



耗散系统浑沌控制方法初探¹⁾

武志华

(中国科学院生物物理研究所 北京 100101)

张承福

(北京大学物理系 北京 100871)

朱照宣

(北京大学力学与工程科学系 北京 100871)

摘要 对耗散系统浑沌控制方法的特点作了初步探讨. 结果表明, 与一般系统控制比较, 浑沌控制具有非线性控制的共性; 另外由于浑沌运动自身的特殊性, 浑沌控制在具体方法上出现了许多技巧, 如守株待兔、因势利导等.

关键词 浑沌控制, 局域线性化, 吸引子, 小浑沌.

1 引言

浑沌控制至今无规范的定义, 被普遍承认的说法是, 对浑沌系统进行有目的扰动, 使之动力学性质发生变化, 进而输出各种期望行为. 最近五六年来, 浑沌控制技术迅速发展, 出现了各种各样的浑沌控制方法. 按照控制的目的, 大多数耗散系统浑沌控制方法可分为两类: 一类是选择某一具有期望行为的轨道作为控制目标, 一般情况下, 嵌在浑沌吸引子中的无穷多不稳定周期轨道常被作为首选目标; 另一类没有具体控制目标, 唯一目的是使浑沌系统最大 Lyapunov 指数下降进而消除浑沌, 这类方法并不关心被控系统终态是否为定常状态或周期运动. 与第二类方法相比, 第一类方法更加直接地与应用浑沌这一重要课题紧密相关, 因而成为浑沌控制的主要研究方向, 我们通过大量的文献调研及数值模拟工作, 探讨了这类浑沌控制方法的特点.

2 浑沌控制具有一般控制的共性

首先, 问题的提法相同, 即要求对系统施加反馈控制, 使受控系统从任意初始状态在有限时间内转移到目标轨道; 其次, 已知系统方程的控制问题比未知系统方程情形容易; 最后, 大多数浑沌控制方法采用一般控制经常使用的局域线性化方法. 以下给出三个浑沌控制中采用局域线性化的例子.

第一个明显例子是 OGY (Edward Ott, Celso Grebogi, James A Yorke) 控制^[1], 其基

1) 国家自然科学基金资助项目.

本思想是,当 Poincare 截面上的迭代点达到目标不动点足够小邻域时,对参数进行微调,迭代点将以指数幂速度趋于目标.其中“目标不动点足够小邻域”就是为了符合线性化要求设置的有效控制区域. OGY 工作发表不久,Shinbrot T 等人提出了打靶(targeting)方法^[2],意在缩短系统从任意状态到达任选小区域的时间,这里“任选小区域”就是局域线性化区域.

以 Paskota M 为代表的另一个研究小组提出的工程反馈控制方法^[3]更为直接地将混沌控制分为两步:1)利用全局控制器(应用控制参数化技术设计)将系统控制到目标点小邻域内;2)在目标点小邻域内启动局域控制器实现混沌控制.该工作本质上也是先将系统控制到目标点附近的线性化范围内,然后启动依据线性控制原理设计的局域控制器.

最后一个例子是混沌控制中很有影响的自控制反馈(self-controlling feedback)方法^[4].Pyragas K 于1992年提出并成功用于 Rössler 及 Lorenz 等系统,从数值模拟方面证实了该方法的有效性,但并没有给出可用于普遍情形的严格证明.1993年 Kocarev L 提出并从数学上证明了一种统一方法(unified method)^[5],该方法通过两个混沌系统间的适当耦合实现混沌同步或混沌控制,而 Pyragas K 的自控制反馈法正是它的一个特例.统一方法具体方案是对于两个 n 维混沌动力系统,将它们的状态变量之差作为反馈量加到其中一个系统上,构成如下单向耦合系统

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + K(y - x), \quad (1a)$$

$$\frac{dy}{dt} = g(y). \quad (1b)$$

上式中 $x, y \in R^n$; $K = \text{diag}[k_1, k_2, \dots, k_n]$ 是一对角矩阵. $y(t)$ 是混沌同步目标($y(t)$ 为混沌轨道)或混沌控制目标($y(t)$ 为周期轨道),不失一般性 $f(0) = g(0) = 0$. 对 $f = g$ 情形, Kocarev L 提出如下定理保证了 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t) \rightarrow y(t)$ 的可能性.

