

空间机器人的动力学等价机械臂¹⁾

梁 斌 刘良栋 李庚田 XU Yangsheng

(北京控制工程研究所 北京 100080)

(Carnegie Mellon University, USA)

摘 要 讨论了如何将一个自由飘浮空间机器人(SM)等价成一个通常固定基座上的机器人,将其定义为动力学等价机械臂(DEM),并阐述了 DEM 与 SM 运动学与动力学的等价性.通过仿真验证了在闭环控制下 DEM 与 SM 的等价性.

关键词 空间机器人,动力学等价机械臂,变结构控制.

1 引 言

空间机器人对未来宇宙空间的开发将产生深远的影响.空间机器人的应用将减少舱外活动(EVA)的危险,使宇航员的注意力放在主要的工作上,同时能减少载人航天的费用.然而,空间机器人具有非完整约束特性^[1],该特性阻碍了空间机器人的应用.空间机器人的动力学建模比通常固定基座的机器人建模复杂.目前现有的空间机器人建模方法有拉格朗日法、牛顿-欧拉法、哈密尔顿法,以及 Barycenter 的应用与虚拟机械臂(VM)法^[2,3].空间机器人不仅具有通常的机器人运动学奇异点,同时还具有其本身特有的机器人动力学奇异点^[3].空间机器人的仿真实验需要复杂的设备进行重力补偿以实现自由飘浮的特性.

本文通过对空间机器人和固定基座上的机械臂的动力学建模,推导出 DEM 与空间机器人的动力学和运动学的等价条件,并通过闭环控制时的仿真研究,展示 SM 和 DEM 的动力学和运动学等价性.

2 自由飘浮空间机器人系统的动力学建模

考虑一个安装在自由飘浮基座上的 n 个关节开链刚性机械臂,如图1所示.我们把机械臂与其基座总称为空间机器人系统(SM),用第一杆表示 SM 基座,机械臂的各杆件被称为杆2至杆 $n+1$ 、连接杆 $i-1$ 和杆 i 的关节为 J_i .假设空间机器人系统没有受到外力或外力矩,则 SM 的总质心 C_0 将在惯性坐标系中保持位置不变,选择 C_0 为惯性坐标系0的原点如图2所示.坐标系 $1, \dots, n+1$ 分别为固定在相应杆件质心上的坐标系. (ϕ, θ, ψ) 表示 SM 基座姿态的 Z-Y-Z 欧拉角, θ_i 为 SM 的第 i 杆绕 J_i 关节的相对旋转角度. $R(k, \alpha)$ 表示绕 k 轴旋转 α 角度的旋转矩阵, R_j^i 是坐标系 j 相对于坐标系 i 的旋转矩阵. C_0 是 SM 系统的总质心, C_i 是 SM 第 i 杆的质心. ρ_i 为惯性坐标系中连接 C_0 到 C_i 的矢量, r_{ij} 是连接 C_i 到

1) 国家“八六三”航天领域资助项目.

J_{i+1} 的矢量, l_{si} 为连接 J_i 到 C_i 的矢量, m_i 与 I_i 分别为 SM 第 i 杆的质量与转动惯量. v_1 是相对坐标系 1 从 C_1 到 J_2 的单位向量, v_{n+1} 是相对坐标系 $n+1$ 从 J_{n+1} 到 C_{n+1} 的单位向量, v_i 是相对坐标系 i 从 J_i 到 J_{i+1} 的单位向量, ${}^0v_i = R_i^0 \cdot v_i$.

