

# 前馈广义分散控制系统的真镇定<sup>1)</sup>

高志伟 王先来 李光泉

(天津大学自动化系 天津 300072)

**摘要** 讨论了前馈广义分散控制系统的真镇定问题,给出了前馈广义分散控制系统能被分散正常动态补偿器真镇定的充要条件,即该系统不存在不稳定的分散有穷固定模和分散脉冲固定模,为真镇定广义系统的分散正常动态补偿器的设计奠定了基础.

**关键词** 广义系统, 分散控制, 真镇定.

## 1 引言

自从 Chang 和 Davison<sup>[1]</sup>在1986年首次发表有关广义分散控制系统的文章以来,对于广义分散控制系统的研究,已经取得相当进展. 然而,到目前为止,基本上还是停留在对其结构性质的研究,即分散有穷固定模和分散脉冲固定模等问题的研究<sup>[2,3]</sup>. 而有关广义分散控制系统综合分析与设计的成果却相当缺乏. 众所周知,分散正常动态补偿器的设计问题是广义分散控制系统控制综合研究的一个重要课题. 文[4]虽然已经给出了广义分散控制系统能够被一个分散正常动态补偿器镇定的充要条件. 但是,从实际应用的角度出发,在广义分散控制系统的设计中,显然不仅希望所设计出来的系统是渐近稳定的,同时也要求该系统不存在具有破坏性作用的脉冲行为. 换言之,也就是希望所设计出来的广义闭环系统是真稳定的<sup>[5,6]</sup>. 那么,在什么条件下,才存在真镇定广义分散控制系统的分散正常动态补偿器呢? 这正是本文工作的出发点. 另外,为了使得到的结果更具一般性,本文将直接从带前馈的广义分散控制系统着手进行讨论.

## 2 预备知识

考虑前馈广义分散控制系统

$$\begin{cases} E\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \sum_{i=1}^N B_i \mathbf{u}_i(t), \\ \mathbf{y}_i(t) = C_i \mathbf{x}(t) + \sum_{j=1}^N D_{ij} \mathbf{u}_j(t), \quad i \in \underline{N} = \{1, 2, \dots, N\}, \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$  为状态矢量,  $\mathbf{u}_i \in \mathcal{R}^{m_i}$ ,  $\mathbf{y}_i \in \mathcal{R}^{r_i}$  分别为第  $i$  个控制站的局部输入和输出矢量,

1) 中国博士后科学基金资助课题.

收稿日期 1996-06-14

$A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $E \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ,  $\text{rank } E < n$ ,  $m = \sum_{i=1}^N m_i$ ,  $r = \sum_{i=1}^N r_i$ . 记  $B = (B_1, \dots, B_N)$ ,  $C^T = (C_1^T, \dots, C_N^T)$ ,  $D = (D_{ij})_{r \times m}$ .

设系统(1)是正则的,简记为 $(E, A, B, C, D)$ . 对系统(1)施加如下分散正常动态补偿器

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = S_i \eta_i + R_i y_i, \\ u_i = -Q_i \eta_i - K_i y_i, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\eta_i \in \mathcal{R}^{d_i}$ ,  $S_i \in \mathcal{R}^{d_i \times d_i}$ ,  $R_i \in \mathcal{R}^{d_i \times r_i}$ ,  $Q_i \in \mathcal{R}^{m_i \times d_i}$ ,  $K_i \in \mathcal{R}^{m_i \times r_i}$ .

记  $\eta^T = (\eta_1^T, \dots, \eta_N^T)$ ,  $S = \text{block-diag}(S_1, \dots, S_N)$ ,  $R = \text{block-diag}(R_1, \dots, R_N)$ ,  $Q = \text{block-diag}(Q_1, \dots, Q_N)$ ,  $K = \text{block-diag}(K_1, \dots, K_N)$ , 则相应的闭环系统为

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK(I + DK)^{-1}C & -BQ + BK(I + DK)^{-1}DQ \\ R(I + DK)^{-1}C & S - R(I + DK)^{-1}DQ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \eta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

这里的问题是,在什么条件下,系统(1)能被形如式(2)的分散正常动态补偿器真镇定,即闭环系统(3)是内部真稳定的?

