第24卷 第6期
1998年11月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 24, No. 6
Nov., 1998

研究简报

基于双重准则的二自由度预测控制——离散情况[1)]

刘 兵
（电力自动化研究院系统研究所 南京 210003）
冯纯伯
（东南大学自动化研究所 南京 210096）

关键词 离散预测控制，广义谱分解，双重准则.

1 引言

文[1]已指出，文[2]不具有预测控制的基本特点，并且忽略了噪声对系统的影响. 本文基于文[2]的思想，在设计预测控制系统时直接考虑噪声的影响.

2 系统描述及预测估计

记 $f \triangleq f(z^{-1})$，$f^* \triangleq f^{\mathrm{T}}(z)$，其它符号的意义和文[1]类同. 参考文[2]，考虑如图1所示的二自由度控制系统，其中 $W_r=E(z^{-1})/A_e(z^{-1})$，$W_d=C(z^{-1})/A(z^{-1})$，$W_v=z^{-1}\times D(z^{-1})/A(z^{-1})$，$W=z^{-1}B(z^{-1})/A(z^{-1})$，$H_f=z^{-k_0}$. 令 $A(z^{-1})=\Delta a(z^{-1})$，$D(z^{-1})=\Delta d_0(z^{-1})$，$\Delta=1-z^{-1}$. 仿文[1]得图1的等价模型

$$A(z^{-1})y(k)=B(z^{-1})\Delta u(k-1)+D_n(z^{-1})\in(k). \tag{1}$$

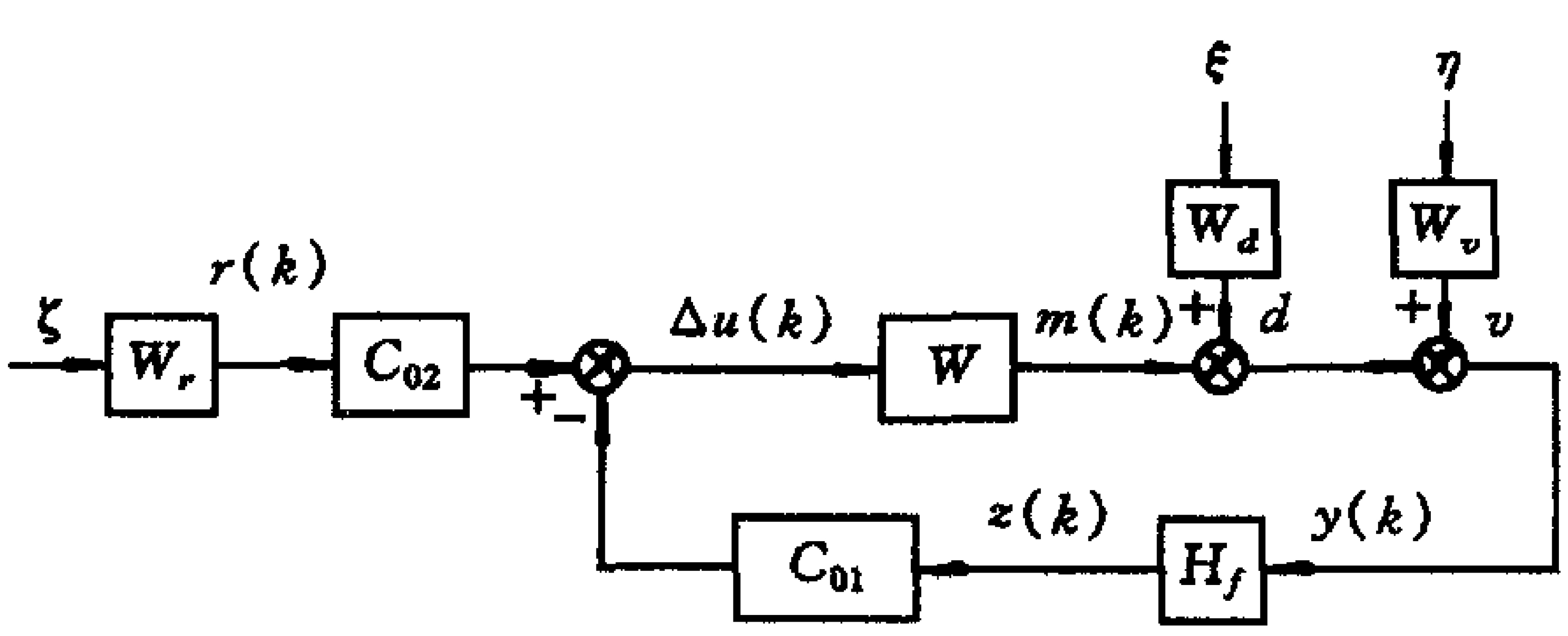

图1 二自由度离散闭环控制系统

预测估计下式[2,3]

$$\hat{y}(k+i)=H_i\Delta\hat{u}(k+i-1)+F_{di}y(k)+G_{di}\Delta u(k-1),\quad i=1,2,\cdots,P, \tag{2}$$

1）国家自然科学基金和河南省教委自然科学基金资助课题.

