第 24 卷 第 6 期
1998 年 11 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 24, No. 6
Nov., 1998

有约束多目标多自由度优化的可行性分析及软约束调整[1)]

席裕庚 谷寒雨

(上海交通大学自动化研究所 上海 200030)

摘 要 有约束多目标多自由度优化是从复杂工业过程优化控制的实际应用背景出发而提出的. 文中讨论了它的可行性问题,并将其规范成一线性规则问题,给出了判断可行性及调整软约束的统一算法.

关键词 有约束多目标多自由度优化,可行性分析,软约束,线性规划.

1 引言

随着计算机技术的迅速发展和人们对控制系统总体性能要求的不断提高,复杂工业对象的控制正在从以单回路调节为基础的分散型控制向多变量优化控制发展. 近 20 年来,各类多变量优化控制软件包的推出及其在化工、炼油等行业的应用,已使过程控制界对以模型为基础的多变量优化控制产生了强烈的需求. 这些多变量优化控制软件包,如美国 SETPOINT 公司推出的 IDCOM 软件,可以处理多变量、多目标、有约束的控制问题,用户的需求往往可通过良好的人机界面由用户自行调整,实际上反映了一种满意控制的思想[1].

满意控制的核心是,以人机交互技术确定控制的要求,以有约束多目标多自由度优化(Constrained Multi-objective Multi degree of freedom Optimization, CMMO)方法求解控制,以滚动机制实现控制. 在这里,所谓有约束多目标多自由度优化,就是以操作变量的有限自由度,在满足各种过程实际约束的前提下,实现对多个目标的优化. 这类 CMMO 问题与传统的优化理论有所不同,主要表现在对约束条件的理解有所拓宽,即除了包含由过程物理性质所引起的常规硬约束外,还包含了反映控制目标或表达用户愿望的软约束,这些软约束往往是由用户通过界面设定的. 优化控制软件应能检验用户提出的要求是否合理,如果不合理,应能提示用户如何调整软约束才能得到可行的控制. 因此,CMMO 的可行性问题是有约束多目标多自由度优化控制所应解决的首要问题.

文[2]采用几何方法对 CMMO 的可行性问题进行了分析,并给出了相应的算法,但当约束数目增多时,几何方法在理解和实现上都存在一定困难. 为此,本文用代数方法重新规范了 CMMO 的可行性问题,通过将问题转化为一标准线性规划问题,给出了判断 CMMO 可行性的简易算法. 这一算法不但可判断用户设定的约束界域是否合理,而且给

1)国家自然科学基金、国家教委基金和上海市科委基金资助项目.

收稿日期 1996-11-11

出了用户修改软约束条件的定量信息.

2 有约束多目标多自由度优化的可行性描述

考虑稳定的线性时不变多变量系统 S,其输入输出传递函数为

$$y(s) = H(s)u(s), \tag{1}$$

其中 $u\in R^m, y\in R^l, H(s)=[h_{ij}(s)]_{l\times m}, i=1,\cdots,l, j=1,\cdots,m$. 假设系统 S 的稳态增益矩阵存在,稳态下系统的输入输出可表示为

$$y_s = Hu_s. \tag{2}$$

其中 $u_s=u(0), y_s=y(0)$分别为输入输出的稳态值;$H=[h_{ij}]_{l\times m}$为系统的稳态增益矩阵,$h_{ij}=h_{ij}(0)$为 u_j 与 y_i 之间的稳态增益. 设用户对系统的输入输出给出了上下界约束

$$u_{\min}\leqslant u\leqslant u_{\max}, \qquad y_{\min}\leqslant y\leqslant y_{\max}. \tag{3}$$

则 CMMO 问题就是要在模型约束(1)和输入输出约束(3)下, 求解多目标优化问题

$$\text{CMMO}\begin{cases}\min J_i, i = 1,\cdots,p,\\ \text{s.t.}\quad (1)+(3).\end{cases} \tag{4}$$

很明显,上述 CMMO 问题的约束条件涉及到动态变量 u 和 y,因而与控制策略有关,不可能在事先对其可行性作出判断. 但不管 u 和 y 如何变化,作为统一而必要的条件是,它们在到达稳态时必须满足约束条件(1)和(3). 因此我们给出下面的定义.

