第24卷 第6期 自 动 化 学 报 Vol. 24, No. 6
1998年11月 ACTA AUTOMATICA SINICA Nov., 1998

短文

一般非线性相似组合大系统的渐近观测器[1)]

严星刚 戴冠中
（西北工业大学自动控制系 西安 710072）
张嗣瀛
（东北大学自动控制系 沈阳 110006）

摘 要 利用现代微分几何方法和分析法相结合，给出了由一般非线性控制系统经非线性互联而成的相似组合大系统渐近观测器存在的充分条件.

关键词 非线性组合系统，相似结构，渐近观测器.

1 引言

相似组合系统的研究已取得了一些成果[1,2]，然而这些结果均是在系统全部状态已知条件下给出的. 但实际系统的状态一般仅是部分可知的，所以设计观测器来量测系统的状态便成为很有意义的工作. 已有的一些关于非线性系统观测器的研究成果在很大程度上依赖于线性系统方法[3,4]. 文[4]研究了孤立子系统为线性的非线性组合系统，文[5]研究了孤立子系统为非线性的情形，但文[5]给出的观测器不便于工程实现. 本文研究一般非线性相似组合大系统，给出其渐近观测器的设计方案.

2 预备知识

引理 1. 如果系统

$$\Sigma_1:\begin{cases}\dot{x}=f(x,u),\\ y=h(x),\end{cases}\qquad \Sigma_2:\begin{cases}\dot{\tilde{x}}=\tilde{f}(\tilde{x},u),\\ y=\tilde{h}(\tilde{x})\end{cases}$$

在紧集 E 上相似，D 为系统 Σ_1到 Σ_2的相似元[6]，且 $\hat{\Sigma}_1$是系统 Σ_1的渐近观测器，$\hat{\Sigma}_1$在 D 确定的坐标下的表达形式为 $\hat{\Sigma}_2$，则 $\hat{\Sigma}_2$是系统 Σ_2的渐近观测器.

考虑非线性相似组合大系统(关于相似组合系统的定义见文[6])

$$\dot{x}_i=f_i(x_i,u_i)+\Phi_i(x),\tag{1a}$$

---

1)国家博士后科学基金及国家自然科学基金资助课题.
收稿日期 1996-06-17

$$y_i = h_i(x_i), \qquad i = 1,2,\cdots,N, \tag{1b}$$

由其相似结构知，它的各个孤立子系统相似于同一系统. 结合引理1即知，只需考虑非线性相似组合大系统

$$\dot{x}_i = f(x_i, u_i) + H_i(x), \tag{2a}$$

$$y_i = h(x_i), \qquad i = 1,2,\cdots,N. \tag{2b}$$

上式中 $x_i \in R^n, u_i, y_i \in R^m$ 分别是第 i 个子系统的状态、输入和输出；$x = \mathrm{col}(x_1, x_2, \cdots, x_N)$，$(x_{i0}, u_{i0}) \in \Omega_i \times U_i$，$f(x_i, u_i)$，$H_i(x)$分别是其定义域 $\Omega_i \times U_i$ 及 Ω 上的光滑向量场；$\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_N$ 是 $x_0 \in R^{Nn}$的某邻域；$h = (h_1(x_i), h_2(x_i), \cdots, h_m(x_i))^{\mathrm{T}}$；$h_j(x_i) \in C^\infty(\Omega_i)(i=1,2,\cdots,N; j=1,2,\cdots,m)$；$U = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_N$ 是容许控制集.

定义1. 对于系统 $\dot{x} = f(x,u)$，$y = h(x)$，如果存在(x_0, u_0)的某邻域 $\Omega_0 \times U_0 (U_0 \subset U)$及整数 $r_1, r_2, \cdots, r_m$，使得 i)对任意的$(x,u) \in \Omega_0 \times U_0 (U_0 \subset U)$，$0 \leqslant k \leqslant r_i - 1$及$0 \leqslant i \leqslant m$，有 $\frac{\partial}{\partial u} L_{f(x,u)}^k h_i(x) = 0$；ii)函数矩阵 $A(x,u) = (a_{ij}(x,u))_{m \times m}$在$(x_0, u_0)$点非奇异，其中 $a_{ij}(x,u) = \frac{\partial}{\partial u} L_{f(x,u)}^{r_i} h_i(x) \quad (i,j = 1,2,\cdots,m)$，则称该系统在$(x_0,u_0)$点具有相关度 $r = \{r_1, r_2, \cdots, r_m\}$. 如果该系统在某区域上每一点都具有相同的相关度 $r = \{r_1, r_2, \cdots, r_m\}$，则称该系统在该区域具有一致相关度 $r = \{r_1, r_2, \cdots, r_m\}$.