定理1. 若 $f = g$ 且 $|x(t=0) - y(t=0)|$ 充分小,则存在 n 个有限值 $\bar{k}_i (i=1, 2, \dots, n)$, 使得对所有 $k_i > \bar{k}_i$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t) \rightarrow y(t)$.

可以看出,用统一方法实现同步或控制的前提是初始时刻被控系统与目标轨道相差很小,以满足误差方程 $u = x - y$ 的局域线性化要求,即统一方法也采用了局域线性化.

利用局域线性化是很多混沌控制方法的特点.另外,混沌控制方法的产生基于人们对混沌运动规律的认识程度,各种有效的不依赖于线性化的方法正在不断发展,如构造 Lyapunov 函数法、对整个系统进行小幅度周期激励法及下节给出的小混沌控制方法等,不过这些方法的控制目标一般不选嵌在混沌吸引子中的不稳定周期轨道.

3 混沌控制特性

1) 可选目标轨道多. 通常情况下一般系统只有少量不稳定不动点或极限环,而混沌系统具有奇异吸引子,奇异吸引子由可数无穷多不稳定不动点的不稳定流形的并的闭包构成^[6],通过施加不同的控制可以使混沌系统方便地在不同的周期轨道间转换.

2) 守株待兔. 一般系统一旦对目标不动点发生较大偏离,很难再次回到目标附近(例如倒摆及自行车等系统的控制);而混沌系统具有轨道遍历性,如果发生失控现象,可用

“守株待兔”方法等待系统再次回到控制域施加控制。

3) 因势利导. 混沌控制的目标轨道一般情况下皆为系统自身的不稳定解, 故只要用较小的能量对系统进行“因势利导”, 即可达到控制目的, 而一般控制必须施加较大的控制量才能获得系统状态的较大改变。

4) 非精密性. 由于混沌系统局部运动的弱不稳定性, 混沌控制的另一个特点是非精密性、鲁棒性, 即可以不要求知道系统方程, 用时间序列重构相空间技术便可得到足够的完成控制所需的信息. 而一般控制常常要求具备一个比较精确的数学模型和输入目标函数。

以 Lorenz 系统的“小混沌”控制¹⁾为例, 进一步说明 2) 及 3) 两条特性. 所谓小混沌是指相空间中包含在小于原吸引子所占空间的某小区域内的混沌运动. 目前已有的混沌控制方法都是选择不稳定周期轨道作为目标轨道. 实际应用中, 有时会提出将混沌的范围限制在某个小的局部区域的要求, 故我们尝试选择小混沌作为控制目标可能具有一定的实际意义。

Lorenz 系统具有如下形式:

$$\dot{x}_1 = -\sigma(x_1 - y_1), \quad (2a)$$

$$\dot{y}_1 = \rho x_1 - y_1 - x_1 z_1, \quad (2b)$$

$$\dot{z}_1 = -\beta z_1 + x_1 y_1. \quad (2c)$$

它的物理背景是一薄层液体在底部受加热而发生对流, 我们选择 ρ 作为可调控参量, 因为 ρ 由小到大, 对应于在液体底层加热, 增加上下温度差, 有较明确的物理意义. 当 $\sigma = 10, \beta = 8/3, \rho = 28 + q, q = q_0 = 0$ 时系统 (2) 出现混沌运动, 具有三个不稳定奇点. 选择奇点 $A(6\sqrt{2}, 6\sqrt{2}, 27)$ 附近的轨道 (设位于区域 D_1) 为控制目标。