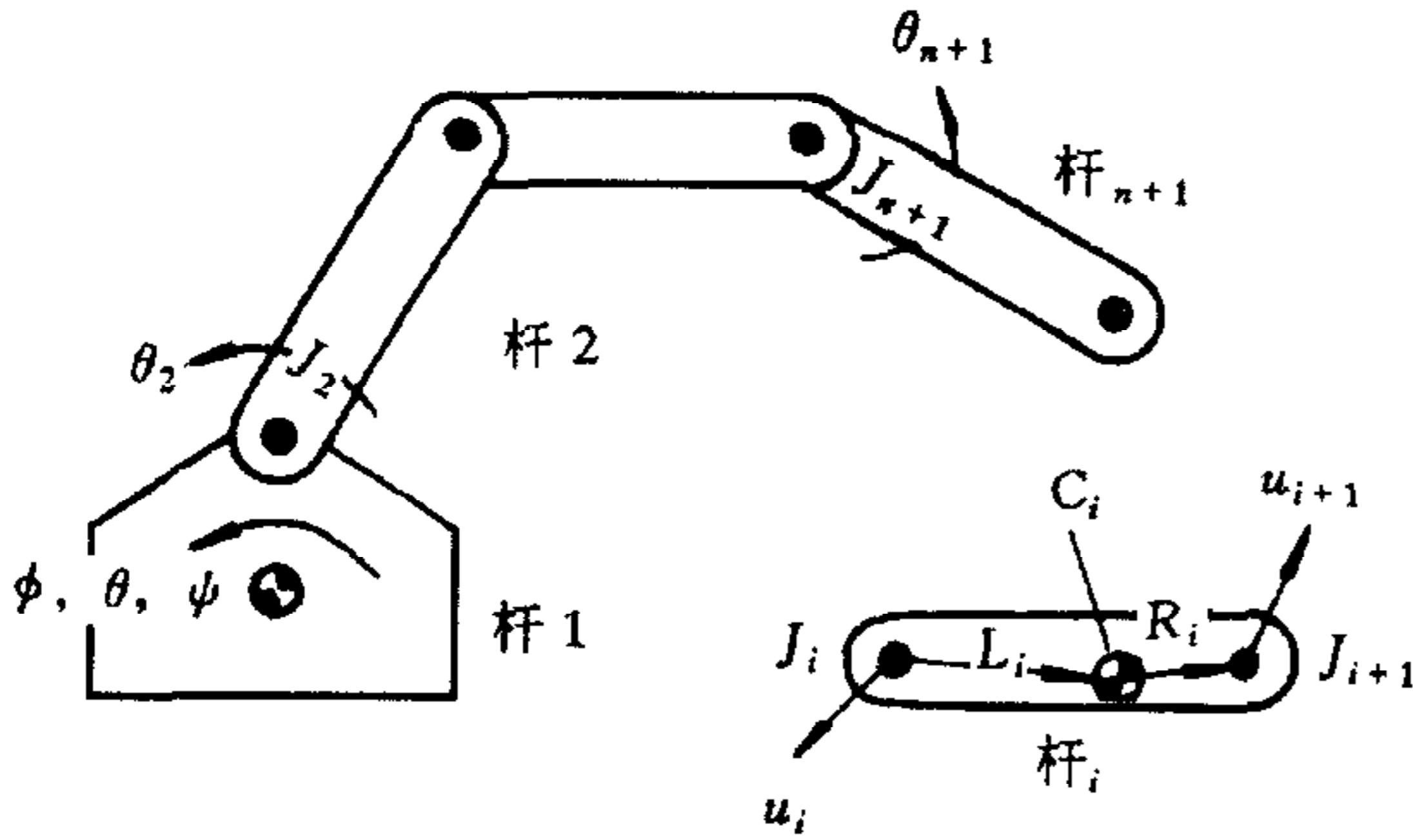


图1 安装在自由漂浮基座上的空间机器人系统

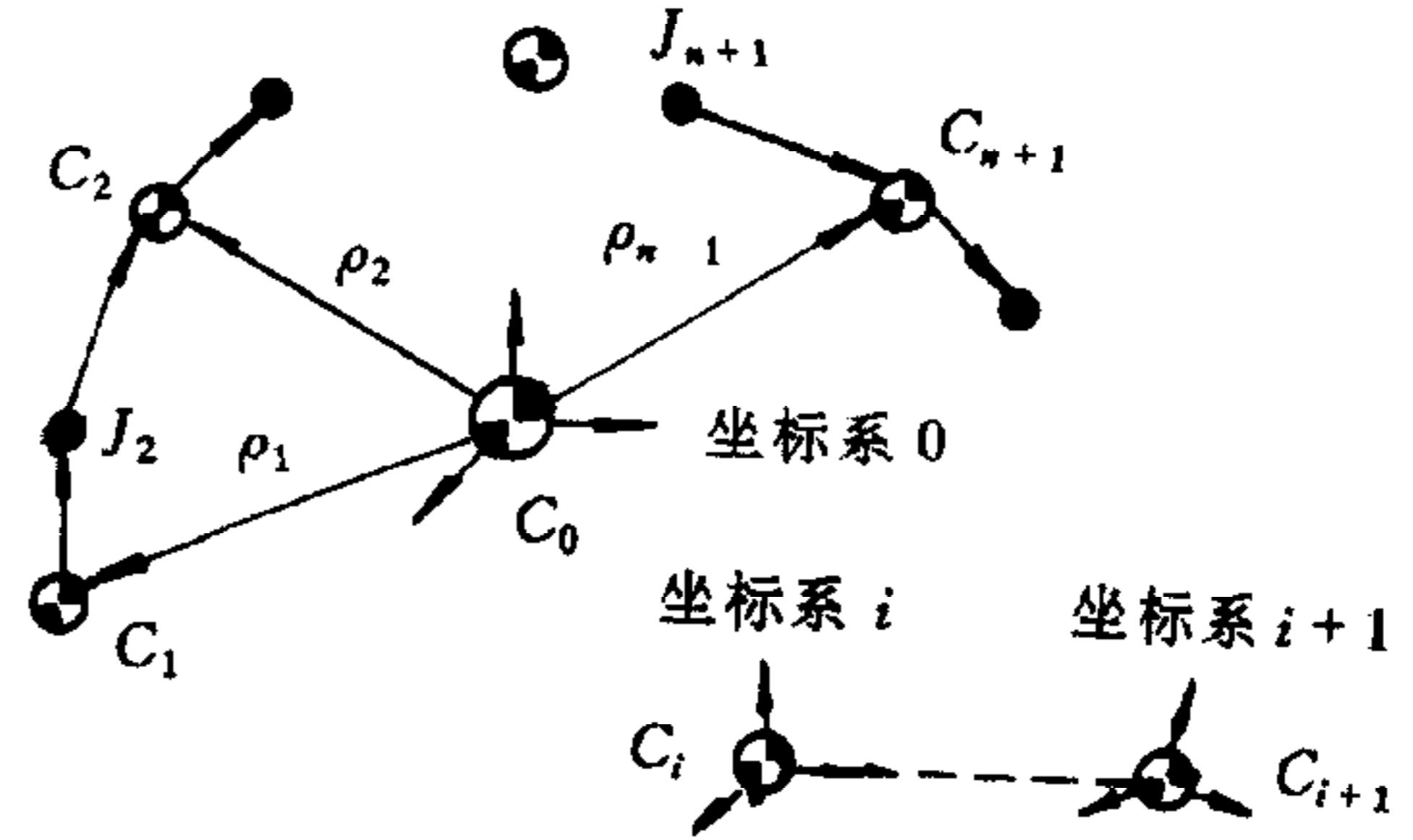


图2 空间机器人各杆件上的坐标系

在刚性假设的前提下, 由于自由漂浮空间机器人系统不包含弹性元器件, 而且没有受到重力和外力及外力矩的影响, 所以系统的拉格朗日函数等于系统的总动能. 选取广义坐标 $q = [\phi \ \theta \ \psi \ \theta_1 \ \dots \ \theta_n]^T = [q_1 \ \dots \ q_{n+3}]^T$, 则拉格朗日方程可写为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, \dots, n + 3, \tag{1}$$

其中 Q_i 是相应于广义坐标 q_i 的广义力,

$$Q_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \tag{2a}$$

$$Q_i = \tau_{i-2}, \quad i = 4, \dots, n + 3, \tag{2b}$$

τ_i 是施加在第 i 关节上的力矩.

为了获得 SM 的总动能表达式, 必须先找到用广义坐标表示的各杆的平动速度和角速度, 我们使用虚拟机械臂方法^[2]来求这些变量. 取 h_i 为到第 i 杆质心的虚拟机械臂, 其定义为

$$h_i = [h_i^T(1) \ \dots \ h_i^T(n + 1)]^T = [{}^0v_1^T h_i(1) \ \dots \ {}^0v_{n+1}^T h_i(n + 1)]^T, \tag{3}$$

其中 h_i 的各组成元素定义为

$$h_i(1) = r_1, \tag{4a}$$

$$h_i(j) = r_j + l_j, \quad 1 < j < i, \tag{4b}$$

$$h_i(j) = r_i + l_i - r_{si}, \quad j = i, \tag{4c}$$

$$h_i(j) = r_j + l_j - r_{si} - l_{sj}, \quad j > i, \tag{4d}$$

$$\text{其中 } r_i = r_{si} \sum_{k=1}^i m_k / M_i, \quad l_i = l_{si} \sum_{k=1}^{i-1} m_k / M_i, \quad M_i = m_1 + \dots + m_{n+1}. \tag{5}$$