3 渐近观测器设计

假设系统(2)的孤立子系统在区域 $\Omega_i \times U_i$ 上具有一致相关度 $r = \{r_1, r_2, \cdots, r_m\}$，且 $\sum_{j=1}^m r_j = n$. 在 Ω 上构造微分同胚 $T = (T^1, T^2, \cdots, T^N): x \mapsto z$,

$$T^i: z_{jl}^i = L_{f(x_i,u_i)}^{l-1} h_j(x_i), \quad i = 1,2,\cdots,N, \quad j = 1,2,\cdots,m, \quad l = 1,2,\cdots,r_j. \tag{3}$$

记 $z_i = \mathrm{col}(z_1^i, z_2^i, \cdots, z_m^i) = T^i(x_i)$，$z_j^i = \mathrm{col}(z_{j1}^i, z_{j2}^i, \cdots, z_{jr_j}^i)$. 由 T 的定义式(3)知，$T^1, T^2, \cdots, T^N$ 是结构相同的，只是定义域可能不同，为方便，记 $D = T^1 = T^2 = \cdots = T^N$. 则在 z 坐标下，系统(2)的形式为

$$\dot{z}_i = Az_i + B\Gamma(D^{-1}(z_i), u_i) + R_i(T^{-1}(z)), \tag{4a}$$

$$y_i = Cz_i, \tag{4b}$$

其中 $R_i(x) = \frac{\partial D(x_i)}{\partial x_i} H_i(x)$，$(A,C)$能检测，所以存在矩阵 $K = \mathrm{diag}\{K_1, K_2, \cdots, K_N\}$，使得 $A - KC$ 是 Hurwitz 稳定阵，故对任一正定阵 Q，Lyapunov 方程

$$(A - KC)^{\mathrm{T}} P + P(A - KC) = -Q \tag{5}$$

有唯一正定解矩阵 P.

定理1. 设系统(2)满足如下条件：

i)孤立子系统在 $\Omega_i \times U_i$ 上具有相关度 $r = \{r_1, r_2, \cdots, r_m\}$，且 $\sum_{j=1}^m r_j = n$；

ii)$\Gamma(x_i, u_i)$对 x_i 在区域 Ω_i 上一致满足 Lipschitz 条件，且其 Lipschitz 常数为 α；

iii)$R_i(x) = \frac{\partial D(x_i)}{\partial x_i} H_i(x)$在 Ω 上满足 Lipschitz 条件，Lipschitz 常数为 β_i，其中 $D = T^i$ 由式(3)确定，它在 Ω_i 上亦满足 Lipschitz 条件，其 Lipschitz 常数为 ε；

iv)矩阵

$$W = Q - 2\varepsilon\lambda_M(PB)(\alpha + \max_i\{\beta_i\})I \tag{6}$$

在区域 Ω 正定，其中 $\lambda_M(\cdot)$表示矩阵的最大奇异值，则系统(2)在区域 Ω 上存在渐近观测器.

证明. 考虑系统

$$\dot{\tilde{x}}_i = f(\tilde{x}_i, u_i) + \left[\frac{\partial D(\tilde{x}_i)}{\partial \tilde{x}_i}\right]^{-1} K(y_i - CD(\tilde{x}_i)) + H_i(\tilde{x}), \quad i = 1,2,\cdots,N, \tag{7}$$

其中 K 满足式(5). 显然，在由式(3)定义的微分同胚 T：$\mathrm{col}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \cdots, \tilde{x}_N) \mapsto \mathrm{col}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \cdots, \tilde{z}_N)$ 所确定的局部坐标 $\tilde{z} = \mathrm{col}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \cdots, \tilde{z}_N)$下，系统(7)具有如下的结构

$$\dot{\tilde{z}}_i = (A - KC)\tilde{z}_i + Ky_i + B\Gamma(D^{-1}(\tilde{z}_i), u_i) + R_i(T^{-1}(\tilde{z})), \quad i = 1,2,\cdots,N. \tag{8}$$

所以系统(7)与(8)相似，且系统(7)到(8)的相似元为 T.

下面首先证明系统(8)是系统(4)的渐近观测器. 令 $e_i = \tilde{z}_i - z_i$，$e = (e_1^{\mathrm{T}}, e_2^{\mathrm{T}}, \cdots, e_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$，则由式(8)及(4)得误差方程为

$$\dot{e}_i = (A - KC)e_i + B(\Gamma(D^{-1}(\tilde{z}_i), u_i) - \Gamma(D^{-1}(z_i), u_i)) + R_i(T^{-1}(\tilde{z})) - R_i(T^{-1}(z)). \tag{9}$$