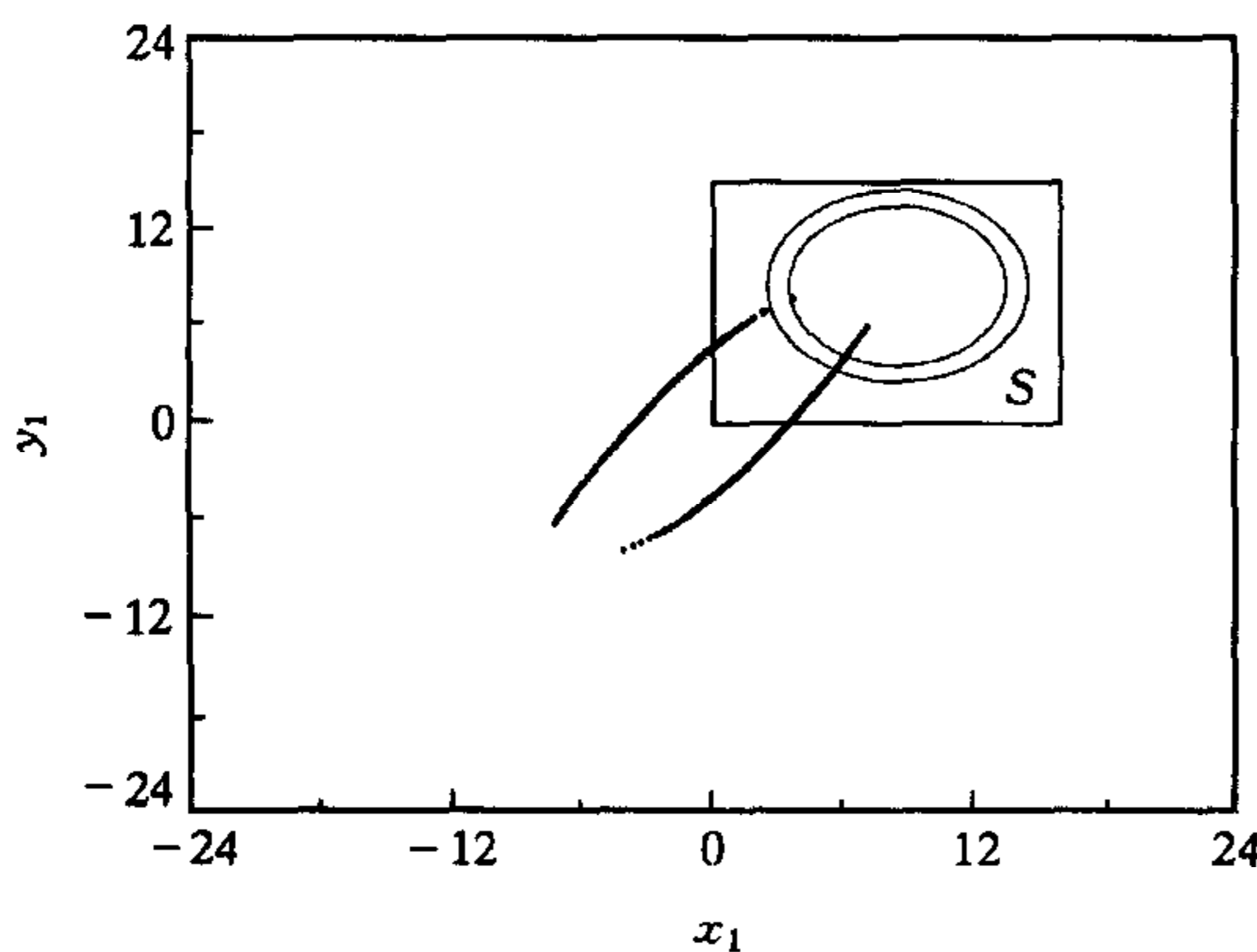


图1 平面 $Z=27$ 上的点映像

为选择适当的控制域, 过奇点 A 作平面 $Z = \rho - 1 = 27$. 混沌轨线沿 z_1 轴负方向穿过该平面的交点构成一个点映像, 如图 1 所示. 图中长方形框代表图 2 的范围. 经初步扫描试值发现, 应取 $Z = 27$ 平面上以 A 为中心, 内外半径分别为 r_1 和 r_2 的环域 S 为控制域, 而且控制参量必须取负值, 即 $q = q_k < 0$. 具体的控制方法是观察混沌轨线在 $Z = 27$ 平面上的映像 ξ , 当 ξ 落入 S 时, 改变参量 $q = q_k$ 并保持 q_k 值不变直到轨线下一次由 z_1 轴负方向再次与 $Z = 27$ 平面相交;

当 ξ 落在 S 之外时保持 $q = q_0 = 0$ 不变直到轨线再次沿 z_1 轴负方向与 $Z = 27$ 平面相交; 重复以上步骤即可实现控制目的. 取 $r_1 = 5, r_2 = 6, q_k = -5$, 控制结果如图 2 所示, 其中 (a) 为相轨线在 $x_1 - y_1$ 平面上的垂直投影, (b) 为相轨线在 $Z = 27$ 平面上的点映像。