**定义1.** [5,6] 广义系统 $(E, A, B, C, D)$ 是内部真稳定的,如果矩阵 $(sE - A)$ 无 $\mathcal{C}_{+\epsilon}$ 中零点,即 $(sE - A)^{-1}$ 是真稳定的有理矩阵,其中 $\mathcal{C}_{+\epsilon} = \mathcal{C}_+ \cup \{\infty\}$ , $\mathcal{C}_+$ 代表闭的右半复平面.

由定义1可以看出,广义系统 $(E, A, B, C, D)$ 是内部真稳定的,显然意味着该系统是渐近稳定的且无脉冲运动. 因此,广义系统内部真稳定性是一个很重要的概念.

为了以后讨论的需要,下面给出一些预备性的结论.

**引理1.** [6] 广义系统 $(E, A, B, C, D)$ 是(真)能稳且(真)能检的,如果

$$\text{rank}(sE - A - B) = n, \forall s \in (\mathcal{C}_{+\epsilon})\mathcal{C}_+, \quad (4a)$$

$$\text{且 } \text{rank} \begin{bmatrix} sE - A \\ C \end{bmatrix} = n, \forall s \in (\mathcal{C}_{+\epsilon})\mathcal{C}_+. \quad (4b)$$

**引理2.** [6,7]  $s \in \mathcal{C}_{+\epsilon}$ 是系统(1)的不稳定分散有穷固定模或分散脉冲固定模,当且仅当存在 $N = \{1, 2, \dots, N\}$ 的某种不相交分划  $p = \{i_1, \dots, i_k\}$  和  $\bar{p} = \{i_{k+1}, \dots, i_N\}$ , 使

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A - sE & B_{\bar{p}} \\ C_p & D_{p, \bar{p}} \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} A - sE & B_{i_{k+1}} & \cdots & B_{i_N} \\ C_{i_1} & D_{i_1, i_{k+1}} & \cdots & D_{i_1, i_N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{i_k} & D_{i_k, i_{k+1}} & \cdots & D_{i_k, i_N} \end{bmatrix} < n. \quad (5)$$

引理2把分散有穷固定模和分散脉冲固定模的判据统一在一起,这在理论分析中是很有意义的. 从引理2还可以看出,这里的分散固定模显然是泛指“集中”和“分散”两种固定模式.

**引理3.** [1,6] 系统(1)能被几乎所有的静态分散输出反馈  $u_i = -K_i y_i + v_i (i \in \underline{N})$  消除脉冲模,当且仅当系统(1)不存在分散脉冲固定模.

**引理4.** [7]  $\max_K \text{rank}(sE - A - BKC) = \min \left\{ \text{rank}(sE - A - B), \text{rank} \left( \begin{array}{c|c} sE - A & \\ \hline & C \end{array} \right) \right\}$ ,  
 $\forall s \in \mathcal{C}_{+\epsilon}$ .

### 3 问题分析及两个重要引理

如果系统(1)不存在分散脉冲固定模,那么由引理3有,对于几乎所有的  $F_i \in \mathcal{R}^{m_i \times r_i}$ ,

$i \in \underline{N}$ , 对系统(1)施加如下静态分散输出反馈

$$\mathbf{u}_i = -F_i \mathbf{y}_i + \mathbf{v}_i, \quad i \in \underline{N}, \quad (6)$$

并记  $F = \text{block-diag}(F_1, \dots, F_N)$ , 则有  $\det(I + DF) \neq 0$ , 且使如下闭环系统不存在脉冲运动. 相应的闭环系统为

$$\begin{cases} E\dot{\mathbf{x}} = A(F)\mathbf{x} + \sum_{i=1}^N B_i(F)\mathbf{v}_i, \\ \mathbf{y}_i = C_i(F)\mathbf{x} + \sum_{j=1}^N D_{ij}(F)\mathbf{v}_j, \end{cases} \quad (7)$$

