第24卷 第6期 自 动 化 学 报 Vol. 24, No. 6
1998年11月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1998

研究简报

具有多时滞的不确定多变量反馈系统的鲁棒稳定化[1)]

钟守铭 黄廷祝

(电子科技大学应用数学系 成都 610054)

关键词 鲁棒稳定化,不确定性,时滞,多变量反馈系统,BIBO 稳定性.

1 引言

在实际控制过程中,虽然复杂工业过程与控制对象可以用线性数学模型来描述,但由于模型的误差、测量的误差和线性化近似等,不确定性就会出现在控制系统中. 这些不确定项给原来稳定系统的鲁棒稳定性分析带来了许多研究课题,已经引起了自动控制界和应用数学界的极大兴趣. 另一方面,在很多实际的控制问题中,时间滞后现象是经常出现的,并且它的存在常常是导致系统不稳定的根源. 因此,研究不确定的时滞系统的鲁棒稳定化问题,具有重要的理论意义和实际应用价值.

2 系统的描述与准备

考虑如下的不确定多时滞系统

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{n} (A_i + \Delta A_i) x(t - h_i) + (B + \Delta B) u(t), \quad t \geqslant 0, \tag{1a}$$

$$y(t) = (C + \Delta C) x(t), \quad t \geqslant 0, \tag{1b}$$

其初始条件为

$$x(t) = \varphi(t), \ -h \leqslant t \leqslant 0. \tag{2}$$

上式中 $h_0=0$;$h_i(i=1,2,\cdots,n)$是不同的正实数,n 是一个正整数,$h=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\{h_i\}$;$A_i\in R^{n\times n}$,$B\in R^{n\times m}$,$C\in R^{p\times n}$分别是状态矩阵、输入矩阵和输出矩阵;$x(t)\in R^n$,$u\in R^m$,$y\in R^p$ 分别表示系统的状态变量、输入变量和输出变量;ΔA_i,ΔB,ΔC 分别是相应维数的参数扰动矩阵,并且满足

$$\|\Delta A_i\| \leqslant a_i (i = 1,2,\cdots,n), \quad \|\Delta B\| \leqslant b, \quad \|\Delta C\| \leqslant c. \tag{3}$$

$\varphi(t)$是$[-h,0]$上连续的 n 维向量初始函数,并且有

$$\|\varphi\| = \sup_{-h\leqslant t\leqslant 0} \{\|\varphi(t)\|\}. \tag{4}$$

本文的目的是找出多变量反馈控制律

1) 国家自然科学基金资助项目.

收稿日期 1996-04-30

$$u(t) = -\sum_{i=0}^{n} F_i x(t-h_i), \tag{5}$$

其中 $F_i(i=0,1,\cdots,n)$是 $m\times n$ 矩阵,使得闭环系统(1)和(5)是指数稳定的.

引理1. 设 $P(t)$是在区间$[t_0-\tau,+\infty)$上的非负连续函数,并且在区间$[t_0,+\infty)$上满足不等式

$$\dot{P}(t) \leqslant -\alpha P(t) + bP_t, \tag{6}$$

其中 $\alpha>0,\tau\geqslant 0,b\geqslant 0$均是常数;$P_t=\sup\limits_{-\tau\leqslant\theta\leqslant 0}\{P(t+\theta)\}$,当 $b<\alpha$ 时,存在 $\varepsilon>0$,使得

$$P(t) \leqslant P_{t_0} e^{-\varepsilon(t-t_0)}, \quad t \geqslant t_0. \tag{7}$$

3 系统的鲁棒稳定化

考虑由系统(1)和(5)描述的闭环系统

$$\dot{x}(t) = (A_0 - BF_0)x(t) + \sum_{i=1}^{n}(A_i - BF_i)x(t-h_i) + \sum_{i=0}^{n}(\Delta A_i - \Delta BF_i)x(t-h_i), \tag{8}$$