定义 1. 若存在 u_s, y_s,满足

$$\begin{cases}y_s = Hu_s,\\ u_{\min}\leqslant u_s\leqslant u_{\max},\\ y_{\min}\leqslant y_s\leqslant y_{\max},\end{cases} \tag{5}$$

则称 CMMO 问题存在稳态可行解,简称 CMMO 问题是可行的,它是系统可控的必要条件.

可以证明[4],如果系统初始状态及期望稳态都满足式(5),则存在控制 u 使得系统在从初态过渡到期望稳态的过程中式(3)始终得到满足.

在实际过程中,由用户给出的输入输出约束(3)可分为两类:

1)硬约束,即上下界不能再扩大的约束. 主要由装置的物理性质或性能的极限要求所决定,如阀门开度的上下界,产品中某一含量的合格值等.

2)软约束,即上界或下界尚可进一步扩大的约束. 主要产生于对性能的期望和非极限要求,如希望控制量尽可能在某一范围内变动、输出尽可能控制在某一区间范围等.

为了描述这种约束的可调整性,把式(5)改写为

$$\begin{cases}y_s = Hu_s,\\ u_{\min}-\Delta u_{\min}\leqslant u_s\leqslant u_{\max}+\Delta u_{\max},\\ y_{\min}-\Delta y_{\min}\leqslant y_s\leqslant y_{\max}+\Delta y_{\max},\\ \Delta = [\Delta u_{\min}^{\mathrm{T}},\Delta u_{\max}^{\mathrm{T}},\Delta y_{\min}^{\mathrm{T}},\Delta y_{\max}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\geqslant 0.\end{cases} \tag{6}$$

对于硬约束,相应的分量 $\Delta_i=0$;对于软约束,则允许对应的分量 $\Delta_i\geqslant 0$.

在本文中,我们将根据定义 1 和式 (6),研究以下问题:

1)CMMO 的可行性判断,是否存在满足式 (5) 的 y_s, u_s;

2)CMMO 的软约束调整,若原 CMMO 问题无解,则如何调整对应软约束的 Δ_i 满足式 (6).

下面,我们将通过把问题转化为规范形式,给出求解上述问题的统一算法.

3 有约束多目标多自由度优化的可行性判定

记 $x_1=u_s-u_{\min}+\Delta u_{\min}$, $x_2=u_{\max}-u_s+\Delta u_{\max}$, $x_3=Hu_s-y_{\min}+\Delta y_{\min}$, $x_4=y_{\max}-Hu_s+\Delta y_{\max}$,则式(6)中的不等式可改写为

$$x_i \geqslant 0, \qquad \Delta \geqslant 0. \tag{7}$$

注意到

$$\begin{cases} x_1+x_2=u_{\max}-u_{\min}+\Delta u_{\min}+\Delta u_{\max}, \\ Hx_1+x_4=y_{\max}+\Delta y_{\max}-Hu_{\min}+H\Delta u_{\min}, \\ Hx_2+x_3=Hu_{\max}+H\Delta u_{\max}-y_{\min}+\Delta y_{\min}, \end{cases} \tag{8}$$

并记

$$z=[x_1^{\mathrm{T}},x_2^{\mathrm{T}},x_3^{\mathrm{T}},x_4^{\mathrm{T}},\Delta^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \quad b=\begin{bmatrix} u_{\max}-u_{\min} \\ y_{\max}-Hu_{\min} \\ Hu_{\max}-y_{\min} \end{bmatrix},$$

$$R=\begin{bmatrix} I & I & 0 & 0 & -I & -I & 0 & 0 \\ H & 0 & 0 & I & -H & 0 & 0 & -I \\ 0 & H & I & 0 & 0 & -H & -I & 0 \end{bmatrix},$$

则可将式 (8) 结合式 (7) 改写为标准形式

$$\begin{cases} Rz=b, \\ z\geqslant 0. \end{cases} \tag{9}$$

式(9)给出了满足式(6)的可行解集,特别当 $\Delta=0$ 时,若式(9)有解,则式 (5) 有解.因此,CMMO 的可行解判断可归结为下述定理.

定理 1. 若线性规划问题

$$\text{LP} \begin{cases} \min W=c^{\mathrm{T}}\Delta, \quad c^{\mathrm{T}}=[1,\cdots,1], \\ \text{s.t. } Rz=b, \\ \qquad z\geqslant 0 \end{cases} \tag{10}$$

有最优解 $W=0$,则 CMMO 问题是可行的.

