



关于多变量非线性系统的自适应模糊控制¹⁾

佟绍成 徐为民 柴天佑

(东北大学自动化中心 沈阳 110006)

摘要 结合模糊逻辑系统、自适应控制和 H^∞ 控制, 对一类非线性多变量未知系统提出了新的控制策略, 给出了控制算法的稳定性分析. 仿真结果证明了所提控制算法的有效性.

关键词 模糊控制, 自适应控制, 非线性系统.

1 引言

模糊逻辑控制作为利用专家知识及经验的有效方法之一, 在许多实际控制问题中已经取得了成功. 然而, 目前大多数模糊控制系统缺少保证系统的基本性能准则的分析方法, 其稳定性、收敛性是模糊控制理论研究的重要课题. 本文在文[1]的基础上, 对一类非线性未知 MIMO 系统给出了新的控制算法. 此控制算法是基于模糊逻辑系统, 把一般非线性系统控制的设计与 H^∞ 控制相结合, 它不但保证控制系统稳定, 而且把参数的匹配误差和外部干扰减少到预先规定的指标.

2 问题描述

考虑如下的 MIMO 非线性系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x})u_1 + \cdots + \mathbf{g}_p(\mathbf{x})u_p, \quad (1a)$$

$$y_1 = h_1(\mathbf{x}), \quad (1b)$$

\vdots

$$y_p = h_p(\mathbf{x}), \quad (1c)$$

其中 $\mathbf{x} \in R^m$ 是系统的状态, $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_p]^T \in R^p$ 是系统的输入, $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_p]^T \in R^p$ 是系统的输出, $\mathbf{f}, \mathbf{g}_i, \mathbf{h}_i$ 是光滑的函数向量. 假定系统(1)有相对度向量 $[r_1, \dots, r_p]^T$, 那么应用线性化方法把系统(1)变成

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} \mathbf{h}_i + \sum_{j=1}^p L_{\mathbf{g}_j} (L_f^{r_i-1} \mathbf{h}_i) u_j, \quad (2)$$

1) 国家自然科学基金和辽宁省自然科学基金资助课题.

式中 $L_f h(\mathbf{x})$ 是 h 关于 f 的李导数, 其定义为 $L_f h(\mathbf{x}) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x})$, 设 $f_i(\mathbf{x}) = L_{f_i}^r h_i$, $g_{ij}(\mathbf{x}) = L_{g_j}(L_{f_i}^{r_i-1} h_i)$, 函数 $f_i(\mathbf{x}), g_{ij}(\mathbf{x})$ 表示系统的非线性未知动态. 定义

$$G(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_{11}(\mathbf{x}) & \cdots & g_{1p}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{1p}(\mathbf{x}) & \cdots & g_{pp}(\mathbf{x}) \end{bmatrix},$$

则式(2)变成

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_p^{(r_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_p(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + G(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_p \end{bmatrix}. \quad (3)$$

假设1. 在紧集 $S \subset R^n$ 上, $G(\mathbf{x})$ 非奇异, 而且 $\|G(\mathbf{x})\|^2 = \text{tr}(G^T(\mathbf{x})G(\mathbf{x})) \geq b_1 > 0$.

假设2. 系统(1)有相对度向量 $[r_1, \dots, r_p]^T$, 并且零动态具有指数吸引性质^[2].

对于给定的可测参考输入 y_{1m}, \dots, y_{mp} , 定义跟踪误差为 $e_1 = y_{m1} - y_1, \dots, e_p = y_{mp} - y_p$. 控制目标是利用模糊逻辑系统设计自适应控制律, 满足: (i) 系统中所涉及的变量有界; (ii) 跟踪误差 e_{i0} 取得 H^∞ 跟踪性能^[3], 即

$$\int_0^T e^T Q e dt \leq e^T(0) P e(0) + \frac{1}{\eta} (\theta^T(0) \theta(0)) + \rho^2 \int_0^T w^T w dt. \quad (4)$$

3 自适应模糊控制器的设计

对于系统(3), 如果 $f_i(\mathbf{x}), g_{ij}(\mathbf{x})$ 已知, 并且 $d_i(\mathbf{x}) = 0$, 取控制律

