第24卷 第6期 自 动 化 学 报 Vol. 24, No. 6
1998年11月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1998

研究简报

滞后不确定性系统的鲁棒控制[1)]

程储旺 孙优贤
(浙江大学工业控制技术国家重点实验室,工业控制技术研究所 杭州 310027)
王文杰
(中国纺织大学自动化系 上海 200051)

关键词 时变时滞,不确定性系统,匹配条件,黎卡提方程.

1 主要结果

本文将文[1]的结论推广到具有多重状态时滞和多重控制时滞的不确定性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=(A_0+B_0\Delta A_0(\boldsymbol{r}_0(t)))\boldsymbol{x}(t)+\sum_{i=1}^{N}B_0(A_i+\Delta A_i(\boldsymbol{r}_i(t)))\boldsymbol{x}(t-d_{xi}(t))+$$

$$(B_0+B_0\Delta B_0(\boldsymbol{s}_0(t)))\boldsymbol{u}(t)+\sum_{l=1}^{M}B_0(B_l+\Delta B_l(\boldsymbol{s}_l(t)))\boldsymbol{u}(t-d_{ul}(t)), \quad (1a)$$

$$\boldsymbol{x}(t)=0,\quad t<0,\quad \boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{x}_0, \quad (1b)$$

其中 $\boldsymbol{x}\in R^n$ 是状态向量,$\boldsymbol{u}\in R^m$ 是控制向量,$\boldsymbol{r}_i(t)\in R^{l_1}(i=0,\cdots,N)$ 和 $\boldsymbol{s}_l(t)\in R^{l_2}(l=0,\cdots,M)$ 是时变不确定性参数向量,$A_i(i=0,\cdots,N)$ 和 $B_l(l=0,\cdots,M)$ 是具有适当维数的常数矩阵.各时滞满足下列不等式:

$$d_{xi}(t),d_{ul}(t)\leqslant\bar{d}<\infty;\quad \dot{d}_{xi}\leqslant\bar{m}_i<1;\quad \dot{d}_{ul}\leqslant\bar{m}_l<1;\quad M_l(1-\bar{m})<1.$$

$\boldsymbol{r}_i(t),\boldsymbol{s}_l(t)$ 分别在勒贝格可测紧集 R_i 和 S_l 中,

$$R_i=:\{\boldsymbol{r}\,\|r_{ij}|\leqslant\bar{r}_i,j=1,\cdots,l_1\},\quad i=0,\cdots,N, \quad (2a)$$

$$S_l=:\{\boldsymbol{s}\,\|s_{lk}|\leqslant\bar{s}_l,k=1,\cdots,l_2\},\quad l=0,\cdots,M. \quad (2b)$$

将 ΔA_i 和 ΔB_l 表示成秩1矩阵的和,即

$$\Delta A_i(\boldsymbol{r}_i(t))=\sum_{j=1}^{l_1}A_{ij}r_{ij}(i=0,\cdots,N),\quad \Delta B_l(\boldsymbol{s}_l(t))=\sum_{k=1}^{l_2}B_{lk}s_{lk}(l=0,\cdots,M), \quad (3)$$

其中 A_{ij} 和 B_{lk} 满足 $$A_{ij}=d_{ij}e_{ij}^{\mathrm{T}},\quad B_{lk}=f_{lk}g_{lk}^{\mathrm{T}}. \quad (4)$$

记

$$T_i=:\bar{r}_i\sum_{j=1}^{l_1}d_{ij}d_{ij}^{\mathrm{T}},\quad U_i=:\bar{r}_i\sum_{j=1}^{l_1}e_{ij}e_{ij}^{\mathrm{T}},\quad i=0,\cdots,N, \quad (5a)$$

1) 国家教委博士点基金和中国博士后基金资助课题.
收稿日期 1996-06-11

$$V_l = :\bar{s}_l \sum_{k=1}^{l_2} f_{lk} f_{lk}^{\mathrm{T}}, \quad W_l = :\bar{s}_l \sum_{k=1}^{l_2} g_{lk} g_{lk}^{\mathrm{T}}, \quad l = 0, \cdots, M. \tag{5b}$$

考虑下述代数黎卡提方程

$$PA_0 + A_0^{\mathrm{T}}P - PB_0\hat{R}B_0^{\mathrm{T}}P + U_0 + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{1-\overline{m}_i}(I_n + U_i) + \varepsilon Q = 0, \tag{6}$$

其中

$$\hat{R} = \frac{1}{\varepsilon}(R^{-1} - R^{-1}(W_0 + \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} W_i)R^{-1} - \sum_{l=1}^{M} \frac{M}{1-\overline{m}_l}V_l - \sum_{i=1}^{N} T_i - V_0 - T_0 - \sum_{i=1}^{N} A_i A_i^{\mathrm{T}}), \tag{7}$$

ε 是正常数，I_n 是 $n\times n$　单位矩阵，$R\in\mathscr{R}^{m\times m}$和 $Q\in\mathscr{R}^{n\times n}$是正定对称加权阵.