这里  $A(F) = A - BF(I + DF)^{-1}C$ ,  $B_i(F) = B_i - BF(I + DF)^{-1}D_i$ ,  $C_i(F) = C_i - e_i^T DF(I + DF)^{-1}C$ ,  $D_{ij}(F) = e_i^T D \bar{e}_j - e_i^T DF(I + DF)^{-1}D \bar{e}_j$ ,  $e_i = (0, \dots, I_{r_i}, \dots, 0)^T$ ,  $\bar{e}_j = (0, \dots, I_{m_j}, \dots, 0)^T$ ,  $D \bar{e}_i = (D_{1i}^T, \dots, D_{Ni}^T)^T$ ,  $e_i^T D = (D_{i1}, \dots, D_{iN})$ . 并记  $B(F) = (B_1(F), \dots, B_N(F))$ ,  $C^T(F) = (C_1^T(F), \dots, C_N^T(F))$ ,  $D(F) = (D_{ij}(F))_{r \times m}$ . 对无脉冲模系统(7)做受限等价变换, 即存在非奇异常数阵  $R$  和  $T$ , 使

$$RET = \begin{bmatrix} I_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad RA(F)T = \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ 0 & I_f \end{bmatrix}, \quad RB_i(F) = \begin{bmatrix} B_{s_i} \\ B_{f_i} \end{bmatrix}, \quad RB(F) = \begin{bmatrix} B_s \\ B_f \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} B_{s_1} & \cdots & B_{s_N} \\ B_{f_1} & \cdots & B_{f_N} \end{bmatrix}, \quad C_i(F)T = (C_{s_i} \quad C_{f_i}), \quad C(F)T = (C_s \quad C_f) = \begin{bmatrix} C_{s_1} & C_{f_1} \\ \vdots & \vdots \\ C_{s_N} & C_{f_N} \end{bmatrix}, \quad T^{-1}\mathbf{x} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_f \end{bmatrix}.$$

其中  $A_s \in \mathcal{R}^{n_s \times n_s}$ ,  $n_s = \text{rank } E$ ,  $n_s + n_f = n$ ,  $B_{s_i} \in \mathcal{R}^{n_s \times m_i}$ ,  $B_{f_i} \in \mathcal{R}^{n_f \times m_i}$ ,  $C_{f_i} \in \mathcal{R}^{r_i \times n_f}$ ,  $C_{s_i} \in \mathcal{R}^{r_i \times n_s}$ . 则系统(7)等价地表述为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} I_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_s \\ \dot{\mathbf{x}}_f \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ 0 & I_f \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_f \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^N \begin{pmatrix} B_{s_i} \\ B_{f_i} \end{pmatrix} \mathbf{v}_i, \\ \mathbf{y}_i = (C_{s_i} \quad C_{f_i}) \begin{pmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_f \end{pmatrix} + \sum_{j=1}^N D_{ij}(F) \mathbf{v}_j, \quad i \in \underline{N}. \end{cases} \quad (8)$$

在式(8)中消除  $\mathbf{x}_f$ , 因为  $\mathbf{x}_f = -\sum_{i=1}^N B_{f_i} \mathbf{v}_i$ , 则式(8)又可进一步等价为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_s = A_s \mathbf{x}_s + \sum_{i=1}^N B_{s_i} \mathbf{v}_i, \\ \mathbf{y}_i = C_{s_i} \mathbf{x}_s + \sum_{j=1}^N D_{sij}(F) \mathbf{v}_j, \quad i \in \underline{N}, \end{cases} \quad (9)$$

其中  $D_{sij} = D_{ij}(F) - C_{f_i} B_{f_j}$ ,  $D_s = (D_{sij})_{r \times m}$ .

下面给出两个重要引理, 其证明见附录.