收稿日期 1996-03-11

$$\begin{cases}\hat{y}(k+i)=WS_iC_{i2}r(k+i)+S_iF_{di}d_v(k),\\ \Delta\hat{u}(k+i)=S_iC_{i2}r(k+i)-M_iF_{di}d_v(k),i=0,1,\cdots,P,\end{cases}\tag{3}$$

其中 $F_{di}=F_i/D_n$,$G_{di}=G_i/D_n$,$D_n=AE_i+z^{-i}F_i$,$BE_i=D_nH_i+z^{-i}G_i$[3]. 记 N_u 为控制时域[3],$H_i(z^{-1})=h_0+h_1z^{-1}+\cdots+h_{i-1}z^{-(i-1)}$.

定义. 若 $i\leqslant N_u$,则 $\overline{H}_i(z^{-1})=H_i$;否则 $\overline{H}_i(z^{-1})=h_{i-N_u}+h_{i-N_u+1}z^{-1}+\cdots+h_{i-1}z^{-(N_u-1)}$. 注意到 $F_{d0}=1$,由式(3)和(2)可得

$$\hat{Y}=\hat{H}\hat{U}+\hat{F}_dd_v(k)+\hat{F}_rS_0C_{02}r(k),\tag{4}$$

$$\hat{U}=S_cr(k)-M_cd_v(k),\tag{5}$$

其中 $\hat{Y}=[\hat{y}(k+1),\hat{y}(k+2),\cdots,\hat{y}(k+P)]^{\mathrm{T}}$,$\hat{U}=[\Delta\hat{u}(k),\Delta\hat{u}(k+1),\cdots,\Delta\hat{u}(k+N_u-1)]^{\mathrm{T}}$,$\hat{H}=[H_x^{\mathrm{T}},H_z^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$,$H_x=\mathrm{diag}\{\overline{H}_i\}_{i=1,\cdots,N_u}$,$H_z$ 为$(P-N_u)\times N_u$ 阵,第 N_u 列为$[\overline{H}_{N_u+1},\cdots,\overline{H}_P]^{\mathrm{T}}$,其它元素为0;$\hat{F}_r=[z^{-1}(G_{d1}+F_{d1}\frac{B}{A}),\cdots,z^{-1}(G_{dP}+F_{dP}\frac{B}{A})]^{\mathrm{T}}$,$\hat{F}_d=[F_{d1},\cdots,F_{dP}]^{\mathrm{T}}-\hat{F}_rM_0$,$S_c=[S_0C_{02},S_1C_{12}z,\cdots,S_{N_u-1}C_{(N_u-1)2}z^{N_u-1}]^{\mathrm{T}}$,$M_c=[M_0,M_1F_{d1},\cdots,M_{N_u-1}F_{d(N_u-1)}]^{\mathrm{T}}$.

3　预测控制算法

仿文[1],取综合指标函数

$$J=J_1+J_2,\tag{6}$$

其中 $J_1=E\{(Q\hat{e})^{\mathrm{T}}(Q\hat{e})+(R\hat{U})^{\mathrm{T}}(R\hat{U})\}=\frac{1}{2\pi j}\oint_{|z|=1}\{\mathrm{trace}(Q^*Q\Phi_{\hat{e}\hat{e}})+\mathrm{trace}(R^*R\Phi_{\hat{U}\hat{U}})\}\frac{\mathrm{d}z}{z}$,$\hat{e}=\hat{Y}-Y_{\mathrm{ref}}$,$Y_{\mathrm{ref}}=[r(k+1),\cdots,r(k+P)]^{\mathrm{T}}$,$Q=\mathrm{diag}\{Q_i\}_{i=1,2,\cdots,P}$ 和 $R=\mathrm{diag}\{R_i\}_{i=1,2,\cdots,N_u}$为加权矩阵,$J_2=\frac{1}{2\pi j}\oint_{|z|=1}[W_1W_1^*S_0H_f(\Phi_{dd}+\Phi_{vv})H_f^*S_0^*+W_2W_2^*(1-S_0)(\Phi_{dd}+\Phi_{vv})(1-S_0^*)]\frac{\mathrm{d}z}{z}$.

取 $Q_i=Q_{ni}/A_w(i=1,\cdots,P)$,$R_1=R_{n1}/A_w$,$W_1=W_{n1}/A_w$,$W_2=AW_{n2}/A_w$. 将式(6)中各项展开,把不含 C_{i1}和 $C_{i2}(i=1,2,\cdots,N_u-1)$而含 C_{01}和 C_{02}的项分离出来,求解 C_{01}和 C_{02}. 现概括为如下定理.