设控制输入为

$$\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\varepsilon}R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}(t), \tag{8}$$

则由式(1)和(8)组成的闭环反馈系统为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = (A_0 + B_0\Delta A_0(\boldsymbol{r}_0(t)))\boldsymbol{x}(t) - \frac{1}{\varepsilon}(B_0 + B_0\Delta B_0(\boldsymbol{s}_0(t)))R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}(t) + \sum_{i=1}^{N} B_0(A_i + \Delta A_i(\boldsymbol{r}_i(t)))\boldsymbol{x}(t - d_{xi}(t)) - \frac{1}{\varepsilon}\sum_{l=1}^{M} B_0(B_l + \Delta B_l(\boldsymbol{s}_l(t))) \times \Delta B_l(\boldsymbol{s}_l(t)))R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}(t - d_{ul}(t)).$$

取李雅普诺夫函数

$$V(t,\boldsymbol{x}) = :\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x} + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{1-\overline{m}_i}\int_{t-d_{xi}}^{t} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\theta)(I_n + U_i)\boldsymbol{x}(\theta)\mathrm{d}\theta + \frac{1}{\varepsilon M}\sum_{l=1}^{M}\int_{t-d_{ul}}^{t} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\theta)PB_0(R^{-1} + R^{-1}W_lR^{-1})B_0^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}(\theta)\mathrm{d}\theta,$$

利用不等式　$2|\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}| \leqslant \alpha\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + \frac{1}{\alpha}\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\,(\alpha>0)$，易得

$$\dot{V} \leqslant \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\hat{S}\boldsymbol{x} - \frac{2}{\varepsilon}\sum_{l=1}^{M} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}PB_0B_lR^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}(t - d_{ul}) - \sum_{l=1}^{M} \frac{1-\overline{m}_l}{\varepsilon M}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t - d_{ul})PB_0R^{-1}B_0^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}(t - d_{ul}),$$

其中 $\hat{S} = :PA_0 + A_0^{\mathrm{T}}P - PB_0\hat{R}B_0^{\mathrm{T}}P + U_0 + \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{1-\overline{m}_i}(I_n + U_i)$.

记 $X^{\mathrm{T}} = (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}, \frac{1}{\varepsilon}(B_0^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t - d_{ul})), \cdots, \frac{1}{\varepsilon}(B_0^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t - d_{uM})))$，则有 $\dot{V}(t,\boldsymbol{x}) \leqslant X^{\mathrm{T}}WX$，其中

$$W = \begin{bmatrix} \hat{S} & -PB_0B_1R^{-1} & \cdots & -PB_0B_MR^{-1} \\ -R^{-1}B_1^{\mathrm{T}}B_0^{\mathrm{T}}P & -\frac{1-\overline{m}_1}{M}\varepsilon R^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R^{-1}B_M^{\mathrm{T}}B_0^{\mathrm{T}}P & 0 & \cdots & -\frac{1-\overline{m}_M}{M}\varepsilon R^{-1} \end{bmatrix}.$$

所以只要方程(6)有正定对称解,利用 Schure 补知存在正常数 ξ,使得

$$\dot{V}(t,\boldsymbol{x}) \leqslant -\xi\|\boldsymbol{x}\|^2 < 0.$$

由此即得如下定理.

定理. 给定系统(1),若对某正数 ε,方程(6)存在正定对称解,则式(8)是使不确定性系统(1)渐近稳定的状态反馈控制律.

显然,文[1]中定理1只是上述定理的一个简单推论.

2 结语

我们将文[1]中不确定性满足匹配条件的具有单一常值状态时滞的线性系统可状态反馈镇定的充分条件推广到一般情形.对系统时滞只做了非常一般性的假设,就得到了具有多重时变状态时滞和多重时变控制输入时滞不确定性系统可状态反馈镇定的充分条件,并给出了反馈控制器的构造.与文[1]相比,本文对系统的限制减弱了很多,并得到了最一般性的结论.

参 考 文 献

1 杨保民,孙 明,孙 翔.滞后不确定性系统的鲁棒稳定调节器设计.自动化学报,1994,**20**(2):202—208

ROBUST CONTROL OF UNCERTAIN DELAY SYSTEMS

CHENG CHUWANG SUN YOUXIAN

(*National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

WANG WENJIE

(*Department of Automation, China Textile University, Shanghai* 200051)

Key words Time-varying delays, uncertain systems, matching conditions, Ricatti equation.