**引理5.** 假设系统(1)无分散脉冲固定模, 则  $s_0 \in (\mathcal{C}_+)_\mathcal{C}$  是系统(9)的(不稳定)分散固定模, 当且仅当  $s_0 \in (\mathcal{C}_+)_\mathcal{C}$  是系统(1)的(不稳定)分散有穷固定模.

下面引入如下分散正常动态补偿器

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = S_i \eta_i + R_i \mathbf{y}_i, \\ \mathbf{v}_i = -Q_i \eta_i - K_i \mathbf{y}_i. \end{cases} \quad (10)$$

上式中  $\eta_i \in \mathcal{R}^{d_i}, S_i \in \mathcal{R}^{d_i \times d_i}, R_i \in \mathcal{R}^{d_i \times r_i}, Q_i \in \mathcal{R}^{m_i \times d_i}; K_i \in \mathcal{R}^{m_i \times r_i}; \eta, S, R, Q$  的记号与前面相同.

**引理6.** 系统(9)和系统(7)在分散正常动态补偿器(10)作用下,具有相同的有限闭环极点. 其中式(10)中的  $K$  应保证  $\det(I+D_s K) \neq 0, \det(I+D(F)K) \neq 0$ .

其实,由文[3,8]易知,对于几乎所有的  $K = \text{block-diag}(K_1, \dots, K_N), K_i \in \mathcal{R}^{m_i \times r_i}, i \in \underline{N}$ , 都有  $\det(I+D_s K) \neq 0$  和  $\det(I+D(F)K) \neq 0$  成立.

## 4 主要结果

**定理1.** 系统(1)能被形如式(2)的分散正常动态补偿器真镇定,即相应的闭环系统(3)是内部真稳定的,当且仅当系统(1)无不稳定的分散有穷固定模和分散脉冲固定模.

证明.

1)充分性. 系统(1)无分散脉冲固定模,则由引理3,存在形如式(6)的静态分散输出反馈控制器,使闭环系统(7)无脉冲模,即闭环系统(7)是内部真的. 又因为系统(1)无不稳定的分散有穷固定模,由引理5有,系统(9)无不稳定的分散固定模. 那么,由文[9]中定理3,存在形如式(10)的分散正常动态补偿器镇定系统(9). 而且,由引理6有,系统(9)和(7)在分散正常动态补偿器(10)作用下具有相同的有限闭环极点. 因此,等价地,控制器(10)也镇定系统(7). 综上所述,也就是说能用式(6)和(10)组成的组合控制器

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = S_i \eta_i + R_i y_i, \\ u_i = -Q_i \eta_i - (F_i + K_i) y_i, i \in \underline{N} \end{cases} \quad (11)$$

真镇定系统(1),即系统(1)和式(11)构成的闭环系统是内部真稳定的. 显然,式(11)和式(2)在形式上是完全相同的.

2)必要性. 令系统(1)能被式(2)分散真镇定,即相应的闭环系统(3)是内部真稳定的,亦即

$$\begin{aligned} \text{rank} \begin{bmatrix} sE - A + BK(I+DK)^{-1}C & BQ - BK(I+DK)^{-1}DQ \\ -R(I+DK)^{-1}C & sI - S + R(I+DK)^{-1}DQ \end{bmatrix} = \\ n+d, \forall s \in \mathcal{C}_{+e}. \end{aligned} \quad (12)$$

因为  $\text{rank}(I+DK)=r$ , 则等价地有

$$\text{rank} \begin{bmatrix} s\tilde{E} - \tilde{A} + \tilde{B}K\tilde{C} & \tilde{B}Q \\ -R\tilde{C} & sI - S \end{bmatrix} = n+r+d, \forall s \in \mathcal{C}_{+e}, \quad (13)$$

这里  $\tilde{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(n+r) \times (n+r)}$ ,  $\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & -I_r \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(n+r) \times (n+r)}$ ,  $\tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(n+r) \times m}$ ,

