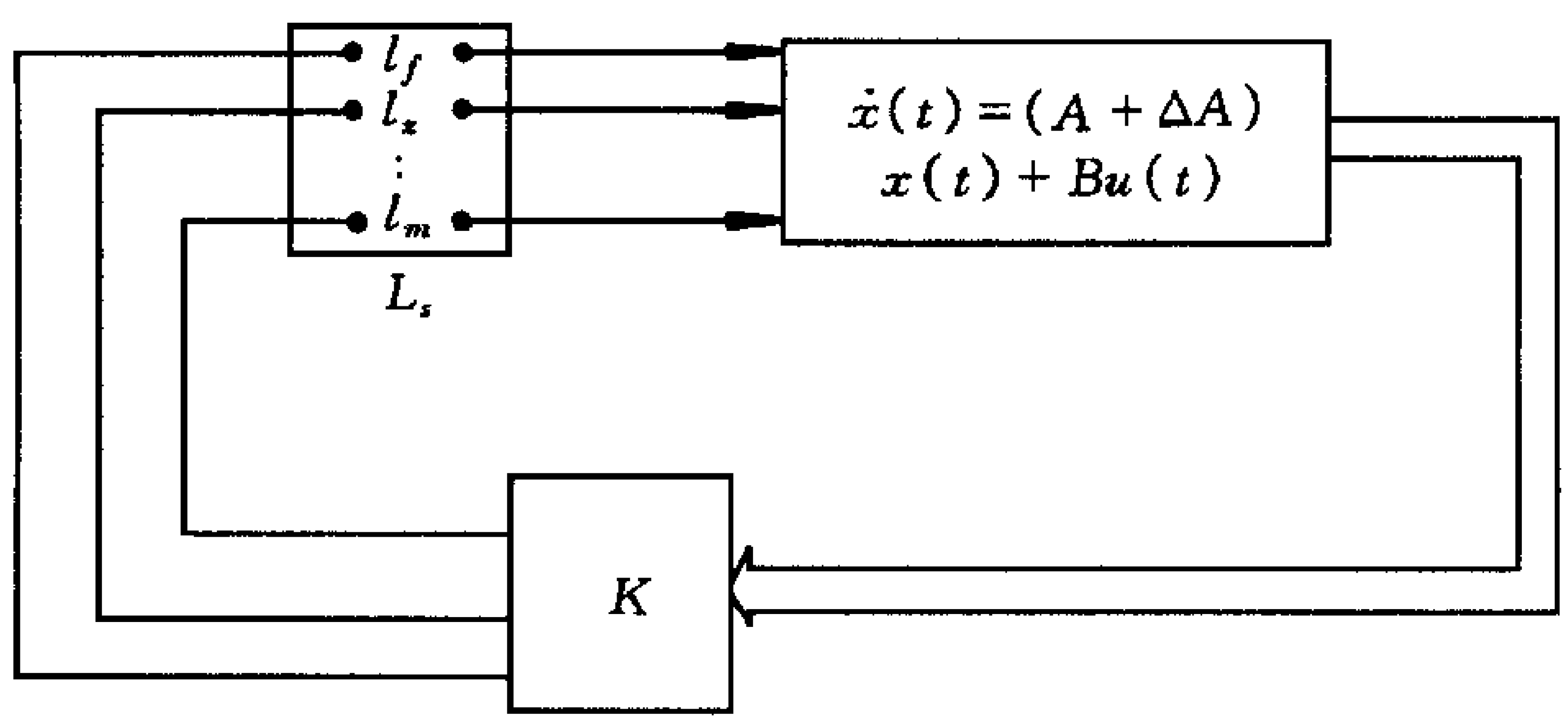


图1　执行器故障系统结构图

不确定性和执行器故障的系统模型为

$$\dot{x}(t)=[(A+\Delta A)+(B+\Delta B)L_sK]x(t).\tag{5}$$

这里的问题是,寻找反馈增益矩阵 K,使得对所有可能的 $L_s\in\tilde{L}$ 和扰动矩阵 ΔA 及 ΔB,其扰动闭环系统(5)为渐近稳定的.

3　不确定性系统的鲁棒容错控制器设计

引理1[7]. 对于$\forall x,y\in\mathscr{R}^n$ 及正数 $\varepsilon>0$和对称正定矩阵 W,下列不等式成立:

$$x^Ty+y^Tx\leqslant\frac{x^TWx}{\varepsilon}+\varepsilon y^TW^{-1}y\leqslant\frac{x^TWx}{\varepsilon}+\varepsilon\frac{y^Ty}{\lambda_{\min}(W)}\tag{6}$$

或

$$x^Ty+y^Tx\leqslant\varepsilon x^TW^{-1}x+\frac{y^TWy}{\varepsilon}\leqslant\varepsilon x^TW^{-1}x+\frac{\lambda_{\max}(W)}{\varepsilon}y^Ty.\tag{7}$$

3.1　非结构扰动情形

若仅知道扰动矩阵的范数界,即

$$\|\Delta A\|\leqslant\alpha,\|\Delta B\|\leqslant\beta,\tag{8}$$

则有如下结果.