第 i 杆质心 C_i 在惯性坐标系中的平动速度为

$$\dot{\rho}_i = [\omega_1 \times \omega_2 \times \dots \times \omega_{n+1} \times] h_i = J_{vi}(h_i, q) \dot{q}, \tag{6}$$

其中 ω_i 为第 i 杆质心的角速度, $[\omega_i \times]$ 表示斜对称矩阵, 可由矢量 ω_i 的元素给出. 因此, SM 系统的总能量为

$$T = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\frac{1}{2} m_i \dot{\rho}_i^T \dot{\rho}_i + \frac{1}{2} \omega_i^T R_i^0 I_i R_i^{0T} \omega_i \right) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q}, \tag{7}$$

其中
$$M = \sum_{i=1}^{n+1} (m_i J_{vi}^T J_{vi} + B_{\omega i}^T R_i^0 I_i R_i^{0T} B_{\omega i}), \tag{8a}$$

$$B_{\omega i} = [B_s \quad R_2^0 u_2 \cdots R_i^0 u_i \cdots R_{i+1}^0 u_{i+1} \quad 0 \cdots 0]. \tag{8b}$$

将(7)式代入(1)式,经求导和化简后可得空间机器人系统的动力学方程.

3 固定基座上的机械臂动力学建模

机器人的第一关节是被动的球形关节,具有三个自由度.如图3所示,将坐标系 $1', \dots, (n+1)'$ 固定在机器人相应杆件的质心上. C'_i 是DEM第*i*杆的质心, J'_i 是连接DEM第*i*-1和第*i*杆的关节, θ'_i 为DEM的第*i*杆绕 J'_i 关节的相对旋转角度, (ϕ', θ', ψ') 表示DEM基座姿态的Z-Y-Z欧拉角. w_i 为连接 J'_i 到 J'_{i+1} 的矢量, l_{ci} 为连接 J'_i 到 C'_i 的矢量, m'_i 与 I'_i 分别为DEM第*i*杆的质量与转动惯量.广义坐标向量为 $q' = [\phi' \quad \theta' \quad \psi' \quad \theta'_1 \cdots \theta'_n]^T = [q'_1 \cdots q'_{n+3}]^T$.