分析以上小混沌控制过程, 可以看出, 控制域 S 的选择及使用体现了守株待兔的方法, 而控制 q 在两个恒定值之间改变则充分利用了因势利导的思想. 这里解释一下因势利导原则, 由于混沌运动的遍历性, 初始状态在 D_1 区域内的轨线最终会离开 D_1 , 若希望将

1) 关于“小混沌”控制将在另一篇文章中作专门讨论。

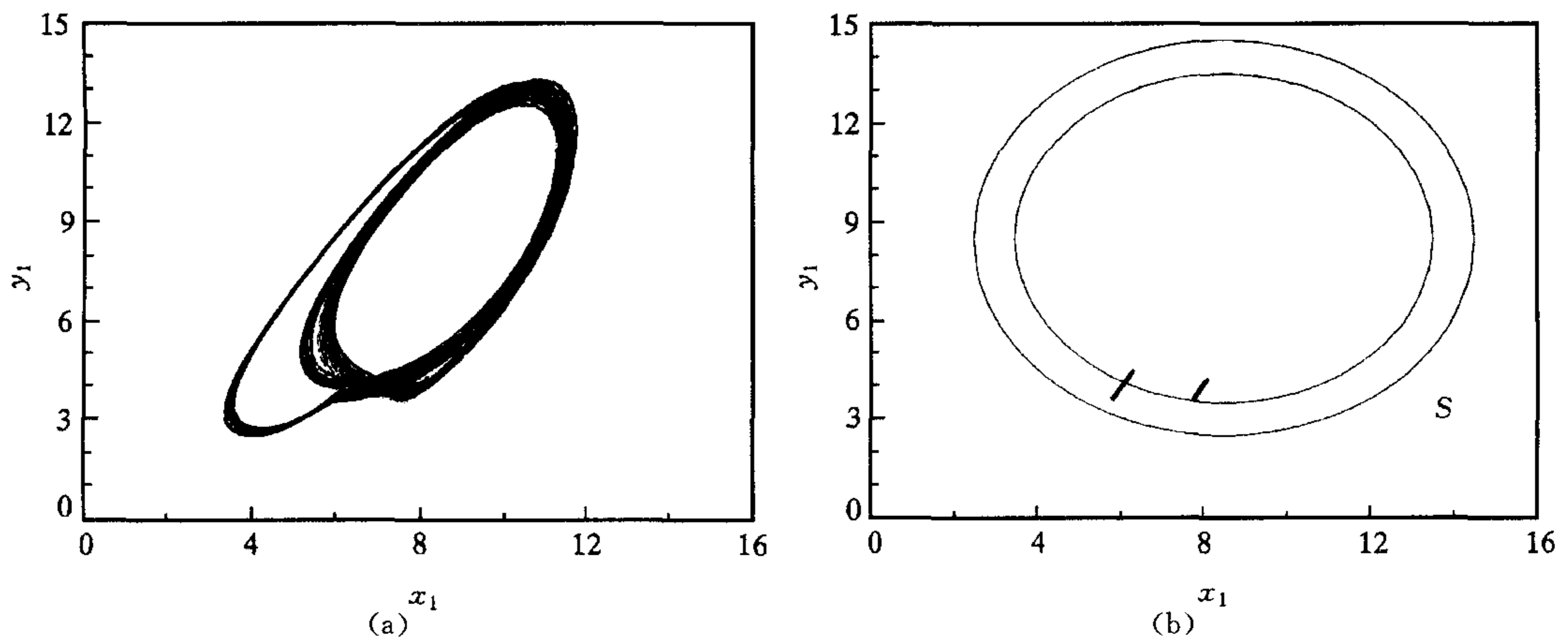


图2 受控 Lorenz 系统小混沌运动

轨线约束在 D_1 区域, 必须找到一个适当参数 q_k , 使得 q_k 对应的吸引子相对 D_1 具有“收敛”性质. 在本例中当 $q=q_k=-5$ 时, 奇点 A 是稳定不动点吸引子. 在控制过程中, 轨线位于 D_1 时不加控制 ($q=q_0$), 任系统自由演化; 一旦系统跑出 D_1 区域, 则开启控制器 ($q=q_k$), 使轨线在向与 $q=q_k$ 对应的稳定不动点吸引子收敛的同时被拉回 D_1 区域.