定理1. 假定条件(a),(b)满足. 若适当选取 $\varepsilon>0$和对称正定矩阵 W,U 及 Q,使得如下代数 Riccati 型方程

$$A^{\mathrm{T}}P + PA + P\left[\frac{1}{\varepsilon}W + \varepsilon\beta^2 I_n + B\left(\frac{1}{\varepsilon}U + \frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(U)}I_m + \frac{1}{\varepsilon}I_m\right)B^{\mathrm{T}}\right]P + \frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(W)}\alpha^2 I_n = -Q \tag{9}$$

或

$$A^{\mathrm{T}}P + PA + P\left[\varepsilon W^{-1} + \frac{1}{\varepsilon}\beta^2 I_n + B(\varepsilon U^{-1} + \frac{\lambda_{\max}(U)}{\varepsilon}I_m + \varepsilon I_m)B^{\mathrm{T}}\right]P + \frac{\lambda_{\max}(W)}{\varepsilon}\alpha^2 I_n = -Q \tag{10}$$

有对称正定解阵 P，则按 $u(t)=Kx(t)=-B^{\mathrm{T}}Px(t)$ 设计的扰动闭环系统(5)为渐近稳定的，即 $u(t)=Kx(t)=-B^{\mathrm{T}}Px(t)$ 为系统(1)的一个鲁棒容错反馈控制律. 证明见附录 A.

令 $W=I_n, U=I_m$，方程(9)变为

$$A^{\mathrm{T}}P + PA + P\left[\left(\frac{1}{\varepsilon} + \varepsilon\beta^2\right)I_n + \left(\frac{2}{\varepsilon} + \varepsilon\right)BB^{\mathrm{T}}\right]P + \varepsilon\alpha^2 I_n = -Q. \tag{11}$$

下面在频域内给出方程(11)存在对称正定解的一个必要条件.

定理2. 假定条件(a)，(b)满足. 对于正数 $\varepsilon>0$ 和对称正定矩阵 $Q>0$，若方程(11)存在对称正定解 P，则有

$$\left(\frac{2}{\varepsilon} + \varepsilon\right)G^*(j\omega)PBB^{\mathrm{T}}PG(j\omega) + \varepsilon\alpha^2 G^*(j\omega)G(j\omega) + \left(\frac{1}{\varepsilon} + \varepsilon\beta^2 - 1\right)G^*(j\omega)PPG(j\omega) < I_n, \tag{12}$$

其中 $G(j\omega)\overset{\Delta}{=}(j\omega I_n - A)^{-1}$. 证明见附录 B(或见文献[7]).

若进一步选择 $0<\varepsilon\leqslant\frac{1-\sqrt{1-4\beta^2}}{2\beta^2}$ $(0<\beta\leqslant 0.5)$，即 $\frac{1}{\varepsilon}+\varepsilon\beta^2-1\geqslant 0$ 时，由式(12)得到 $0<\varepsilon<\min\limits_{\omega\in\mathscr{R}}\frac{1}{\alpha^2\|(j\omega I_n - A)^{-1}\|^2}$. 由此，我们大体上给出 $\varepsilon>0$ 的选取范围，以使得代数 Riccati 型方程(11)存在对称正定解. 类似地，亦可给出代数 Riccati 型方程(9)或(10)存在对称正定解的必要条件.

引理2[8]. 若 P_2 为方程

$$PW_2P = A^{\mathrm{T}}P + PA + Q, W_2 > 0 \tag{13}$$

的对称正定解，则方程

$$PW_1P = A^{\mathrm{T}}P + PA + Q, 0 < W_1 < W_2 \tag{14}$$

有对称正定解 $P_1>P_2>0$，其中 P_1, W_1, P_2, W_2 和 Q 均为对称矩阵.

将矩阵方程(9)和(10)改写为

$$P[\frac{1}{\varepsilon}W + \varepsilon\beta^2 I_n + B(\frac{1}{\varepsilon}U + \frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(U)}I_m + \frac{1}{\varepsilon}I_m)B^{\mathrm{T}}]P = (-A)^{\mathrm{T}}P + P(-A) + (-\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(W)}\alpha^2 I_n) + (-Q) \tag{15}$$

和

$$P[\varepsilon W^{-1} + \frac{1}{\varepsilon}\beta^2 I_n + B(\varepsilon U^{-1} + \frac{\lambda_{\max}(U)}{\varepsilon}I_m + \varepsilon I_m)B^{\mathrm{T}}]P =$$

$$(-A)^{\mathrm{T}}P+P(-A)+(-\frac{\lambda_{\max}(W)}{\varepsilon}\alpha^2 I_n)+(-Q). \tag{16}$$

由引理2可知，当矩阵方程(15)或(16)中的 Q 选定时，选取参数 $\varepsilon>0$和对称正定矩阵 W,U 的原则是使方程(15)中的$[\frac{1}{\varepsilon}W+\varepsilon\beta^2 I_n+B(\frac{1}{\varepsilon}U+\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(U)}I_m+\frac{1}{\varepsilon}I_m)B^{\mathrm{T}}]$或(16)中的$[\varepsilon W^{-1}+\frac{1}{\varepsilon}\beta^2 I_n+B(\varepsilon U^{-1}+\frac{\lambda_{\max}(U)}{\varepsilon}I_m+\varepsilon I_m)B^{\mathrm{T}}]$在矩阵正定意义下递减，因而所对应的对称正定解在矩阵正定意义下递增. 在选择参数 $\varepsilon>0$和对称正定矩阵 W 的过程中，维持(15)中的$\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(W)}$或(16)中的$\frac{\lambda_{\max}(W)}{\varepsilon}$不变.

