

研究简报

# 大范围模型参数变化系统的 $H_\infty$ /加权混合灵敏度设计方法研究

郑建华 张立荣

(中国科学院空间中心 北京 100080)

杨 涤

(哈尔滨工业大学 哈尔滨 150001)

李乃宏

(中国长城工业总公司 北京 100080)

**关键词** 鲁棒稳定性, 标准  $H_\infty$  控制问题, 混合灵敏度问题, 自动驾驶仪.

## 1 引言

为提高系统对有界范数不确定性和有限能量外干扰信号的抵抗能力,  $H_\infty$  控制设计方法应运而生. 目前  $H_\infty$  控制设计的算法<sup>[1]</sup> 已很成熟, 关键问题在于它的应用. 由于设计出的  $H_\infty$  控制器必须使闭环系统具有一定的鲁棒稳定性和抗干扰能力等性能指标, 这些指标可通过合理选择权函数使系统的灵敏度函数  $S$  及补灵敏度函数  $T$  按系统的性能要求“成形”实现, 常称此问题为  $H_\infty$ /加权混合灵敏度设计问题. 当以输出端乘型不确定性等效表示模型的高频未建模动态特性和模型参数不确定性时,  $H_\infty$ /加权混合灵敏度问题

表示为:  $\left\| \begin{matrix} W_1 S \\ W_2 T \end{matrix} \right\|_\infty < 1$ , 这里  $W_1(s)$  为性能权函数, 反映出对灵敏度函数  $S$  的形状要求,

$W_2(s)$  为不确定性权函数, 由被控对象的模型不确定性决定, 因此权函数的选取方法一直是应用  $H_\infty$  控制设计的重要问题之一. 另外利用  $H_\infty$  控制设计方法设计的控制器仅能在可允许的不确定性界内保证系统的鲁棒稳定性要求, 超出这一范围就不一定能满足要求, 甚至系统有可能出现不稳定, 因此大范围模型参数变化系统的模型不确定性界限定问题是应用  $H_\infty$  控制设计的另一重要问题. 本文将对这两个问题进行讨论.

## 2 权函数选取及大范围模型参数变化系统的不确定性界限定方法

### 2.1 权函数选取方法

下面从工程应用角度给出适于一般系统  $H_\infty$  控制设计的权函数选取方法.

#### a. 权函数 $W_2(s)$ 的选取方法

$W_2(s)$  由模型的非结构不确定性即高频未建模动态特性和模型参数不确定性决定, 反映出被控对象本身的固有特性. 由于高频未建模动态特性和测量噪声在低频段相对较

小,因此在低频段  $W_2(s)$  的幅值应不小于模型参数变化引起的等效模型误差的最大奇异值;由于高频未建模动态特性随频率的增高而增大,因此在高频段模型动态特性主要由高频未建模不确定性决定,另外,为抑制测量噪声的作用,在高频段  $W_2(s)$  的幅值一般较大,即使  $W_2(s)$  具有高通滤波特性; $W_2(s)$  与 0dB 线(即  $|W_2(s)|=1$  时)的交叉频率近似等于或稍大于希望的闭环系统带宽.

#### b. 权函数 $W_1(s)$ 的选取方法

由于系统的外输入命令和外干扰信号的频率一般较低. 因此为使系统具有良好的命令跟踪能力和抗干扰能力,在低频段  $W_1(s)$  的幅值应尽可能大;为控制系统的超调量,在高频段  $W_1(s)$  的幅值一般取在 0.1—0.8 之间; $W_1(s)$  与 0dB 线(即  $|W_1(s)|=1$  时)的交叉频率近似等于或稍小于希望的闭环系统带宽.

由于  $H_\infty$  控制器的阶数等于标准被控对象和权函数阶数之和,因此为得到低阶次的控制器,按上述方法选取权函数时,在保证设计要求的前提下要尽可能选择低阶次的权函数. 另外利用上述方法选取的权函数应使广义被控对象  $P(s)$  满足  $H_\infty$  控制设计算法中解存在的 6 个假设条件<sup>[1]</sup>.