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} = G^{-1}(\mathbf{x}) \left[- \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ f_p(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \right], \quad (5)$$

把式(5)代入式(3)得

$$[y_1^{(r_1)}, \dots, y_p^{(r_p)}]^T = [v_1, \dots, v_p]^T. \quad (6)$$

令

$$v_1 = y_{m1}^{(r_1)} + k_{1r_1} e_1^{(r_1-1)} + \dots + k_{11} e_1, \quad (7a)$$

\vdots

$$v_p = y_{mp}^{(r_p)} + k_{pr_p} e_p^{(r_p-1)} + \dots + k_{p1} e_p, \quad (7b)$$

则可得

$$e_1^{(r_1)} + k_{1r_1} e_1^{(r_1-1)} + \dots + k_{11} e_1 = 0, \quad (8a)$$

\vdots

$$e_p^{(r_p)} + k_{pr_p} e_p^{(r_p-1)} + \dots + k_{p1} e_p = 0. \quad (8b)$$

显然, 如果取常数 k_{ij} 使得式(8)中的多项式为 Hurwitz, 则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$. 然而在 $f_i(\mathbf{x}), g_{ij}(\mathbf{x})$ 未知的情况下, 获得理想的控制器(5), (7)是不可能的, 于是构造模糊逻辑系统 $\hat{f}_i(\mathbf{x}|\theta_i), \hat{g}_{ij}(\mathbf{x}|\theta_{ij})$ 来逼近 $f_i(\mathbf{x}), g_{ij}(\mathbf{x})$. 设模糊逻辑系统为

$$\hat{f}_i(\mathbf{x}|\theta_i) = \theta_i^T \xi(\mathbf{x}), \hat{g}_{ij}(\mathbf{x}|\theta_{ij}) = \theta_{ij}^T \xi(\mathbf{x}), \quad (9)$$

取控制律为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{g}_{11}(\mathbf{x}) & \cdots & \hat{g}_{1p}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_{p1}(\mathbf{x}) & \cdots & \hat{g}_{pp}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}^{-1} \left(- \begin{bmatrix} \hat{f}_1(\mathbf{x}|\theta_1) \\ \vdots \\ \hat{f}_p(\mathbf{x}|\theta_p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_{f1} \\ \vdots \\ u_{fp} \end{bmatrix} \right), \quad (10)$$

其中 $u_{if} = -\frac{1}{\lambda_i} \mathbf{b}_i^T P_i \mathbf{e}_i$ 为 H^∞ 补偿器; λ_i, P_i 为 Reccati 方程

$$P_i A_i + A_i^T P_i + Q_i - \left(\frac{2}{\lambda_i} - \frac{1}{\rho^2} \right) P_i \mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^T P_i = 0 \quad (11)$$

的正定解. 由式(3), (7)及式(10)可推出

$$\dot{\mathbf{e}}_i = A_i \mathbf{e}_i + \mathbf{b}_i u_{fi} + \mathbf{b}_i [(\hat{f}_i(\mathbf{x}|\theta_i) - f_i(\mathbf{x})) + \sum_{j=1}^p (g_{ij}(\mathbf{x}) - \hat{g}_{ij}(\mathbf{x}|\theta_{ij}))u_j] - \mathbf{b}_i d_i, \quad (12)$$

其中

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{ir_i} & -k_{i(r_i-1)} & -k_{i(r_i-2)} & \cdots & -k_{i1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_i = \begin{bmatrix} e_i \\ \dot{e}_i \\ \vdots \\ e_i^{(r_i-1)} \end{bmatrix}.$$

最优参数估计如文[4], 定义最小逼近误差为

$$w_{i1} = (\hat{f}_i(\mathbf{x}|\theta_i^*) - f_i(\mathbf{x})) + \sum_{j=1}^p (\hat{g}_{ij}(\mathbf{x}|\theta_{ij}^*) - g_{ij}(\mathbf{x}))u_j, \text{ 则误差方程(12)为}$$

$$\dot{\mathbf{e}}_i = A_i \mathbf{e}_i + \mathbf{b}_i u_{f1} + \mathbf{b}_i \bar{\theta}_i^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^p \bar{\theta}_{ij}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) u_j - \mathbf{b}_i w_j, \quad (13)$$