关于方程(9)或(10)的解可按文献[9]给出的“二次界算法”(quadratic bound algorithm)以及借助文献[10]中的 Schur 向量方法求得.

现在给出控制系统(1)当存在参数扰动和执行器故障时的鲁棒容错控制律 $u(t)=Kx(t)=-B^{\mathrm{T}}Px(t)$的设计方法：

1)适当选取参数 $\varepsilon>0$和对称正定矩阵 W,U 及 Q(为简单起见，可将对称正定矩阵 W,U 及 Q 选为对角矩阵)；

2)求解代数 Riccati 型方程(9)或(10)；

3)检验矩阵 P 是否正定；若 P 正定，则可求出鲁棒容错控制律 $u(t)=Kx(t)=-B^{\mathrm{T}}Px(t)$；否则进行4)；

4)若 P 为非正定的，选取新的参数 $\varepsilon>0$ 和对称正定矩阵 W,U 及 Q，返回 2)；

5)结束.

3.2　强结构扰动情形

若扰动矩阵 ΔA 和 ΔB 满足

$$|\Delta A|\leqslant E_A,\ |\Delta B|\leqslant E_B, \tag{17}$$

其中 E_A 和 E_B 为非负常数矩阵. 此时，有如下结果.

定理3. 假定条件(a)，(b)满足，若适当选取 $\varepsilon>0$和对称正定矩阵 W,U 及 Q，使得如下代数 Riccati 型方程

$$A^{\mathrm{T}}P+PA+P[\frac{1}{\varepsilon}W+\varepsilon\|E_B\|^2 I_n+B(\frac{1}{\varepsilon}U+\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(U)}I_m+\frac{1}{\varepsilon}I_m)B^{\mathrm{T}}]P+\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(W)}\|E_A\|^2 I_n=-Q \tag{18}$$

或

$$A^{\mathrm{T}}P+PA+P[\varepsilon W^{-1}+\frac{1}{\varepsilon}\|E_B\|^2 I_n+B(\varepsilon U^{-1}+\frac{\lambda_{\max}(U)}{\varepsilon}I_m+\varepsilon I_m)B^{\mathrm{T}}]P+\frac{\lambda_{\max}(W)}{\varepsilon}\|E_A\|^2 I_n=-Q \tag{19}$$

有对称正定解阵 P，则按 $u(t)=Kx(t)=-B^{\mathrm{T}}Px(t)$设计的扰动闭环系统(5)为渐近稳定的，即 $u(t)=Kx(t)=-B^{\mathrm{T}}Px(t)$为系统(1)的一个鲁棒容错反馈控制律. 证明与定理1的证明类似(从略).

同样，可以给出强结构扰动下鲁棒容错控制律的设计方法，只不过此时将矩阵方程(18)或(19)分别取代矩阵方程(9)或(10)即可.

4 示 例

考虑不确定性系统(1),其中

$$A=\begin{bmatrix}-2 & -2 & 0\\ 0 & -4 & 0\\ -0.4 & 1 & -2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0.5 & 0.5\\ -0.5 & 1\end{bmatrix}.$$

1) 非结构扰动情形. 若$\|\Delta A\|\leqslant\alpha=0.1$,$\|\Delta B\|\leqslant\beta=0.2$,取$\varepsilon=1.2$,

$$W=\begin{bmatrix}0.1 & 0.002 & 0\\ 0.002 & 0.1 & 0\\ 0 & 0 & 0.1\end{bmatrix},\quad U=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad Q=\begin{bmatrix}0.7244 & 0.4067 & 0.1153\\ 0.4067 & 0.6398 & -0.3002\\ 0.1153 & -0.3002 & 0.6363\end{bmatrix}.$$

解代数 Riccati 型方程(9),得对称正定解阵 $P=\begin{bmatrix}0.2917 & -0.0417 & -0.0514\\ -0.0417 & 0.125 & 0.0236\\ -0.0514 & 0.0236 & 0.2721\end{bmatrix}$.