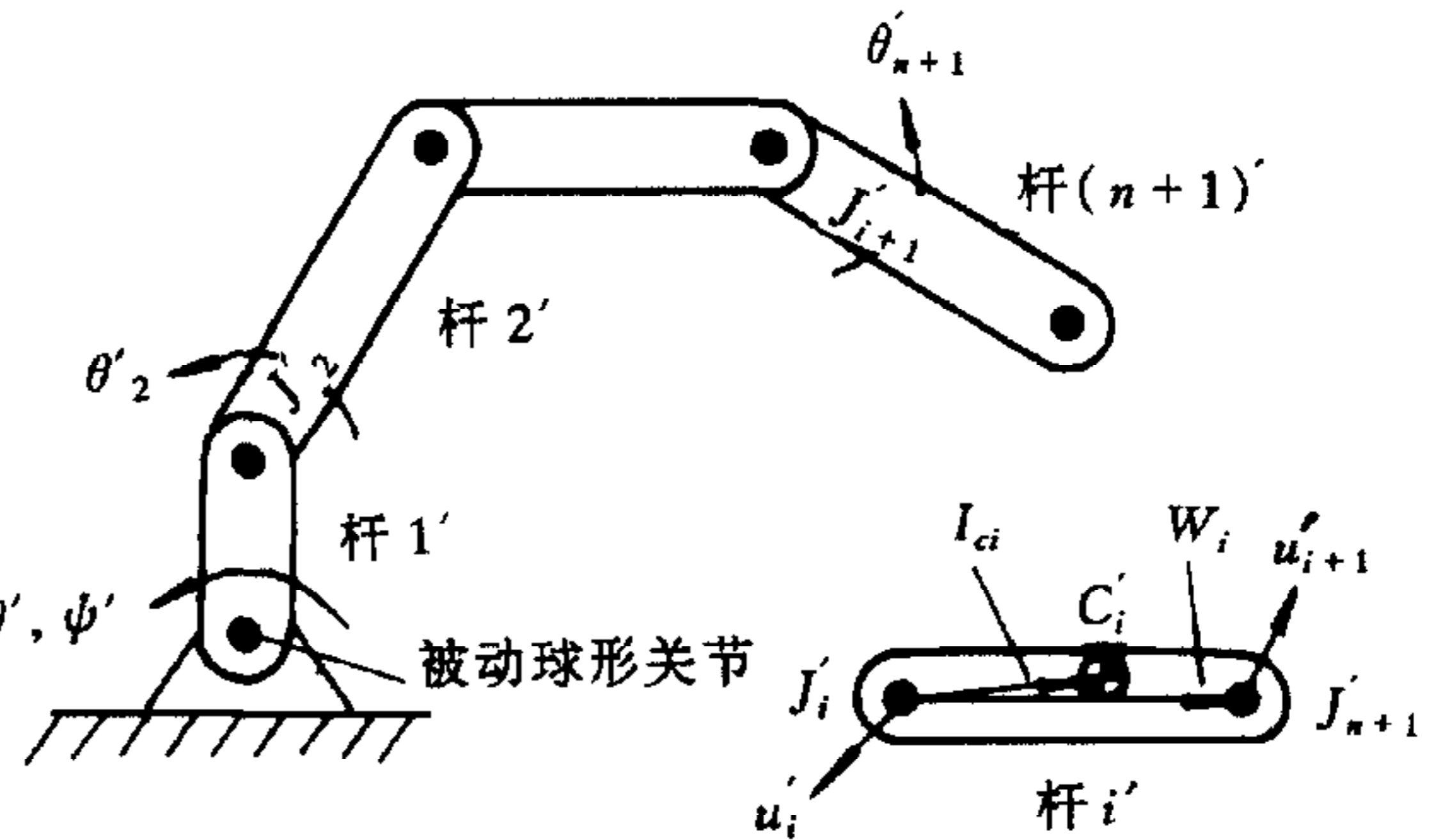


图3 固定基座上的机械臂

定义向量

$$h'_i = [h_i^T(1) \cdots h_i^T(n+1)]^T = [{}^0v_1^T h'_i(1) \cdots {}^0v_{n+1}^T h'_i(n+1)]^T, \tag{9}$$

其中 ${}^0v'_i = R_i^0 \cdot v'_i$, v'_{n+1} 为相对坐标系*n*+1从 J'_{n+1} 到 C'_{n+1} 的单位向量, v'_i 为相对坐标系*i*从 J'_i 到 J'_{i+1} 的单位向量, $h'_i(j) = \|h'_i(j)\|$, h'_i 的各组成元素为

$$h'_i(j) = \begin{cases} w_j, & 1 \leq j < i, \\ l_{ci}, & j = i, \\ [0 \quad 0 \quad 0]^T, & j > i. \end{cases} \tag{10}$$

第*i*杆质心 C'_i 在惯性坐标系中的平动速度可表示为

$$v'_{ci} = [\omega'_1 \times \omega'_2 \times \cdots \omega'_{n+1}] h'_i = J'_{vi} (h'_i, q') \dot{q}'. \tag{11}$$

假设该机器人的操作环境与SM的相同,即无重力,那么系统的势能为零,系统的拉格朗日函数*L'*等于系统的总动能*T'*,即

$$L' = T' = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\frac{1}{2} m'_i v_{ci}^T v_{ci} + \frac{1}{2} \omega_i^T R_i^0 I'_i R_i^{0T} \omega_i \right) = \frac{1}{2} \dot{q}'^T M' \dot{q}'. \tag{12}$$