根据上述定理,可利用标准线性规划算法判断 CMMO 问题的可行性.

4 有约束多目标多自由度优化中的软约束调整

在定理 1 的 LP 问题中,若求得 $W_{\min}>0$,则表示原 CMMO 问题 (5) 不可行.这时,就要利用软约束的可调整性(6),放松 u 和 y 的某些上、下界域,使 CMMO 问题可行.由于软约束的选定及它们的调节范围取决于工业现场的实际需要与可能,这将是一个用户与计算机交互的过程.在这个过程中,用户通过界面来表达其调整软约束的偏好,计算机

则通过界面程序向用户显示出软约束调整到什么程度才使问题有可行解,用户对此结果作出判断,若不能接受,则给出可接受的范围,同时指出进一步调整的可能性.如此进行,直至软约束的放松既使用户满意,又使 CMMO 问题可行.这正是满意控制的关键技术之一.

由式(6)可知,由于硬约束的存在,某些 Δ_i 必须固定为 0 而不可调,采用式(10)的性能指标既不能保证这些 Δ_i 保持为 0,也不能反映出操作者调整软约束的意向.因此,首先将式(10)中的性能指标修改为加权形式,得到如下的线性规划问题:

$$\text{LP1}\quad\begin{cases}\min W = c^{\mathrm{T}}\Delta, & c^{\mathrm{T}} = [c_1, \cdots, c_{2(m+l)}],\\ \text{s.t. } Rz = b, & \\ \qquad z \geqslant 0. & \end{cases}\tag{11}$$

上式中 $c_i>0$ 是加权系数,反映了相应 Δ_i 可调整的程度.对于硬约束 Δ_i,相应 $c_i=M$(充分大的正数);对于软约束,则根据用户调整的意向给予加权,如调整 Δ_i 比调整 Δ_j 更愿意接收,则相应的 $c_i<c_j$.

求解 LP1 问题(11),可得到一组新的 Δ,如果其中某些 Δ_i 超出了可接受的范围,则由用户通过界面输入可接受的 Δ'_i,同时程序通过修改相应的 $u(y)_{i\max(\min)}$,将其转化为硬约束,同时修改式(11)中的 b.在此基础上,再次给出一组 c,再求解(11),直至得到可行解.

整个可行性判断和软约束调整可统一为如下算法——CMMO 可行性分析及软约束调整:

步骤 1. 求解 LP1 问题,其中 $c^{\mathrm{T}}=[1,\cdots,1]$,若 $W_{\min}=0$,原 CMMO 问题可行,否则转步骤 2;

步骤 2. 用户根据约束可放松的程度,通过界面输入可调整约束的优先级,程序自动设置相应的 c_i,其余 c_i 默认为 M,计算机求解 LP1 问题,得到一组解 Δ;

步骤 3. 用户判断修改范围 Δ 是否可接受,若满意,则程序结束,否则对于不可接受的 Δ_i,给出相应可接受的 Δ'_i,计算机自动修改相应的界域(即 b),转步骤 2.

上述算法进行到最终时,所有可调整的软约束均已转化为硬约束,如果还不能得到可行解,则表示在用户可接受的输入输出约束变化范围内,原问题不存在可行解.这时,必须增加控制的自由度,才有可能使问题有解.

5 算例

考虑一个 10 输入 7 输出系统,其稳态增益阵为

$$H=\begin{bmatrix}-23.4 & 1.2 & 6.7 & 8.9 & 3.9 & 5.2 & 6.1 & 8.8 & 9.8 & 10.0\\ 4.5 & 5.9 & -8.6 & 3.1 & 2.5 & -3.5 & 4.1 & 1.9 & -8.7 & 12.0\\ 12.0 & -13.0 & 14.0 & 15.0 & -1.5 & 8.9 & 9.6 & -7.8 & 7.9 & 4.5\\ 1.9 & 18.0 & -24.0 & 5.9 & -8.6 & 9.9 & 9.7 & 9.1 & 25.0 & -6.4\\ -29.0 & 19.0 & 10.0 & -9.6 & 2.9 & 5.8 & -7.9 & 11.0 & 16.0 & -20.0\\ 15.0 & -6.2 & 13.0 & -2.4 & 5.4 & 8.7 & -9.1 & 65.0 & 4.5 & 48.0\\ 7.4 & 8.4 & 0.61 & 6.4 & -15.0 & 4.8 & 4.6 & 12.4 & -5.7 & 6.8\end{bmatrix},$$