其中 $\bar{\theta}_i = \theta_i - \theta_i^*, \bar{\theta}_{ij} = \theta_{ij} - \theta_{ij}^*, w_i = w_{i1} - d_i$. 参数的自适应律为

$$\dot{\theta}_i = \begin{cases} -\eta_i \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) & \text{if } \|\theta_i\| \leq M_i, \\ \text{or } (\|\theta_i\| = M_i \text{ and } \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \bar{\theta}_i^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) > 0), \\ P_{r1}[-\eta_i \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x})], & \text{if } \|\theta_i\| = M_i \text{ and } \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \bar{\theta}_i^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases}, \quad (14)$$

$$\dot{\theta}_{ij} = \begin{cases} -\dot{\eta}_{ij} \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) u_i, & \text{if } \|\theta_{ij}\| \leq M_{ij}, \\ \text{or } (\|\theta_{ij}\| = M_{ij} \text{ and } \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \bar{\theta}_{ij}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) u_i > 0), \\ P_{r2}[-\eta_{ij} \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) u_i], & \text{if } \|\theta_{ij}\| = M_{ij} \text{ and } \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \bar{\theta}_{ij}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) \leq 0, \end{cases} \quad (15)$$

其中 $P_{r1}[\cdot]$ 为投影算子^[4].

定理. 对于系统(1), 在假设1, 2成立的条件下, 如果采用控制方案(10), (14)和(15), 则有下面的性质:

(i) $\|\theta_i\| \leq M_i, \|\theta_{ij}\| \leq M_{ij}, \mathbf{x}, u_i \in L_\infty$; (ii) 给定的减弱水平 ρ , 取得 H^∞ 输出跟踪性能(4).

证明. 关于 $\|\theta_i\| \leq M_i, \|\theta_{ij}\| \leq M_{ij}$ 的证明可见文[4]. 取 Lyapunov 函数为

$$V = V_1 + \cdots + V_p, \quad V_i = \frac{1}{2} \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{e}_i + \frac{1}{2\eta_i} \bar{\theta}_i^T \bar{\theta}_i + \sum_{j=1}^p \frac{1}{2\eta_{ij}} \bar{\theta}_{ij}^T \bar{\theta}_{ij}, \quad (16a), (16b)$$

求 V, V_i 沿方程(16)的微分, 并由式(13), (14)及(15)推出

$$\dot{V}_i \leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}_i^T Q_i \mathbf{e}_i - \frac{1}{2\rho^2} \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^T P_i \mathbf{e}_i + \frac{1}{2} (w_i^T \mathbf{b}_i^T P_i \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_i^T P_i \mathbf{b}_i w_i) \leq$$

$$-\frac{1}{2}\underline{e}_i^T Q_i \underline{e}_i + \frac{1}{2}\rho^2 w_i^2. \quad (17)$$

从式(17)得

$$\dot{V}_i \leq -c_i V_i + \mu_i, \quad (18)$$

其中 $c_i = \min\left\{\lambda_v, \frac{1}{\eta_i}, \frac{1}{\eta_{ij}}\right\}$, $\lambda_v = \min \frac{\inf \lambda_{\min}(Q_i)}{\sup \lambda_{\max}(Q_i)}$, $\mu_i = \frac{M_i^2}{2\eta_i} + \frac{1}{2\eta_{ij}} \sum_{i=1}^p M_{ij}^2 + \frac{1}{2}\rho^2 \bar{w}_i^2$, $\lambda_{\min}(\cdot)$, $\lambda_{\max}(\cdot)$ 分别为矩阵 Q_i 的最小及最大特征值, $\bar{w}_i = \sup \|w_i\|$ 为模糊系统的逼近误差的上界. 令 $c = \min\{c_i\}$, $\mu = p \max\{\mu_i\}$, 则有