据定理1,所求的鲁棒容错控制律为

$$u(t)=Kx(t)=-B^{\mathrm{T}}Px(t)=\begin{bmatrix}-0.2965 & -0.0090 & 0.1756\\ 0.0722 & -0.0861 & -0.2839\end{bmatrix}x(t).$$

2)强结构扰动情形. 若 $\Delta A=\begin{bmatrix}0.01 & 0.02 & 0\\ 0 & 0 & 0.05\\ 0.06 & 0.01 & 0\end{bmatrix}$,$\Delta B=\begin{bmatrix}0.01 & 0.05\\ 0.02 & 0.03\\ 0.06 & 0\end{bmatrix}$,

于是 $|\Delta A|=E_A=\begin{bmatrix}0.01 & 0.02 & 0\\ 0 & 0 & 0.05\\ 0.06 & 0.01 & 0\end{bmatrix}$, $|\Delta B|=E_B=\begin{bmatrix}0.01 & 0.05\\ 0.02 & 0.03\\ 0.06 & 0\end{bmatrix}$. 取 $\varepsilon=0.8$,

$$W=\begin{bmatrix}0.5 & 0.002 & 0\\ 0.002 & 0.1 & 0\\ 0 & 0 & 0.1\end{bmatrix},U=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},Q=\begin{bmatrix}0.3613 & 0.1609 & 0.0014\\ 0.1609 & 0.2789 & -0.1058\\ 0.0014 & -0.1058 & 0.3436\end{bmatrix}.$$

解代数 Riccati 型方程(18),得对称正定解阵 $P=\begin{bmatrix}0.1167 & -0.0167 & -0.0206\\ -0.0167 & 0.0500 & 0.0094\\ -0.0206 & 0.0094 & 0.1088\end{bmatrix}$.

据定理3,所求的鲁棒容错控制律为

$$u(t)=Kx(t)=-B^{\mathrm{T}}Px(t)=\begin{bmatrix}-0.1186 & -0.0036 & 0.0703\\ 0.0289 & -0.0344 & -0.1136\end{bmatrix}x(t)$$

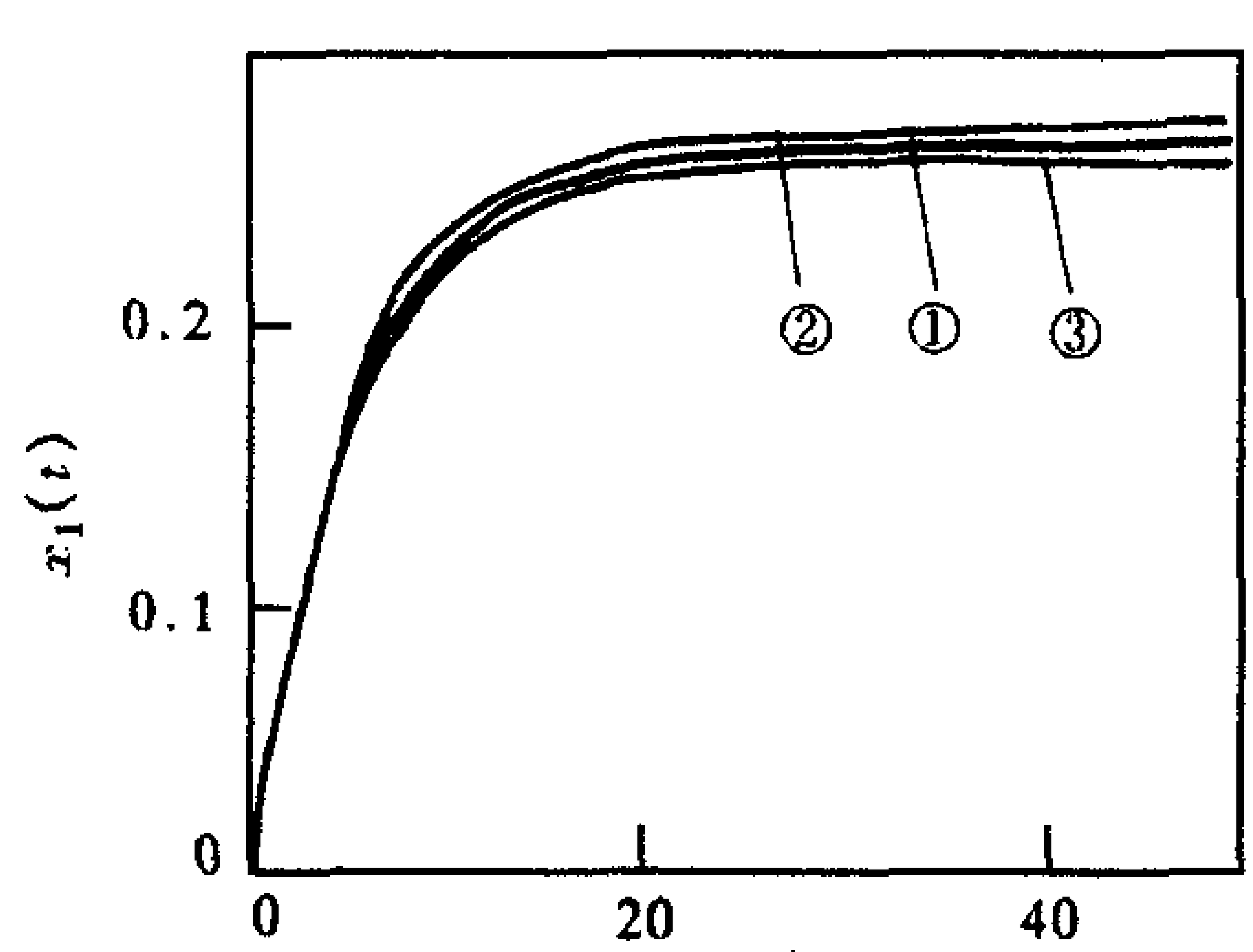


图2(a)