$\tilde{C} = (C \quad I_r) \in \mathcal{R}^{r \times (n+r)}$ , 即  $\forall s \in \mathcal{C}_{+e}, \exists K^* = \text{block-diag} \left[ \begin{bmatrix} K_1 & Q_1 \\ R_1 & S_1 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} K_N & Q_N \\ R_N & S_N \end{bmatrix} \right]$ , 使

$$\text{rank} \begin{bmatrix} s\tilde{E} - \tilde{A} & 0 \\ 0 & sI_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{B} & 0 \\ 0 & -I_d \end{bmatrix} K^* \begin{bmatrix} \tilde{C} & 0 \\ 0 & I_d \end{bmatrix} = n+r+d. \quad (14)$$

反复运用引理4,有

$$\max_{K^*} \text{rank} \begin{bmatrix} s\tilde{E} - \tilde{A} & 0 \\ 0 & sI_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{B} & 0 \\ 0 & -I_d \end{bmatrix} K^* \begin{bmatrix} \tilde{C} & 0 \\ 0 & I_d \end{bmatrix} =$$

$$\min_p \text{rank} \begin{bmatrix} s\tilde{E} - \tilde{A} & 0 & 0 & \tilde{B}_{\bar{p}} & 0 \\ 0 & sI_{d\bar{p}} & 0 & 0 & -I_{d\bar{p}} \\ 0 & 0 & sI_{dp} & 0 & 0 \\ \tilde{C}_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{dp} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \min_p \text{rank} \begin{bmatrix} s\tilde{E} - \tilde{A} & \tilde{B}_{\bar{p}} \\ \tilde{C}_p & 0 \end{bmatrix} + d = \\ \min_p \text{rank} \begin{bmatrix} A - sE & B_{\bar{p}} \\ C_p & D_{p,\bar{p}} \end{bmatrix} + r + d. \quad (15)$$

根据式(14), (15)和恒等式  $\max_{K^*} \text{rank} A(K^*) \geq \text{rank} A(K^*)$ , 立即有

$$\min_p \text{rank} \begin{bmatrix} A - sE & B_{\bar{p}} \\ C_p & D_{p,\bar{p}} \end{bmatrix} \geq n, \quad \forall s \in \mathcal{C}_{+e}, \quad (16)$$

其中  $p$  和  $\bar{p}$  是  $N$  的不相交子集. 那么, 由式(16)和引理2, 结论得证. 证毕.

## 5 结束语

本文给出了前馈广义分散控制系统能够被分散真镇定的充要条件, 从而为真镇定前馈广义分散控制系统分散正常动态补偿器的设计打下了基础. 显然, 本文的研究结论完全适用于不带前馈的广义分散控制系统 ( $D_{ij}=0; i, j \in N$ ).

## 参 考 文 献

- 1 Chang T N, Davison E J. Decentralized control for descriptor type systems. In: Proc of the 25th CDC, 1986. 1176—1181
- 2 王恩平, 刘万泉. 广义分散控制系统有穷固定模. 自动化学报, 1990, 16(4): 358—361
- 3 储德林. 广义分散控制系统脉冲固定模. 自动化学报, 1993, 19(3): 332—334
- 4 初学导, 刘万泉. 广义分散控制系统的镇定. 自动化学报, 1991, 17(6): 721—725
- 5 Kucera V. Internal properness and stability in linear systems. Kybernetika, 1986, 22(1): 1—8
- 6 高志伟. 广义分散控制系统结构性质与控制综合的研究[学位论文]. 天津: 天津大学系统工程研究所, 1996
- 7 谢绪恺, 王殿辉等. 广义分散控制系统固定模的统一判定. 自动化学报, 1995, 21(2): 146—153
- 8 张庆灵, 谢崇远. 用广义系统理论研究一类正常系统鲁棒分散控制方法. 东北大学学报, 1994, 15(3): 221—226
- 9 Davison E J, Chang T N. Decentralized stabilization and pole assignment for general proper systems. IEEE Trans. Autom. Control, 1990, 35(6): 652—664

## 附 录

### 1 引理5的证明

只考虑具有两个控制站的系统(1)和(9),  $\forall s_0 \in (\mathcal{C}_+)^{\mathcal{C}}$ .