## 2.2 大范围模型参数变化系统的模型不确定性界限定方法

利用  $H_\infty$  控制设计方法设计出的控制器仅在可允许的模型不确定性界内保证系统的鲁棒稳定性要求,超出这一范围就不一定能满足要求,或者即便可放宽模型不确定性界,勉强做到设计出的  $H_\infty$  控制器使更大范围的模型变化系统鲁棒稳定,但系统的鲁棒稳定性与性能是一对矛盾,扩大闭环反馈系统可允许的不确定性界是以牺牲系统的性能为代价的. 因此要想用基于标称模型设计的  $H_\infty$  控制器,控制大范围模型参数变化的被控对象且要满足一定的性能指标,不能简单地直接利用  $H_\infty$  控制设计方法设计控制器,必须首先采取一定的措施限制弹道上的等效模型误差. 从 Zames<sup>[2]</sup> 提出的利用反馈可缩小模型的误差界进而降低模型的不确定性中得到启示,在设计大范围模型参数变化被控对象的  $H_\infty$  控制器时,首先引入一个内反馈回路使得相对标称设计模型的等效模型误差限制在  $H_\infty$  控制器许可的范围内,然后利用  $H_\infty$  控制设计的两个代数 Riccati 方程算法<sup>[1]</sup> 求解控制器.

## 3 设计实例

某型地对空 BTT 导弹与目标的最大斜距为 50 公里,弹道上导弹速度  $V$  变化范围为 554—1405 米/秒,高度  $h$  变化约 17.5 公里,动压头变化约 7 倍,沿弹道飞行时导弹的模型参数变化较大,因此传统的自动驾驶仪设计方法由于鲁棒性较差,在控制导弹飞行时需依据导弹飞行状态变化进行多个驾驶仪切换. 本文希望依据  $H_\infty$ /加权混合灵敏度方法基于弹道上某特征点设计的自动驾驶仪,能按系统的性能要求控制导弹沿整个弹道稳定、准确地飞行.

以 BTT 导弹沿标准弹道飞行时主发动机停车点对应的俯仰—偏航通道数学模型为标称模型  $G(s)$ , 其状态变量  $x = [n_y, n_z, \omega_y, \omega_z, \delta_y, \delta_z]^T$ , 输出信号  $y = x$ , 输入信号  $u = [\delta_{y_c}, \delta_{z_c}]^T$ . 在标准弹道上又取其它 6 个特征点,相应各特征点的数学模型在后面驾驶仪的设计和结果分析中要用到. 俯仰—偏航通道控制系统结构如图 1 所示.