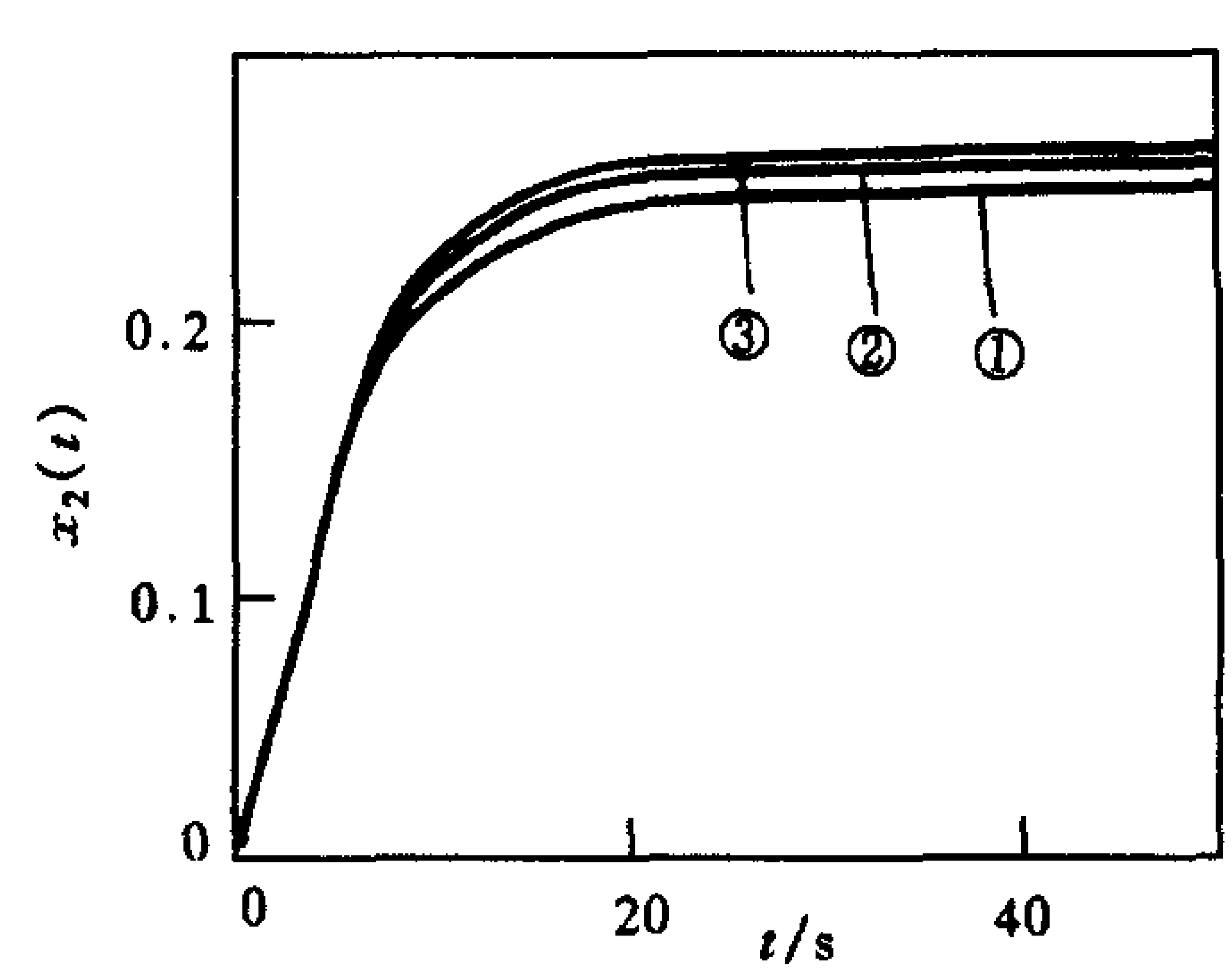
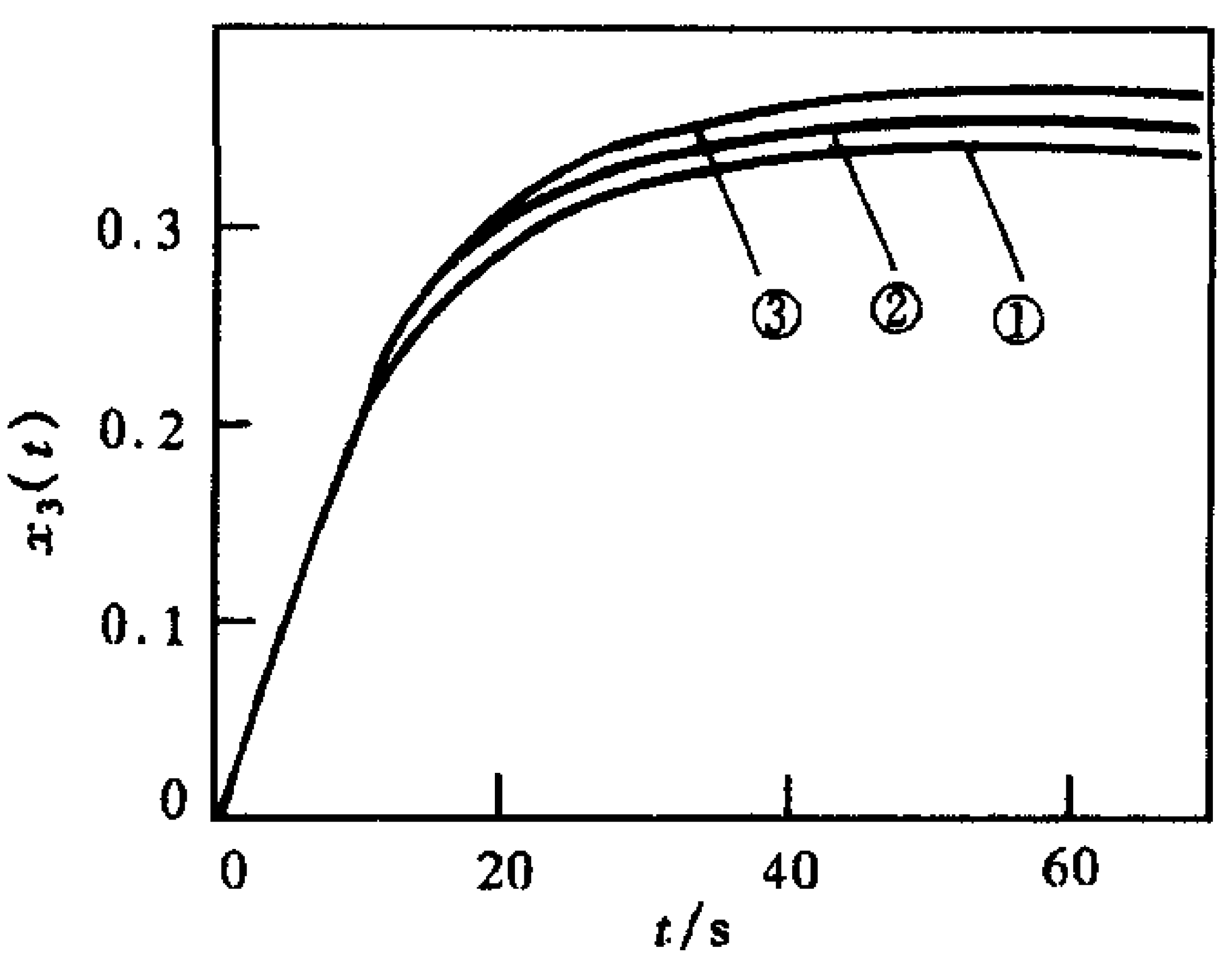