定理1. 对图1所示的二自由度闭环系统,指标函数式(6)的极小化解使闭环系统内稳,并且

$$C_{01}=\frac{C_{n1}}{C_{d1}}=\frac{K}{T}z^{k_0},\quad C_{02}=\frac{K_0D_nD_{c1}}{TD_{c2}E}z^P.\tag{7}$$

闭环反馈系统的特征多项式 ρ、灵敏度 S_0、补灵敏度$1-S_0$及控制灵敏度 M_0分别为

$$\rho=AC_{d1}+z^{-1}BH_fC_{n1}=D_{c1},$$

$$S_0=\frac{AT}{D_{c1}},\quad 1-S_0=\frac{z^{-1}BK}{D_{c1}},\quad M_0=\frac{AK}{D_{c1}}.\tag{8}$$

上式中各符号满足如下关系:

$$D_{c1}^*D_{c1}=D_{c2}^*D_{c2}+(W_{n1}^*W_{n1}+W_{n2}^*W_{n2}A^*A)B^*BD_n^*D_n,\tag{9}$$

$$D_{c2}^{*}D_{c2}=Q_{n1}^{*}Q_{n1}[\overline{H}_{1}\overline{H}_{1}^{*}A^{*}AD_{n}^{*}D_{n}+\overline{H}_{1}z(A^{*}G_{1}^{*}+B^{*}F_{1}^{*})AD_{n}+z^{-1}\times (AG_{1}+BF_{1})\overline{H}_{1}^{*}A^{*}D_{n}^{*}]+\sum_{i=1}^{P}Q_{ni}^{*}Q_{ni}(AG_{i}+BF_{i})(G_{i}^{*}A^{*}+F_{i}^{*}B^{*})+R_{n1}^{*}R_{n1}A^{*}AD_{n}^{*}D_{n}, \quad (10)$$

且 D_{c1}, D_{c2}稳定.

$$D_{c1}^{*}z^{-g}K+L(A_{w}A)=\Big[Q_{n1}^{*}Q_{n1}\overline{H}_{1}^{*}D_{n}^{*}A^{*}F_{1}+\sum_{i=1}^{P}Q_{ni}^{*}Q_{ni}z(G_{i}^{*}A^{*}+F_{i}^{*}B^{*})F_{i}+W_{n1}^{*}W_{n1}zB^{*}D_{n}^{*}D_{n}\Big]z^{-g}, \quad (11)$$

$$D_{c1}^{*}z^{-g}T-L(z^{-1}A_{w}B)=\Big[Q_{n1}^{*}Q_{n1}\overline{H}_{1}^{*}\overline{H}_{1}A^{*}D_{n}^{*}D_{n}+Q_{n1}^{*}Q_{n1}\overline{H}_{1}z(G_{1}^{*}A^{*}+F_{1}^{*}B^{*})\times D_{n}+Q_{n1}^{*}Q_{n1}z^{-1}G_{1}\overline{H}_{1}^{*}A^{*}D_{n}^{*}+\sum_{i=1}^{P}Q_{ni}^{*}Q_{ni}G_{i}(G_{i}^{*}A^{*}+F_{i}^{*}B^{*})+R_{n1}^{*}R_{n1}A^{*}D_{n}^{*}D_{n}+W_{n2}^{*}W_{n2}A^{*}B^{*}BD_{n}^{*}D_{n}\Big]z^{-g}, \quad (12)$$

$$D_{c2}^{*}z^{-g_{1}}K_{0}+L_{0}(A_{w}A_{e})=\Big[Q_{n1}^{*}Q_{n1}z\overline{H}_{1}^{*}A^{*}D_{n}^{*}+\sum_{i=1}^{P}Q_{ni}^{*}Q_{ni}z^{i+1}(G_{i}^{*}A^{*}+F_{i}^{*}B^{*})\Big]Ez^{-(P+g_{1})}, \quad (13)$$

其中 g, g_1分别是使式(11),(12)和式(13)两边为关于 z^{-1}的多项式的最小正整数. 证明从略(请参见文[1]).

本文是对文[2]的补充和发展. 在预测控制系统设计时直接考虑噪声对系统的影响，使得系统的鲁棒性增强.

参 考 文 献

1 刘 兵,冯纯伯. 基于双重准则的二自由度预测控制——连续情况. 自动化学报,1998,**24**(6):721—725

2 Grimble M J. Two-degree-of-freedom linear quadratic gaussian predictive control. *IEE,Pt-D*, 1995,**142**:295—306

3 Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control. *Automatica*, 1987,**23**:137—160

DUAL CRITERION BASED TWO-DEGREE-OF-FREEDOM PREDICTIVE CONTROL——DISCRETE-TIME CASE

LIU BING
(*System Division, Electric Power Automation Research Institute, Nanjing* 210003)
FENG GHUNBO
(*Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing* 210096)

Key words Discrete-time predictive control, generalized spectrum factorisation, dual criterion.