$$\dot{V} \leq -cV + \mu. \quad (19)$$

从式(19)及假设2可推得 $e_i, x, u_i \in L_\infty$, 即控制目标(i)达到. 从 $t=0$ 到 $t=T$ 积分式(17), 得

$$\frac{1}{2} \int_0^T \underline{e}_i^T Q_i \underline{e}_i dt = \frac{1}{2} \underline{e}_i^T(0) P \underline{e}_i(0) + \frac{1}{2\eta_i} \bar{\theta}_i^T(0) \bar{\theta}_i(0) + \sum_{j=1}^p \frac{1}{2\eta_{ij}} \bar{\theta}_i^T(0) \bar{\theta}_i(0) + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T w_i^2 dt. \quad (20)$$

令 $\eta = \eta_1 = \dots = \eta_p = \eta_{11} = \dots = \eta_{pp}$, $Q = \text{diag}[Q_1, \dots, Q_p]$, $P = \text{diag}[P_1, \dots, P_p]$, $\bar{\theta} = [\bar{\theta}_f^T, \bar{\theta}_g^T]^T$, $\underline{e} = [\underline{e}_1^T, \dots, \underline{e}_p^T]$, $\bar{\theta}_f = [\frac{1}{\eta_1} \bar{\theta}_1^T, \dots, \frac{1}{\eta_p} \bar{\theta}_p^T]^T$, $\bar{\theta}_g = [\frac{1}{\eta_{11}} \bar{\theta}_{11}^T, \dots, \frac{1}{\eta_{pp}} \bar{\theta}_{pp}^T]^T$, $w = [w_1, \dots, w_p]^T$, 则可得到式(4), 即控制目标(ii)达到.

4 仿真

把本文所提出的模糊自适应控制方法用于二自由度机械手的仿真. 机械手的动态模型为^[2]

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{bmatrix} h\dot{q}_2 & -h\dot{q}_2 - h\dot{q}_1 \\ -h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \right]. \quad (21)$$

有关方程中参数的选取可见文[2]. 取如文[1]中的模糊隶属函数, 构造模糊逻辑系统并且逼近未知函数 f_1, f_2, g_{11}, g_{22} . 这里假设 g_{12}, g_{21} 是已知. 给定 $Q_i = \text{diag}[10, 10]$, $\rho = 0.5, 0.1, 0.2$, $\lambda = 0.05, 0.01, 0.02$, 解 Riccati 方程(21)得 $P_i = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$. 取初始值 $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = x_4(0) = 0.5$, $\theta_{ij}(0)$ 在区间 $[-2, 2]$ 内任取. 令 $k_{11} = k_{12} = 1, k_{21} = k_{22} = 2, \eta_1 = \eta_2 = 0.1, \eta_{11} = \eta_{22} = 0.01$. 给定参考输出为 $y_{1m} = \sin \frac{\pi}{4}, y_{2m} = \sin \frac{\pi}{6}$. 仿真结果如图1所示.