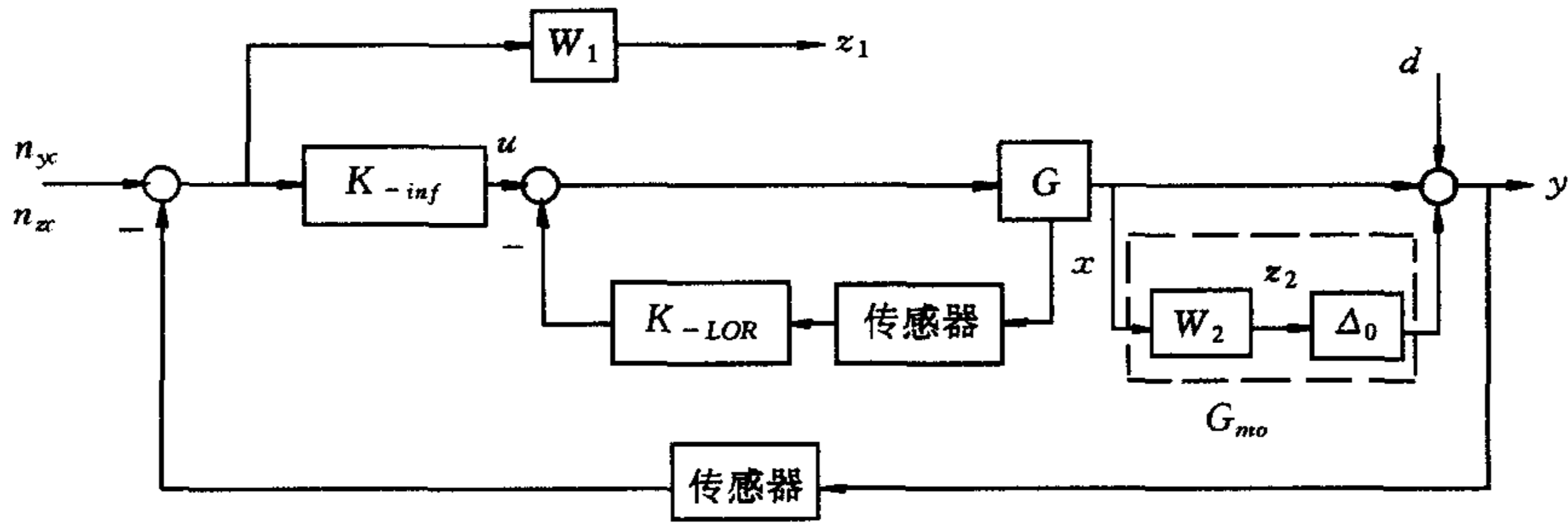


图1 俯仰-偏航通道控制系统结构图

由于模型的状态变量均可测,因此可方便地用线性二次调节 LQR 方法设计内回路控制器  $K_{-LQR}$  图2,为控制器  $K_{-LQR}$  调试结束时其它6个特征点的数学模型相对标称模型的等效输出端乘型不确定性的最大奇异值  $\bar{\sigma}(G_{moi})$  的 Bode 图(0dB 线以下的曲线),可以看出等效输出端乘型模型不确定性界严格限定在  $H_\infty$  控制设计可允许的范围

内。从系统的响应速度要求和被控对象的特性等几方面考虑取系统的带宽  $\omega_c \approx 10\text{rad/s}$ . 由前述权函数选取方法,取  $W_2(s) = (s + 10)/15I_{2 \times 2}$ ,  $W_1(s) = 0.1\gamma(s + 60)/(s + 0.01)I_{2 \times 2}$ , 其中  $\gamma$  为调节系数,  $W_2(s)$  的 Bode 图如图2的实线所示. 逐步调节  $\gamma$ , 在保证闭环系统鲁棒稳定性的前提下尽可能提高系统的性能, 调试结果表明当  $\gamma = 0.92$  时系统的代价函数的奇异值在远大于系统带宽的频带内近似为1, 即实现了  $H_\infty$  控制设计的目标.