4 动力学等价机械臂(DEM)及其与SM的等价性

4.1 动力学等价机械臂的定义

动力学等价机械臂DEM是一个固定基座上的机械臂,它的第一个关节是被动球形关节,与其对应的空间机器人系统具有相同的运动学和动力学特性.DEM的参数必须满足

$$\left\{ \begin{array}{l} m'_i = \frac{M_t^2 m_i}{\sum_{k=1}^{i-1} m_k \sum_{k=1}^i m_k}, \quad i = 2, \dots, n+1, \\ I'_i = I_i, \quad i = 1, \dots, n+1, \\ w_1 = r_1, \\ w_i = r_i + l_i, \quad i = 2, \dots, n+1, \\ l_{c1} = 0, \\ l_{ci} = \frac{\sum_{k=1}^{i-1} m_k}{M_t} l_{si}, \quad i = 2, \dots, n+1. \end{array} \right. \quad (13)$$

上式中 w_i 表示 DEM 第 i 杆件的长度与其在 SM 惯性坐标系中的姿态, m'_i 是 DEM 第 i 杆件的质量, $I'_i \in R^{3 \times 3}$ 是第 i 杆件的惯量矩阵, l_{ci} 是从 DEM 第 i 个关节至第 i 关节质心的向量.

注意: 1) SM 与 DEM 的动力学等价不依赖于 m'_1 的值; 2) DEM 的杆件长度及姿态与 SM 的虚拟机械臂的相同; 3) 假设 SM 的第 i 杆的质心在通过第 i 关节与第 $i+1$ 关节的直线上.

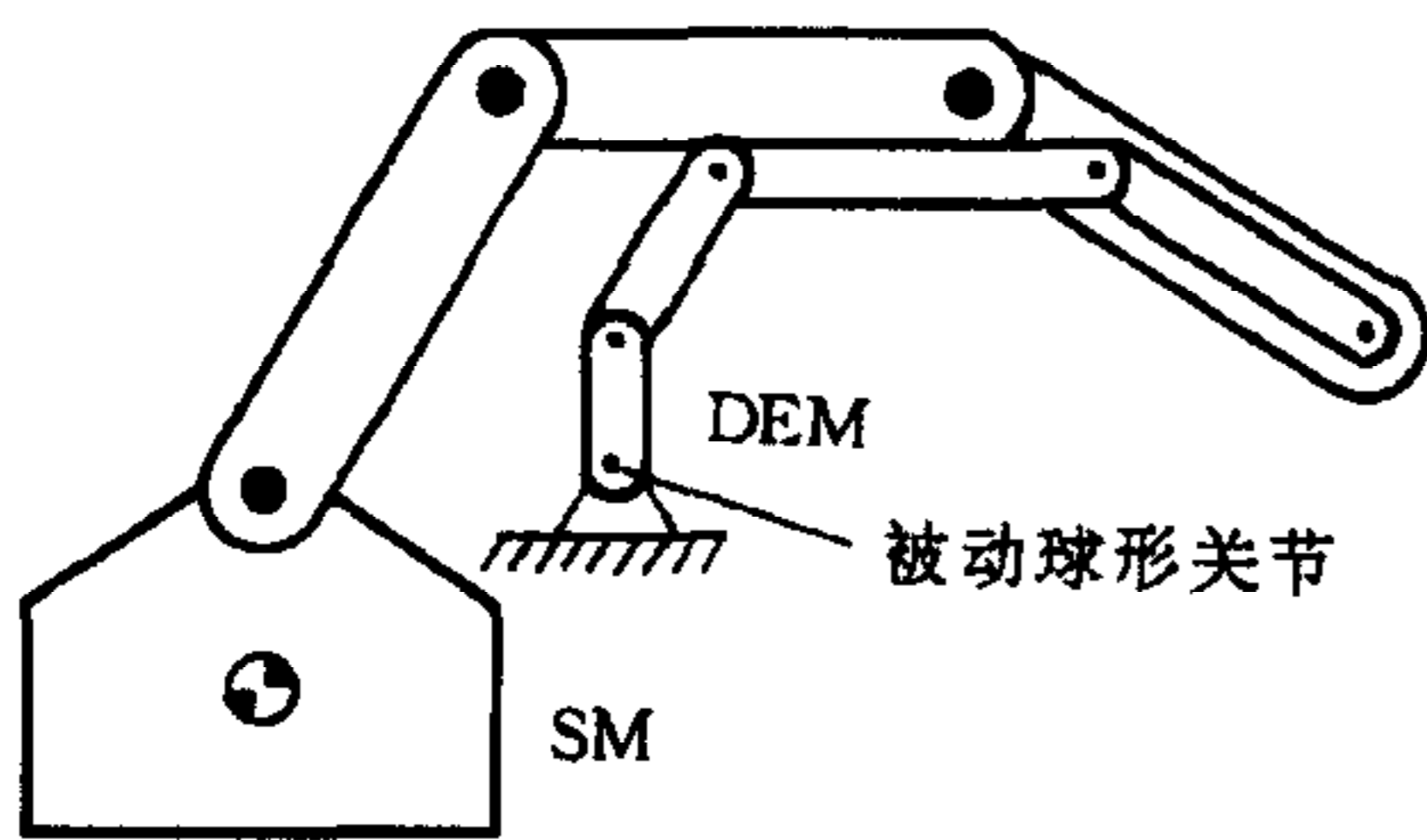


图4 空间机器人和它对应的动力学等价机械臂

4.2 SM 与 DEM 的运动学等价

DEM 如图4所示, 取其坐标系与 SM 上相应的坐标系平行, 基座与 SM 的系统质心相重合, 则在几何上 DEM 与 SM 的终端效应器虚拟臂相同^[2], 因此 DEM 继承了虚拟臂的所有优良性质: DEM 第 i 关节的转轴 ${}^0u'_i$ 总是与 SM 第 i 关节的转轴 0u_i 平行; DEM 的关节转角位移与 SM 相应关节的转角位移相同; DEM 的终端效应器的位置和姿态与 SM 的终端效应器的位置和