定义转移矩阵为 $\Phi(t)=\exp[(A_0-BF_0)t]$,则式(8)的解为

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \sum_{i=1}^{n}\int_0^t \Phi(t-s)(A_i - BF_i)x(s-h_i)\mathrm{d}s + \sum_{i=0}^{n}\int_0^t \Phi(t-s)(\Delta A_i - \Delta BF_i)x(s-h_i)\mathrm{d}s. \tag{9}$$

假设$(A_i,B)(i=0,1,\cdots,n)$能控,首先选择 F_0,使得转移矩阵 $\Phi(t)$满足不等式

$$\|\Phi(t)\| \leqslant me^{-\alpha t}, t \geqslant 0, \tag{10}$$

其中 $m>0,\alpha>0$为常数. 由式(10)可知,$-\alpha=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\mathrm{Re}[\lambda_i(A_0-BF_0)]$.

设 $\beta_i=\|A_i-BF_i\|(i=1,2,\cdots,n)$且 $\beta_0=0$,可有下述定理.

定理1. 假设$(A_i,B)(i=0,1,\cdots,n)$能控,考虑多时滞系统(8),选择反馈矩阵 $F_i(i=0,1,2,\cdots,n)$,使其满足式(10)和 $\sum\limits_{i=0}^{n}(\beta_i+a_i+b\|F_i\|)<\dfrac{\alpha}{m}$,则系统(8)的零解是指数稳定的.

注. 当 $\Delta A_i=0(i=1,2,\cdots,n)$,$\Delta B=0$时,系统(8)变为文[1]所研究的系统,定理1的条件变为 $\sum\limits_{i=1}^{n}m\beta_i<\alpha$,而文[1]的条件为 $\sum\limits_{i=1}^{n}m\beta_i e^{\alpha h_i}<\alpha$,显然比文[1]的条件优越.

4 BIBO 稳定性

考虑控制律 $u(t)=r(t)-\sum\limits_{i=0}^{n}F_i x(t-h_i)$,其中 $r(t)\in R^m$ 是参考输入信号. 我们的目的是使得具有参考输入的系统(1)是 BIBO 稳定的. (BIBO 稳定的定义见文[2].)

将控制律代入式(1),得到闭环系统如下:

$$\dot{x}(t) = (A_0 - BF_0)x(t) + \sum_{i=1}^{n}(A_i - BF_i)x(t-h_i) + \sum_{i=0}^{n}(\Delta A_i - \Delta BF_i)x(t-h_i) + (B+\Delta B)r(t), \tag{11a}$$

$$y(t) = (C + \Delta C)x(t). \tag{11b}$$

选择 F_0,使转移矩阵 $\Phi(t)$满足式(10),则式(11)的解为

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \sum_{i=1}^{n}\int_0^t \Phi(t-s)(A_i - BF_i)x(s-h_i)\mathrm{d}s + \sum_{i=0}^{n}\int_0^t \Phi(t-s)(\Delta A_i - \Delta BF_i)x(s-h_i)\mathrm{d}s + \int_0^t \Phi(t-s)(B+\Delta B)r(s)\mathrm{d}s. \tag{12}$$

定理2. 假设(A_i,B)是能控的,对具有参考输入 $r(t)\in L_\infty^m$的控制律,选择 F_i 满足$\sum_{i=0}^{n} m(\beta_i+a_i+b\|F_i\|)e^{ah_i}<\alpha$,则闭环系统(12)是 BIBO 稳定的.

参　考　文　献

1 Lu H C, Chen B S. Stabilization of multivariable feedback systems with multiple time delays. *Int J Systems Sci.*, 1988,**19**(6):953—966

2 Wu H, Mizukami K. Robust stabilization of uncertain linear dynamical systems. *Int J Systems Sci.*, 1993,**24**(2):265—276

ROBUST STABILIZATION OF UNCERTAIN MULTIVARIABLE FEEDBACK SYSTEMS WITH MULTIPLE TIME DELAYS

ZHONG SHOUMING　　HUANG TINGZHU

(*Department of Applied Mathematics, UEST of China, Chengdu* 610054)

Key words　Robust stabilization, uncertainty, time delay, multivariable feedback system, BIBO stability.