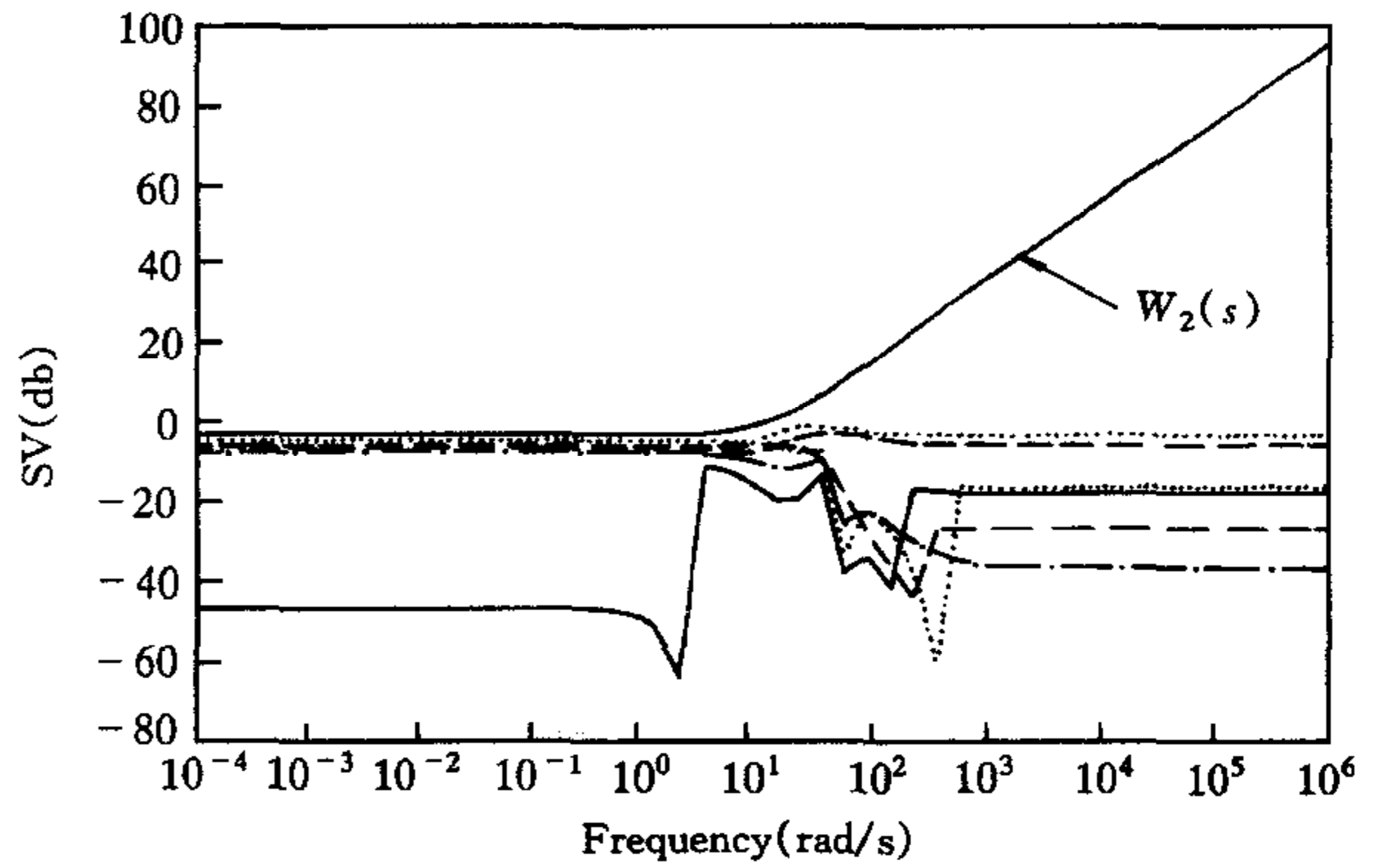
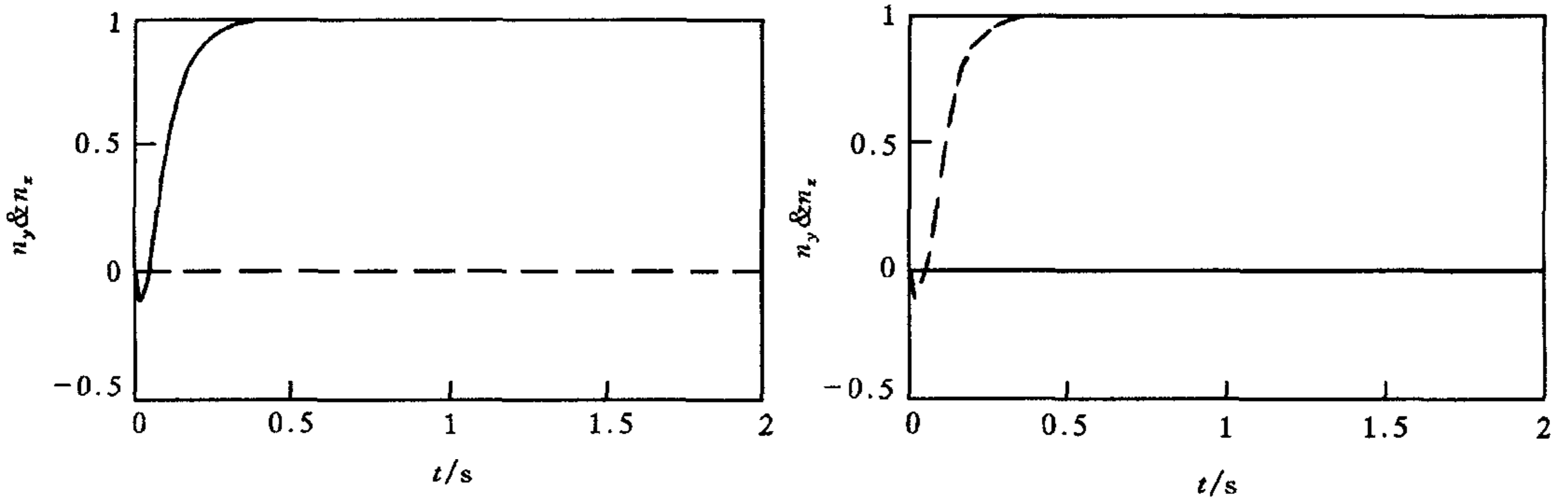