姿态相同. 用数学形式可表示为

$$q = q', \omega = \omega', R_i^0 = R_i^0, {}^0u_i = {}^0u'_i, {}^0v_i = {}^0v'_i, J_{v,n+1} = J'_{v,n+1}. \quad (14)$$

4.3 SM 与 DEM 的动力学等价

在 DEM 与 SM 的运动学等价的基础上, 将(13)式代入(7)和(12)式可得 $T_i = T'_i$, 即 DEM 与 SM 的总动能是相等的. 由于它们都是刚体系统, 且操作于零重力环境, 因而它们的拉格朗日函数亦相同. 当相同的广义力作用于 SM 和 DEM 上, 则它们动力学是完全相同的. 详细推导过程参见文献[4].

5 仿真验证

为了阐述 SM 与其相应的 DEM 是等价的, 选取一个两转动关节的平面空间机器人, 它对应的 DEM 是一个固定基座的3关节机器人.

5.1 动力学模型

表1为 SM 的运动学和动力学参数, 表2为其相应的 DEM 参数.

表1 两关节 SM 的几何与动力学参数

Link	l_i/m	r_i/m	m_i/kg	$I_i/kg \cdot m^2$
1	—	0.5	4	0.4
2	0.5	0.5	1	0.1
3	0.5	0.5	1	0.1

表2 3关节 DEM 的几何与动力学参数

Link	w_i/m	l_{ci}/m	m'_i/kg	$I'_i/kg \cdot m^2$
1	0.333	0	4	0.4
2	0.750	0.333	1.8	0.1
3	0.917	0.417	1.2	0.1

SM 的动力学方程可表示为

$$M\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = [\tau_1^T \quad \tau_2^T \quad \tau_3^T]^T, \tag{15}$$

其中 M 和 h 为机器人的惯量矩阵和非线性项, 详见文献[4]的附录 A, $\tau_1 = 0$.

DEM 的动力学方程可表示为

$$M'\ddot{q}' + h'(q', \dot{q}') = [\tau_1'^T \quad \tau_2'^T \quad \tau_3'^T]^T, \tag{16}$$

其中 M' 和 h' 为机器人的惯量矩阵和非线性项, 详见文献[4]的附录 B, $\tau_1' = 0$.

5.2 闭环控制仿真

仿真中控制 SM 的关节角到达某一指定位置. 取 $\theta_{23} = [q_2 \quad q_3]^T$, 将 SM 动力学方程化简消去 \ddot{q}_1 , 可获得驱动力矩和被控关节间的开环关系

$$\begin{bmatrix} \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(2,2) - k_1 M(1,2) & M(2,3) - k_1 M(1,3) \\ M(3,2) - k_2 M(1,2) & M(3,3) - k_2 M(1,3) \end{bmatrix} \theta_{23} + \begin{bmatrix} h(2) - k_1 h(1) \\ h(3) - k_2 h(1) \end{bmatrix} = M_r \ddot{\theta}_{23} + h_r, \tag{17}$$

其中 $k_1 = M(1,1)/M(1,2)$, $k_2 = M(1,1)/M(3,1)$. 选择变结构控制器(VSC)控制 SM 的 执行器, 在此取2维滑模面

$$s = \Gamma \tilde{\theta}_{23} + \dot{\tilde{\theta}}_{23}, \tag{18}$$

其中 Γ 是正定对角矩阵, \tilde{z} 表示变量 z 的当前值与其期望 z^d 之间的误差. 下面给出了执行器的加速度参考值, 以保证状态变量空间轨迹收敛于滑模面 $s=0$, 然后沿滑模面收敛于误差状态空间的原点.

$$\ddot{\theta}^r = \Gamma \dot{\tilde{\theta}}_{23} + \ddot{\theta}_{23}^d + P \text{sgn}(s), \tag{19}$$

其中 P 是正定对角矩阵. 将(19)式代入(17)式可获得控制力矩. 为了减小 $\text{sgn}(s)$ 项带来的颤振, 增加滑模面 $s=0$ 的厚度, 即将下列定义的饱和函数替代 $\text{sgn}(s)$, 即

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x), & \text{if } x \geq \epsilon, \\ \frac{x}{\epsilon}, & \text{if } x < \epsilon. \end{cases} \tag{20}$$

控制增益被选为 $P = \text{diag}(10, 10)$, $\Gamma = \text{diag}(5, 5)$, $\epsilon = \text{diag}(0.3, 0.3)$. SM 的控制计算力矩施加到 SM 和 DEM 上, 如图5所示. 期望的关节角度为 $\theta_{23}^d = [30^\circ, -30^\circ]^T$. 图6 显示了关节轨迹, 包括基座的转角. 由此可见, 在相同控制器的作用下,