$$(i) \quad \text{rank} \begin{bmatrix} A_s - s_0 I & B_{s1} \\ C_{s2} & D_{s21} \end{bmatrix} < n_s \Leftrightarrow \text{rank} \begin{bmatrix} A_s - s_0 I & 0 & B_{s1} \\ 0 & I_f & B_{f1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{s2} & C_{f2} & D_{21}(F) \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} A(F) - s_0 E & B_1(F) \\ C_2(F) & D_{21}(F) \end{bmatrix} = \\ \text{rank} \begin{bmatrix} A - BF(I+DF)^{-1}C - s_0 E & B_1 - BF(I+DF)^{-1}D\bar{e}_1 \\ C_2 - e_2^T DF(I+DF)^{-1}C & e_2^T D\bar{e}_1 - e_2^T DF(I+DF)^{-1}D\bar{e}_1 \end{bmatrix} < n \quad (\text{这里 } \bar{e}_1 = (I_{m_1}, 0)^T, e_2 = (0, I_{r_2})^T) \\ \Leftrightarrow \text{rank} \begin{bmatrix} A - BF(I+DF)^{-1}C - s_0 E & B_1 - BF(I+DF)^{-1}D\bar{e}_1 & BF \\ C_2 - e_2^T DF(I+DF)^{-1}C & e_2^T D\bar{e}_1 - e_2^T DF(I+DF)^{-1}D\bar{e}_1 & e_2^T DF \\ 0 & 0 & I+DF \end{bmatrix} < n+r$$

$$\Leftrightarrow n + r > \text{rank} \begin{bmatrix} A - s_0 E & B_1 & BF \\ C_2 & e_2^\top D\bar{e}_1 & e_2^\top DF \\ C & D\bar{e}_1 & I + DF \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} A - s_0 E & B_1 & B_1 F_1 & B_2 F_2 \\ C_2 & D_{21} & D_{21} F_1 & D_{22} F_2 \\ C_1 & D_{11} & I_{r_1} + D_{11} F_1 & D_{12} F_2 \\ C & D_{21} & D_{21} F_1 & I_{r_2} + D_{22} F_2 \end{bmatrix} =$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A - s_0 E & B_1 & B_1 F_1 & B_2 F_2 \\ C_2 & D_{21} & D_{21} F_1 & D_{22} F_2 \\ C_1 & D_{11} & I_{r_1} + D_{11} F_1 & D_{12} F_2 \\ 0 & 0 & 0 & I_{r_2} \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} A - s_0 E & B_1 & B_1 F_1 \\ C_2 & D_{21} & D_{21} F_1 \\ C_1 & D_{11} & I_{r_1} + D_{11} F_1 \end{bmatrix} + r_2 =$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A - s_0 E & B_1 & 0 \\ C_2 & D_{21} & 0 \\ C_1 & D_{11} & I_{r_1} \end{bmatrix} + r_2 = \text{rank} \begin{bmatrix} A - s_0 E & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} + r \Leftrightarrow \text{rank} \begin{bmatrix} A - s_0 E & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} < n;$$

利用(i)中的证明方法,可平行地得到

$$(ii) \quad \text{rank} \begin{bmatrix} A_s - s_0 I & B_{s_2} \\ C_{s_1} & D_{s_{12}} \end{bmatrix} < n_s \Leftrightarrow \text{rank} \begin{bmatrix} A - s_0 E & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} < n;$$

$$(iii) \quad \text{rank}(s_0 I - A_s, B_s) < n_s \Leftrightarrow \text{rank}(s_0 E - A, B) < n;$$

$$(iv) \quad \text{rank} \begin{bmatrix} s_0 I - A_s \\ C_s \end{bmatrix} < n_s \Leftrightarrow \text{rank} \begin{bmatrix} s_0 E - A \\ C \end{bmatrix} < n.$$