图2(b)

图2中(a)，(b)和(c)给出了系统在强结构扰动下的阶跃响应曲线. 其中曲线①为正常情形，曲线②为执行器1失效情形，曲线③为执行器2失效情形. 仿真结果表明，用本文方法设计的鲁棒容错控制器，保证了不确定性系统在执行器发生故障时的渐近稳定性，说明本文提出的方法是有效的.



(c)

图2　系统正常及执行器失效情形仿真曲线

5　结　论

提出了一种新的鲁棒容错反馈设计方法，利用该方法设计的反馈律不仅对执行器发生故障时具有完整性，而且在正常和故障情形下，所设计的闭环系统对于不确定性具有鲁棒稳定性. 本文得到的结论同样适用于“[0,1]”模式的故障，因而更具有普遍意义.

利用本文的方法可以研究不确定性连续控制系统当传感器发生故障或执行器及传感器同时发生故障时的鲁棒容错控制问题，鉴于篇幅所限，将另文发表.

符号说明

$\|A\|$：矩阵 A 谱范数，$\|A\|=\lambda_{\max}{}^{1/2}(A^{\mathrm{T}}A)$；

$|A|$：对矩阵 $A=\{\alpha_{ij}\}$，有 $|A|=\{|\alpha_{ij}|\}$；

$A_1\leqslant A_2$：对矩阵 $A_1=\{\alpha_{1ij}\}$，$A_2=\{\alpha_{2ij}\}$，对于$\forall\ i,j$ 有 $\alpha_{1ij}\leqslant\alpha_{2ij}$；　I_n：$n\times n$ 单位矩阵；

$W>0$：W 为对称正定矩阵；　$W_1<W_2$：W_2-W_1为对称正定矩阵.