输入 $u[i]$、输出 $y[i]$的上下界约束分别为

$y_{min}=[24\quad 14\quad 5\quad 9\quad 18\quad 14\quad 11]^T$,

$u_{min}=[-5.4\quad -9.4\quad -1.5\quad -6.1\quad -8.6\quad -4.1\quad -3.4\quad -8.6\quad -4.5\quad -1.5]^T$,

$y_{max}=[24\quad 35\quad 13\quad 20\quad 35\quad 18\quad 23]^T$,

$u_{max}=[-5.3\quad 4.4\quad 1.3\quad 2.1\quad 8.4\quad 5.1\quad 5.6\quad 4.8\quad 6.1\quad 2.3]^T$.

应用前节算法,首先可判断出原问题无可行解,这时若优先考虑调整 $y_{min}[3]$, $y_{min}[4]$,则有如表 1 所示的交互结果. 这表明 $y_{min}[3]$, $y_{min}[4]$分别应由原来的 5,9 调整到 -158.1和-149.9,方能使该问题可行,这显然不能令用户满意. 为此,用户给出了对 $y_{min}[3]$, $y\ min_{[4]}$调整的最大容忍范围(即表中的极限值)0,0,并放松另一个约束$u_{max}[1]$. 经放松后,可得到调整结果如表 2 所示. 对此用户表示满意. 这样,若将原软约束中 $y_{min}[3]$, $y_{min}[4]$, $u_{max}[1]$分别放松到 0,0,-0.9,CMMO 问题便成为可行的.

表 1

可调整约束	极限值	调节优先级		结果
$y_{min}[3]$		2	⇒	$5\to -158.1$
$y_{min}[4]$		1		$9\to -149.9$

表 2

可调整约束	极限值	调节优先级		结果
$y_{min}[3]$	0		⇒	$5\to 0$
$y_{min}[4]$	0			$9\to 0$
$u_{max}[1]$		1		$-5.3\to -0.9$

在上述交互过程中,用户并不需要知道程序的内部运行机理和参数选择,只需根据界面显示的结果,给出对约束调整的优先次序及容忍程度. 这显然是现场用户易于做到的.

6　结束语

本文结合满意控制中有约束多目标多自由度优化控制问题，给出了判断其可行性及调整软约束的统一算法. 这一算法在内部归结为一个标准线性规划问题，在外部通过人机交互反映用户的满意度,从而为工业过程控制中的有约束多变量优化提供了具体的分析工具.

参　考　文　献

1　席裕庚. 复杂工业过程的满意控制. 信息与控制,1995,**24**(1):14—20

2　席裕庚,李慷. 工业过程有约束多目标多自由度优化控制的可行性分析. 控制理论与应用，1995,**12**(5):590—596

3　张建中,许绍吉 . 线性规划. 北京:科学出版社,1990

4　谷寒雨. 有约束多目标多自由度优化的可行性及灵敏度分析[学位论文]. 上海:上海交通大学,1997.

FEASIBILITY ANALYSIS AND SOFT CONSTRAINTS ADJUSTMENT OF CMMO

XI YUGENG GU HANYU
(*Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030)

Abstract CMMO (constrained multi-objective multi-degree of freedom optimization) is developed from the application background of optimization control for complex industrial processes. In this paper, the feasibility analysis and soft constraints adjustment of CMMO are discussed and transformed into a linear programming problem, An effective interactive method is presented to solve this LP problem.

Key words CMMO, feasibility analysis, soft constraints, linear programming

席裕庚 1946年生,1968年毕业于哈尔滨军事工程学院,1984年在慕尼黑工业大学获德国工学博士学位,现为上海交通大学教授、博士生导师.目前主要研究方向是复杂工业过程及智能机器人控制的理论和方法.

谷寒雨 1974年生,1994年毕业于上海交通大学,获学士学位.现为上海交通大学博士研究生,研究方向是复杂工业过程的建模、控制及优化.