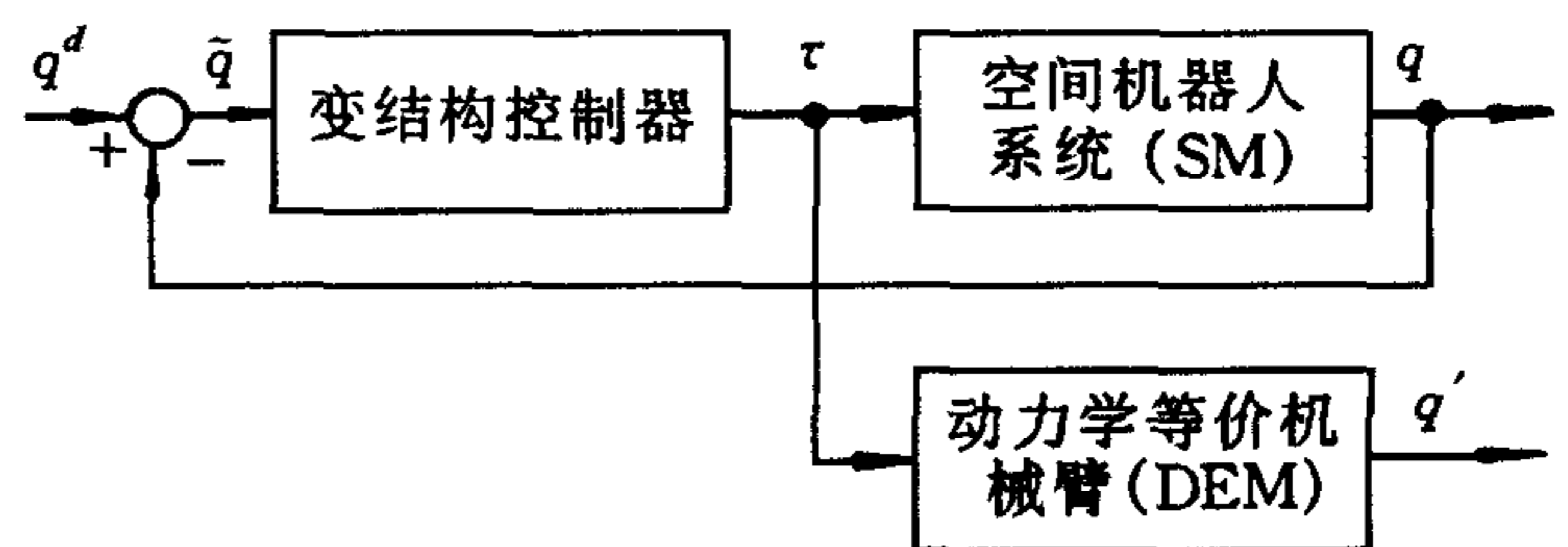


图5 闭环控制结构图

SM 和 DEM 具有相同的运动操作. 关节角间的最大误差等于 $8.1 \times 10^{-5} (^\circ)$, 终端执行器的最大位置误差为 0.0028mm . 仿真结果表明, 通过一个固定基座的机器人实现自由飘浮