参 考 文 献

1　Ackerman J. Parameter space design of robust control systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1984, **20**(2): 211—215

2　叶银忠，李三广，蒋慰孙. 从 LQR 理论设计容错 MIMO 系统的方法. 自动化学报，1993，**19**(5)：609—614

3　韩清龙，俞金寿. 具有小滞后的连续控制系统的容错控制器设计. 华东理工大学学报，1995，**21**(6)：720—724

4　韩清龙，俞金寿，李艳. 连续不确定性系统针对传感器故障具有完整性的鲁棒容错控制器设计. 见：1996中国控制与决策学术年会论文集，沈阳：东北大学出版社，1996，147—151

5　韩清龙，俞金寿. 连续系统鲁棒容错控制器的设计. 浙江大学学报(自然科学版)，1996，**30**增刊(2)：37—42

6　Shimemura E, Fujita M. A design method for linear state feedback systems possessing integrity based on a solution of a Riccati equation. *Int. J. Control*, 1985, **42**(4): 887—899

7　韩清龙. 不确定性控制系统的鲁棒稳定性分析与设计[学位论文]. 上海：华东理工大学档案馆，1996

8　Derese I, Noldus E. Design of linear feedback laws for bilinear systems. *Int. J. Control*, 1980, **31**(2): 219—237

9　Petersen I R, Hollot C V. A Riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems. *Automatica*, 1986, **22**(4): 397—411

10　Laub A J. A schur method for solving algebraic Riccati equations. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1979, **24**(6): 913—921

附　录　A

定理 1 的证明

取
$$V(x(t),t)=x^{\mathrm{T}}(t)Px(t) \tag{A1}$$
为系统(5)的 Lyapunov 函数，其中 P 为代数 Riccati 型方程(9)的对称正定解阵. 沿着系统(5)的轨线求

$V(x(t),t)$对时间 t 的全导数，得

$$\dot{V}(x(t),t)=x^{\mathrm{T}}(t)(A^{\mathrm{T}}P+PA+\Delta A^{\mathrm{T}}P+P\Delta A-2PBL_sB^{\mathrm{T}}P-PBL_s\Delta B^{\mathrm{T}}P-P\Delta BL_sB^{\mathrm{T}}P)x(t).\tag{A2}$$

据引理 1 的不等式(6)，对正数 $\varepsilon>0$及对称正定矩阵 W 和 U，并注意到(8)式，得到

$$\begin{aligned}x^{\mathrm{T}}(t)(\Delta A^{\mathrm{T}}P+P\Delta A)x(t)\leqslant\;&x^{\mathrm{T}}(t)(\varepsilon\Delta A^{\mathrm{T}}W^{-1}\Delta A+\frac{1}{\varepsilon}PWP)x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm{T}}(t)(\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(W)}\Delta A^{\mathrm{T}}\Delta A+\frac{1}{\varepsilon}PWP)x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm{T}}(t)(\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(W)}\alpha^2I_n+\frac{1}{\varepsilon}PWP)x(t),\end{aligned}\tag{A3}$$

$$\begin{aligned}x^{\mathrm{T}}(t)(-2PBL_sB^{\mathrm{T}}P)x(t)=\;&x^{\mathrm{T}}(t)[2PB(-L_s)B^{\mathrm{T}}P]x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm{T}}(t)[\varepsilon PB(-L_s)U^{-1}(-L_s)B^{\mathrm{T}}P+\frac{1}{\varepsilon}PBUB^{\mathrm{T}}P]x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm{T}}(t)[\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(U)}PB(-L_s)(-L_s)B^{\mathrm{T}}P+\frac{1}{\varepsilon}PBUB^{\mathrm{T}}P]x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm{T}}(t)[\frac{\varepsilon\|(-L_s)(-L_s)\|}{\lambda_{\min}(U)}PBB^{\mathrm{T}}P+\frac{1}{\varepsilon}PBUB^{\mathrm{T}}P]x(t)=\\&x^{\mathrm{T}}(t)[\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(U)}PBB^{\mathrm{T}}P+\frac{1}{\varepsilon}PBUB^{\mathrm{T}}P]x(t),\end{aligned}\tag{A4}$$

$$\begin{aligned}x^{\mathrm{T}}(t)(-PBL_s\Delta B^{\mathrm{T}}P-P\Delta BL_sB^{\mathrm{T}}P)x(t)=\;&x^{\mathrm{T}}(t)[PB(-L_s)\Delta B^{\mathrm{T}}P+P\Delta B(-L_s)B^{\mathrm{T}}P]x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm{T}}(t)[\varepsilon P\Delta B\Delta B^{\mathrm{T}}P+\frac{1}{\varepsilon}PB(-L_s)(-L_s)B^{\mathrm{T}}P]x(t)\leqslant\\&x^{\mathrm{T}}(t)[\varepsilon\beta^2PP+\frac{1}{\varepsilon}\|(-L_s)(-L_s)\|PBB^{\mathrm{T}}P]x(t)=\\&x^{\mathrm{T}}(t)(\varepsilon\beta^2PP+\frac{1}{\varepsilon}PBB^{\mathrm{T}}P)x(t).\end{aligned}\tag{A5}$$

由式(A2)—(A5)并注意到式(9)，得到

$$\begin{aligned}\dot{V}(x(t),t)\leqslant\;&x^{\mathrm{T}}(t)\{A^{\mathrm{T}}P+PA+P[\frac{1}{\varepsilon}W+\varepsilon\beta^2L_n+B(\frac{1}{\varepsilon}U+\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(U)}I_m+\\&\frac{1}{\varepsilon}I_m)B^{\mathrm{T}}]P+\frac{\varepsilon}{\lambda_{\min}(W)}\alpha^2I_n\}x(t)=-x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t)\leqslant-\lambda_{\min}(Q)x^{\mathrm{T}}(t)x(t)<0.\end{aligned}\tag{A6}$$

据 Lyapunov 稳定性理论知，扰动闭环系统(5)为渐近稳定的.