考察系统(9)，构造正定函数 $V = \sum_{i=1}^{N} e_i^T P e_i$，则由题设条件得

$$\begin{aligned}
\dot{V}|_{(9)} = &- \sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}} Q e_i + 2\sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}} PB(\Gamma(D^{-1}(\tilde{z}_i), u_i) - \Gamma(D^{-1}(z_i, u_i)) + \\
&\sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}} PB[R_i(T^{-1}(\tilde{z})) - R_i(T^{-1}(z))] \leqslant \\
&- \sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}} Q e_i + 2\alpha\varepsilon \sum_{i=1}^{N} \|e_i^{\mathrm{T}}\| \|PB\| \|e_i\| + 2\varepsilon \sum_{i=1}^{N} \beta_i \|e_i\| \|PB\| \|e\| \leqslant \\
&- \sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}} Q e_i + 2\alpha\varepsilon \sum_{i=1}^{N} \lambda_M(PB) e_i^T e_i + 2\varepsilon \max_i\{\beta_i\} \sum_{i=1}^{N} \|e_i\| \lambda_M(PB) \|e\| \leqslant \\
&- \sum_{i=1}^{N} e_i^{\mathrm{T}} (Q - 2\alpha\varepsilon\lambda_M(PB)I) e_i + 2\varepsilon \max_i\{\beta_i\} \lambda_M(PB) \|e\|^2 = \\
&- e^{\mathrm{T}} \mathrm{diag}\{W, W, \cdots, W\} e.
\end{aligned}$$

由 $W = Q - 2\varepsilon\lambda_M(PB)(\alpha + \max_i\{\beta_i\})I$ 在 Ω 正定知，$\dot{V}|_{(9)}$在 Ω 上负定，所以$\lim_{t\to\infty}\|\tilde{z}_i(t) - z_i(t)\| = \lim_{t\to\infty}\|e_i(t)\|$ $(i = 1, 2, \cdots, N)$. 由上述分析知，系统(2)与(4)相似，相似元为 T，系统(7)与(8)相似，相似元亦为 T. 再由系统(8)是系统(4)的渐近观测器结合引理1即知，系统(7)是系统(2)的渐近观测器.

对于给定的系统(2)，应先用几何方法求出式(4)中的 $\Gamma(x_i, u_i)$和 $R_i(x)$，由于 $\Gamma(x_i, u_i)$和 $R_i(x)$在其研究区域上的光滑性知，通过判断 $\max\limits_{1\leqslant i\leqslant N} \sup\limits_{x_i\in\Omega_i, u_i\in U_i} \left\{\frac{\partial\Gamma(x_i, u_i)}{\partial x_i}\right\}$及 $\max\limits_{1\leqslant i\leqslant N} \sup\limits_{x\in\Omega} \left\{\frac{\partial R_i(x)}{\partial x}\right\}$是否有限，即可验证定理条件 ii)，iii). 定理中的条件式(6)的正定性可用 $Q - 2\lambda_M(PB)(\tilde{\alpha} + \max_i\{\tilde{\beta}_i\})I$ 的正定性代替，其中 $\tilde{\alpha}$ 是 $\Gamma(D^{-1}(z_i), u_i)$关于 z_i 在区域 $D(\Omega_i)$上对于 $u_i \in U_i$ 一致的 Lipschitz 常数，$\tilde{\beta}_i$ 是 $R_i(T^{-1}(z))$关于 z 在 $T(\Omega)$上的 Lipschitz 常数. 此时，所得结论的保守性一般会降低.

参 考 文 献

1 Yang Guanghong, Zhang Siying. Structural properties of large-scale systems possessing similar structures. *Automatica*, 1995, **31**(7): 1011—1017

2 Liu Xiaoping. Optimal control problems for large-scale systems with similarity. *Control Theory and Advanced Technology*. 1993, **9**(2): 587—606

3 Christopher Edward, Sarah K Spurgeon. On the development of discontinuous observers. *Int. J. of Control*, 1994, **59**(5): 1211—1229

4 Cheng-Fa Cheng *et al*. Robust observer synthesis for nonlinear large-scale systems. *Int. J. Sys. Sci.*, 1994, **25**(6): 1053—1066

5 严星刚，吕兴亚，张嗣瀛. 一类不确定非线性相似组合大系统的结构相似鲁棒观测器设计. 控制与决策. 1996, **11**(6): 623—627

6 严星刚，吕兴亚，张嗣瀛. 基于状态观测器的非线性相似组合大系统的镇定设计. 自动化学报. 1997, **23**(5): 584—590

ASYMPTOTIC OBSERVER FOR GENERAL NONLINEAR COMPOSITE LARGE SCALE SYSTEMS WITH SIMILARITY

YAN XINGGANG DAI GUANZHONG

(*Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an* 710072)

ZHANG SIYING

(*Department of Automatic Control, Northeastern University, Shenyang* 110006)

Abstract In this paper, by using mordern geometric method and analyzed method, a sufficient condition is shown to guarantee the existence of observer for nonlinear large-scale systems interconnected by general similar nonlinear control systems.

Key words Nonlinear composite systems, similar structure, asymptotic observer.