图2  $W_2(s), \bar{\sigma}(G_{moi})$  的 Bode 图



(a) 过载命令  $n_{yc}=1, n_{zc}=0$

(b) 过载命令  $n_{yc}=0, n_{zc}=1$

图3 过载  $n_y, n_z$  的单位阶跃响应曲线

图3为标称设计点的线性仿真结果,可见对标称控制模型,系统的时域响应性能良好.

将基于标称点设计的驾驶仪作用于弹道上其它6个特征点,仿真结果表明基本满足设计要求.为进一步考察设计的自动驾驶仪的鲁棒性,文献[3]一方面用设计的自动驾驶仪控制导弹这一非线性大范围参数变化模型沿全弹道飞行,另一方面改变目标的飞行空域即相应改变导弹的飞行空域,验证更大空域范围内自动驾驶仪的鲁棒性.结果表明:设计的导弹控制系统有很好的鲁棒稳定性和良好的跟踪性能,具体仿真结果见文献[3].

## 4 结束语

由仿真结果知,依据本文给出的方法基于弹道上某特征点设计的自动驾驶仪可按系统的性能要求控制导弹的全弹道飞行.表明提出的适于一般大范围模型参数变化系统的模型不确定性界限定方法和权函数选取方法合理、可行.

**致谢** 本文的工作得到中国科学院空间中心胡行毅研究员的大力支持,特此感谢!

## 参 考 文 献

- 1 Doyle J C, Glover K, Hargoneger P K, Francis B A. State-space solution to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  Control problem. In: Proceeding of the American Control Conference, Atlanta, 1988, 1691—1696
- 2 Zames G. Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformations, Multiplicative Seminorms, and Approximate Inverse. *IEEE Trans. Automatic Control*, 1981, **AC-26**(2):301—320
- 3 郑建华.鲁棒控制理论及其在BTT导弹中的应用[博士学位论文].哈尔滨:哈尔滨工业大学,1996年1月

## **$H_\infty$ MIXED SENSITIVITY DESIGN METHOD FOR SYSTEMS WITH LARGE RANGE OF MODEL PARAMETER VARIATIONS**

ZHENG JIANHUA      ZHANG LIRONG

(Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

YANG DI

LI NAIHONG

(Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001)

(China Great Wall Industry Corporation, Beijing 100080)

**Key words** Robust stability, standard  $H_\infty$  control problem, mixed sensitivity design problem, autopilot.