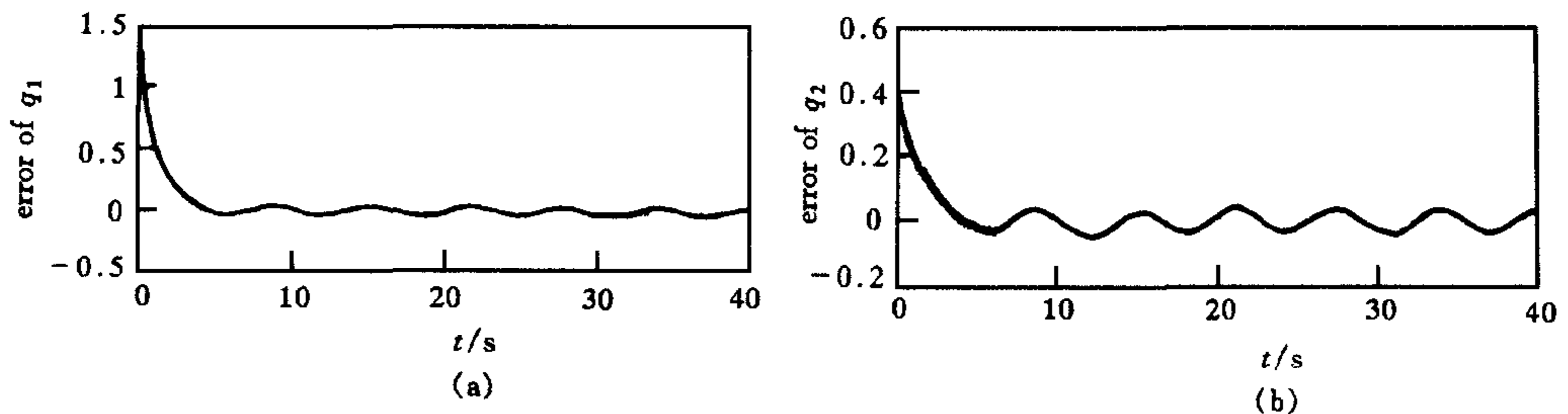


图1 跟踪误差曲线($\rho=0.1$)

参 考 文 献

- 1 Sastry S, Isodri A. Adaptive control of linearizable systems. *IEEE Trans. Autom Control*, 1989, **34**(11):1123—1131
- 2 Slotine J J E, Li W. *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
- 3 Chen B S, Lee T S, Feng J H. H^∞ Adaptive fuzzy tracking control design in a class of uncertain unlinear systems. In: IFAC Automtion Conf. Beijing. YAC, 1995, 209—214
- 4 Wang Li Xin. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. *IEEE Trans. Fuzzy systems*. 1993, **1**(3):146—155

ADAPTIVE FUZZY CONTROL FOR MIMO NONLINEAR SYSTEMS

TONG SHAOCHENG XU WEIMIN CHAI TIANYOU

(Automation Research Center of Northeastern University, Shenyang 110006)

Abstract By combining fuzzy logic systems, adaptive control and H^∞ control, this paper developed a new adaptive fuzzy control method for a class of MIMO unknown nonlinear systems and it is proven that this control algorithm can guarantee the stability of the closed-loop system. The simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words Fuzzy control, adaptive control, nonlinear systems.

(上接第788页)

李庚田 李 波 李泽飞 李 勇 李春文 李泉林 李洪谊 李祖枢 李衍达 李铁成
 李崇坚 李清泉 李 斌 李鲁平 杜继宏 杨小虎 杨文龙 杨光宇 杨成梧 杨自厚
 杨 杨 杨建军 杨家本 杨振宇 杨淮清 杨敬安 杨煜普 杨福生 汪云九 汪定伟
 汪晓光 沈建强 沈善德 沈程智 苏宏业 邵世煌 邵 诚 邵 剑 邵惠鹤 邹 云
 陆汝铃 陆佑方 陆维明 陆 震 陈云峰 陈文华 陈文德 陈丙珍 陈由迪 陈亚陵
 陈伟海 陈兆宽 陈伯时 陈叔平 陈宗基 陈树中 陈祖浩 陈振宇 陈浩勋 陈铁军
 陈彭年 陈 滨 陈福祥 陈增强 陈翰馥 陈翰麟 陈 霖 周东华 周旭东 周宗林
 周 杰 周 述 孟晓风 季 良 岳 红 岳 恒 房建成 易允文 林元烈 林学闾
 林 岩 欧阳楷 武玉强 罗公亮 罗旭光 罗曼丽 范玉顺 范颖晖 郁文生 郑大钟
 郑应平 郑南宁 郑 锋 郑毓蕃 金以慧 金玉芳 俞 立 俞金寿 俞铁成 姚国政
 姚增起 姜长生 姜旭升 姜启源 封举富 施颂椒 施鹏飞 段广仁 段文泽 洪奕光
 洪继光 胡包钢 胡占义 胡寿松 胡泽新 胡庭姝 胡跃明 费树岷 费敏锐 贺国光
 赵千川 赵 军 赵似兰 赵克友 赵明生 赵明旺 赵南元 赵素霞 钟宜生 钟春香

(下转第810页)