同理可证，当(A1)中的 P 为代数 Riccati 型方程(10)的对称正定解阵时，定理1的结论仍是成立的.

证毕.

附 录 B

定理 2 的证明

方程(11)可以重写为

$$-(-sI_n-A^{\mathrm{T}})P-P(sI_n-A)+\varepsilon\alpha^2I_n+P[(\frac{1}{\varepsilon}+\varepsilon\beta^2)I_n+(\frac{2}{\varepsilon}+\varepsilon)BB^{\mathrm{T}}]P=-Q,$$

左乘以$(-sI_n-A^{\mathrm{T}})^{-1}$和右乘以$(sI_n-A)^{-1}$，得

$$\begin{aligned}&-P(sI_n-A)^{-1}-(-sI_n-A^{\mathrm{T}})^{-1}P+\varepsilon\alpha^2(-sI_n-A^{\mathrm{T}})^{-1}(sI_n-A)^{-1}+\\&(-sI_n-A^{\mathrm{T}})^{-1}P[(\frac{1}{\varepsilon}+\varepsilon\beta^2)I_n+(\frac{2}{\varepsilon}+\varepsilon)BB^{\mathrm{T}}]P(sI_n-A)^{-1}=\\&-(-sI_n-A^{\mathrm{T}})^{-1}Q(sI_n-A)^{-1}.\end{aligned}$$

两端加上单位矩阵 I_n，得到

$$I_n-P(sI_n-A)^{-1}-(-sI_n-A^{\mathrm{T}})^{-1}P+\varepsilon\alpha^2(-sI_n-A^{\mathrm{T}})^{-1}(sI_n-A)^{-1}+$$

$$(-sI_n - A^{\mathrm{T}})^{-1}P[(\frac{1}{\varepsilon} + \varepsilon\beta^2)I_n + (\frac{2}{\varepsilon} + \varepsilon)BB^{\mathrm{T}}]P(sI_n - A)^{-1} =$$
$$I_n - (-sI_n - A^{\mathrm{T}})^{-1}Q(sI_n - A)^{-1}.$$

令 $s=j\omega$ 及 $G(j\omega)\triangleq(j\omega I_n-A)^{-1}$,于是便有

$$(I_n - PG(j\omega))^*(I_n - PG(j\omega)) + (\frac{2}{\varepsilon} + \varepsilon)G^*(j\omega)PBB^{\mathrm{T}}PG(j\omega) +$$
$$\varepsilon\alpha^2G^*(j\omega)G(j\omega) + (\frac{1}{\varepsilon} + \varepsilon\beta^2 - 1)G^*(j\omega)PPG(j\omega) = I_n - G^*(j\omega)QG(j\omega).$$

两端同时减去 $(I_n-PG(j\omega))^*(I_n-PG(j\omega))$,得到

$$(\frac{2}{\varepsilon} + \varepsilon)G^*(j\omega)PBB^{\mathrm{T}}PG(j\omega) + \varepsilon\alpha^2G^*(j\omega)G(j\omega) +$$
$$(\frac{1}{\varepsilon} + \varepsilon\beta^2 - 1)G^*(j\omega)PPG(j\omega) =$$
$$I_n - G^*(j\omega)QG(j\omega) - (I_n - PG(j\omega))^*(I_n - PG(j\omega)).$$

因为 Q 为对称正定矩阵,所以式(12)成立.　　证毕.

A NEW FEEDBACK DESIGN METHOD FOR UNCERTAIN CONTINUOUS-TIME SYSTEMS POSSESSING INTEGRITY

HAN QINGLONG　YU JINSHOU

(Research Institute of Automation, East China University of Science and Technology, Shanghai　200237)

Abstract　Based on a symmetric positive definite solution of the new Riccati-type equation, a new design method of robust fault-tolerant feedback controller is put forward for uncertain continuous-time control systems. It is shown that the proposed state feedback system preserves asymptotic stability in the presence of parameter perturbations, as well as in the case of actuator failures. Moreover, a design procedure is proposed, and the effectiveness of the procedure is demonstrated with a numerical example and simulation results.

Key words　Parameter uncertainties, actuator failures, integrity, robust control, feedback design.

韩清龙　1963年出生,分别于1992年和1997年在华东理工大学获工学硕士和博士学位,现在法国某大学从事博士后研究.在国内外杂志及会议上发表论文50余篇.目前研究兴趣为鲁棒控制、容错控制及非线性控制等.

俞金寿　1939年出生,1963年毕业于华东化工学院,现为华东理工大学教授,博士生导师.在国内出版著作14种,在国内外发表论文160余篇.主要研究方向为工业过程模型化、先进控制、计算机优化控制、控制理论及应用等.