4 结论及展望

综上所述, 混沌控制具有一般控制的共性, 例如很多混沌控制技术采用局域线性化方法. 另外, 由于混沌运动特殊性, 在具体方法上出现了许多技巧, 如守株待兔、因势利导等. 这些技巧充分利用混沌运动特性, 令混沌控制比一般系统控制更加容易.

近年来, 物理界创立的混沌控制已受到控制界关注, 但大多数用于混沌控制的工程控制在运算量及控制效果上并不占有太大优势, 也就是说能够用于实际系统的普遍有效的方法还很少. 另外, 目前各种被称之为“控制”的方法其实与真正的工程控制有很大距离, 例如被普遍认为具有反馈特色的 OGY 方法与工程反馈控制思想还有很多本质差异. 所以我们认为不仅在理论上, 而且在混沌控制具体实现等方面, 加强控制界与物理学界的相互沟通, 建立共同语言, 相互配合、补充, 才可能为广泛应用混沌开辟良好前景, 这正是本文的目的.

参 考 文 献

- 1 Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(11):1196-1199
- 2 Shinbrot T, Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Using chaos to direct trajectories to targets. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**(26):3215-3218
- 3 Paskota M, Mees A I, Teo K L. Directing orbits of chaotic dynamical system. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1995, **5**(2):573-583
- 4 Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Phys. Lett. A*, 1992, **170**:421-428
- 5 Kocarev L *et al.* Transition in dynamical regime by driving: A unified method of control and synchronization of

chaos. *International Journal of Bifurcation and chaos*, 1993, 3:479-483

6 朱照宣,刘曾荣. 一个分段线性 Henon 映射吸引集合的结构. *应用数学与力学*, 1988, 9(9):771-779

A PRELIMINARY INVESTIGATION OF METHODS OF CONTROLLING CHAOS IN DISSIPATIVE SYSTEMS

WU ZHIHUA

(*Institute of Biophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101*)

ZHANG CHENGFU

(*Department of Physics, Peking University, Beijing 100871*)

ZHU ZHAOXUAN

(*Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871*)

Abstract In this paper, the features of methods used in controlling chaos in dissipative systems are preliminarily investigated. It is found that control of chaos possesses the general characters of the nonlinear control. On the other hand, due to the speciality of chaotic motion, many techniques such as waiting for gains without pains, giving proper guidance as the situation requires, etc. are developed in methods of controlling chaos.

Key words Chaos control, local linearization, attractor, small chaos.

(上接第797页)

项国波	倪 林	倪茂林	唐万生	唐泽圣	唐荣锡	唐绳斌	夏 凯	奚宏生	席在荣
席裕庚	徐心和	徐宁寿	徐立鸿	徐光佑	徐南荣	徐道义	徐嗣鑫	徐德民	柴天佑
柴金祥	桂志波	殷 斌	涂序彦	涂 健	涂葦生	秦化淑	秦永烈	秦 滨	耿志勇
袁学明	袁保宗	袁著祉	袁曾任	袁震东	诸 静	贾沛璋	贾英民	贾培发	郭 治
郭爱克	郭 雷	钱积新	顾凡及	顾启泰	高 文	高东杰	高玉琦	高 龙	高维新
尉忠信	常文森	康景利	曹保定	曹晋华	梁学斌	梅生伟	萧德云	阎平凡	黄 一
黄心汉	黄正良	黄亚楼	黄志同	黄秉宪	黄家英	黄泰翼	黄海军	黄绣坤	黄惟一
黄 琳	黄献青	龚为珽	龚自豪	储德林	彭商贤	彭嘉雄	曾建潮	焦李成	程代展
程兆林	程极泰	程 侃	程乾生	程跃东	程 鹏	舒仲周	舒迪前	董士海	蒋 平
蒋昌俊	蒋慰孙	谢胜利	韩正之	韩存武	韩志刚	韩京清	韩建达	韩崇昭	韩曾晋
鲁守银	楚天广	裘聿皇	褚 健	褚家晋	解学书	雍炯敏	鲍晓红	廖炯生	廖晓昕
慕春棣	熊有伦	熊运鸿	管伟光	管晓宏	蔡开元	蔡自兴	蔡季冰	谭 民	谭连生
潘士先	潘仲明	潘德惠	薛向阳	薛劲松	薛景瑄	霍 伟	戴汝为	戴冠中	瞿寿德