空间机器人系统的动力学仿真是完全可行的。

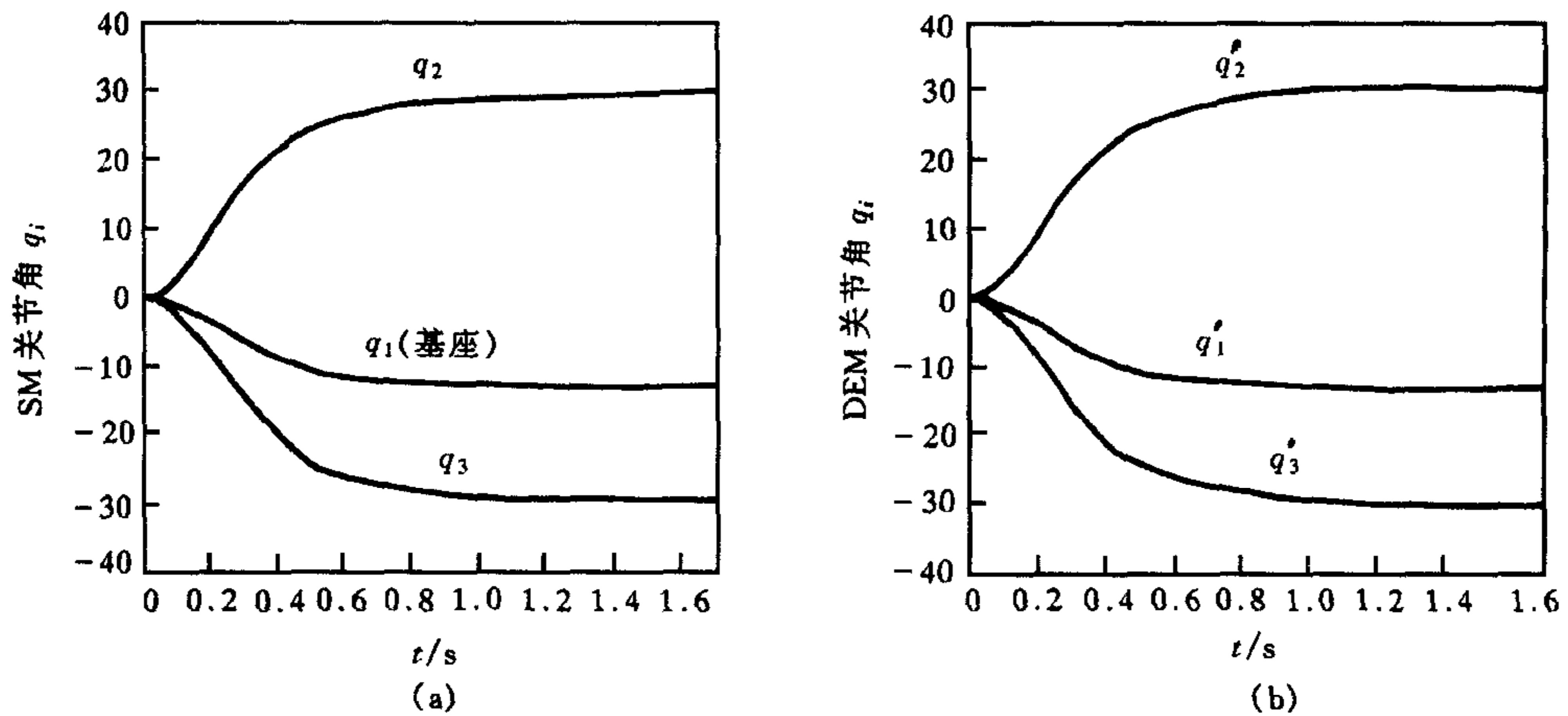


图6 闭环控制下 SM(a)与 DEM(b)的关节角运动

6 结论

本文创新地提出了动力学等价机械臂(DEM)方法,它具有以下诸多优点:1)DEM是一个真实的物理概念,能在实际中建造出来,它不同于虚拟机械臂,因为虚拟机械臂仅是一个理想的无质量的运动学链;2)基于拉格朗日方程和其它固定基座通常机器人的公式,DEM可作为空间机器人的建模工具;3)固定基座机器人设计的控制方法可通过DEM概念推广到空间机器人控制;4)DEM方法可推广到姿态可控的空间机器人系统(理论证明将另文阐述),DEM用于表示姿态可控空间机器人时,其第一关节是主动可控的,易于转化成一般的机器人进行研究;5)DEM概念在空间机器人系统与固定基座关节失效机器人之间架设了等价桥梁,使得空间机器人的控制方法可用于固定基底关节失效机器人的控制,反之亦然。

致谢:该研究工作受到空间技术研究院博士后指导小组吴宏鑫研究员、杨嘉墀先生、屠善澄先生等老师的指导,在此深表感谢。

参 考 文 献

- 1 Nakamura Y, Mukherjee R. Exploiting nonholonomic redundancy of free-flying space robots. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 1993, 9(4): 499—506
- 2 Vafa Z, Dubowsky S. The kinematics and dynamics of space manipulators—the virtual manipulator approach. *The Int. Journal of Robotics Research*, 1990, 9(4): 3—21
- 3 Papadopoulos E, Dubowsky S. Coordinated manipulator/spacecraft motion control for space robotic systems. In: Proc. of the IEEE Int. Conf. Robotics & Automation, Sacramento, California; IEEE Computer Society press, April 1991. 1696—1701
- 4 Liang B, Xu Y, Bergerman M. Mapping a space manipulator to a dynamically equivalent manipulator. In: Technical Report, CMU-1996-33, Sept. 1996. 1—30

DYNAMICALLY EQUIVALENT MANIPULATOR FOR A SPACE MANIPULATOR

LIANG BIN LIU LIANGDONG LI GENGTIAN

XU YANGSHENG

(*Beijing Institute of Control Engineering, Beijing, 100080*) (*Carnegie Mellon University, USA*)

Abstract In this paper, we discuss the problem of how a free-floating space manipulator can be mapped to a conventional, fixed-based manipulator which is called the dynamically equivalent manipulator (DEM). This paper presents the theoretical development of the DEM concept, demonstrates the dynamic and kinematic equivalence, and presents simulation results to illustrate the equivalence in close-loop control.

Key words Space manipulator, dynamics, variable structure control.

梁 斌 1968年生, 1989年、1991年于西北工业大学获学士、硕士学位, 1994年于清华大学获博士学位, 1996年赴 CMU 机器人研究所进修半年. 1997年5月从北京控制工程研究所博士后流动站出站后留该所工作, 现任第三届国家高技术航天领域遥科学及空间机器人专家组成员. 研究方向为机器人学、自动控制理论.

刘良栋 1943年生, 1966年于清华大学工程力学系毕业, 研究员, 博士生导师. 曾任东方红风云2号控制系统方案设计负责人. 1986—1990年赴美进修. 现任第三届863-2航天领域高技术专家委员会委员, 自动化学会常务理事. 研究方向为航天器动力学及控制.

李庚田 1938年10月生, 1962年毕业于西安交通大学自动控制专业, 研究员, 曾任第二届国家高技术航天领域遥科学及空间机器人专家组组长. 研究方向为自动控制、机器人学、人工智能.