由(i)–(iv),再根据分散有穷固定模的判据引理2,则结论显然。以上证明和结论可以推广到具有N个控制站的系统。

## 2 引理6的证明。

$$\det \begin{bmatrix} sI - A_s + B_s K(I + D_s K)^{-1} C_s & B_s Q - B_s K(I + D_s K)^{-1} D_s Q \\ - R(I + D_s K)^{-1} C_s & sI - S + R(I + D_s K)^{-1} D_s Q \end{bmatrix} =$$

$$\det \begin{bmatrix} sI - A_s + B_s K(I + D_s K)^{-1} C_s & B_s Q - B_s K(I + D_s K)^{-1} D_s Q & B_s K \\ - R(I + D_s K)^{-1} C_s & sI - S + R(I + D_s K)^{-1} D_s Q & -R \\ 0 & 0 & I + D_s K \end{bmatrix} \times \det(I + D_s K)^{-1} =$$

$$\det \begin{bmatrix} sI - A_s & B_s Q & B_s K \\ 0 & sI - S & -R \\ -C_s & D_s Q & I + D_s K \end{bmatrix} \cdot \det(I + D_s K)^{-1} =$$

$$\det \begin{bmatrix} sI - A_s & B_s Q & B_s K \\ 0 & sI - S & -R \\ -C_s & D(F)Q - C_f B_f Q & I + D(F)K - C_f B_f K \end{bmatrix} \cdot \det(I + D_s K)^{-1} =$$

$$-\det \begin{bmatrix} sI - A_s & 0 & B_s Q & B_s K \\ 0 & -I_f & B_f Q & B_f K \\ 0 & 0 & sI - S & -R \\ -C_s & -C_f & D(F)Q & I + D(F)K \end{bmatrix} \cdot \det(I + D_s K)^{-1} =$$

$$\begin{aligned}
 & -\det \begin{bmatrix} sE - A(F) & B(F)Q & B(F)K \\ 0 & sI - S & -R \\ -C(F) & D(F)Q & I + D(F)K \end{bmatrix} \cdot \det(I + D_s K)^{-1} = \\
 & -\det \begin{bmatrix} sE - A(F) + B(F)K[I + D(F)K]^{-1}C(F) & B(F)Q - B(F)K[I + D(F)K]^{-1}D(F)Q \\ -R[I + D(F)K]^{-1}C(F) & sI - S + R[I + D(F)K]^{-1}D(F)Q \end{bmatrix} \times \\
 & \det[I + D(F)K]^{-1} \cdot \det(I + D_s K)^{-1}. \tag{证毕.}
 \end{aligned}$$

## PROPER STABILIZATION OF GENERALIZED DECENTRALIZED SYSTEMS WITH DIRECT CONTROL FEEDTHROUGH

GAO ZHIWEI WANG XIANLAI LI GUANGQUAN

(Department of Automation, Tianjin University, Tianjin 300072)

**Abstract** The paper addresses the problem of proper stabilization of generalized decentralized systems with direct control feed through. A necessary and sufficient condition is developed and mathematically proved for generalized systems to be made internally stable and impulse-free (or to be properly stabilized) by decentralized normal dynamic compensators. It is shown that the unstable finite fixed modes and impulsive fixed modes are obstacles for properly stabilizing generalized decentralized systems. Our results are completely suitable for systems without direct control feed through terms, and are of significance for the design of properly stabilizing decentralized normal dynamic compensators for generalized systems.

**Key words** generalized systems, decentralized control, proper stabilization.

**高志伟** 1965年生,1987年毕业于天津大学自动化系,1987年至1990年在机械工业部天津电气传动设计研究所工作,1993年和1996年在天津大学系统工程研究所分别获得工学硕士和博士学位.曾在南开大学做博士后研究工作,现任天津大学副教授.主要研究兴趣包括广义系统、分散控制、非光滑分析与优化.

**王先来** 1946年生,天津大学自动化系教授,《控制理论与应用》杂志编委.主要研究方向是智能控制、分散控制、自适应控制等.

**李光泉** 1936年生,天津大学系统工程研究所教授,自动化学会理事.主要研究领域为过程控制、大系统理论与应用等.