

# 具有理想跟踪特性的鲁棒变结构 模型参考自适应控制<sup>1)</sup>

林 岩 毛剑琴

(北京航空航天大学第七研究室 北京 100083)

**摘 要** 针对相对阶为1的定常线性被控对象,提出了一种控制增益可切换的鲁棒变结构模型参考自适应控制方案.该方案在对象参数及高频增益符号均未知的情形下,可确保跟踪误差满足预先给定的过渡过程性能指标,即超调量、过渡过程时间和稳态误差.

**关键词** 自适应控制,变结构控制,鲁棒控制.

## A ROBUST VARIABLE STRUCTURE MRAC WITH EXPECTED TRANSIENT AND STEADY STATE PERFORMANCE

LIN Yan MAO Jianqin

(The Seventh Research Division (Systems & Control), Beijing University of Aeronautics  
and Astronautics, Beijing 100083)

**Abstract** A new robust variable structure model reference adaptive control (VS-MRAC) scheme is proposed in this paper. The scheme is based on the existing VS-MRAC structure together with a switching mechanism to adjust the gain of variable structure control signal. The main features of the scheme are that 1) a prespecified transient and steady-state performance index for tracking error can be achieved, and 2) it doesn't require the sign of the plant high frequency gain to be known a priori.

**Key words** Adaptive control, variable structure control, robust control.

## 1 引 言

对鲁棒变结构自适应控制的讨论是近年来自适应理论研究的一个活跃的领域<sup>[1]</sup>.目前,模型参考(包括变结构模型参考)自适应控制中的一些主要困难是:1)对跟踪误差的过渡过程无法实施控制,尽管过渡过程的品质优劣对设计者来说十分重要;2)迄今为止,还未看到有关高频增益符号未知时的变结构模型参考自适应方案;3)文献[2]中提出的积分变结构控制方案尽管理论上可使跟踪误差在有限时间内收敛到零,但有可能导致极高的控制增益.

文中,作者提出了一种新的鲁棒变结构模型参考自适应控制方案,它吸收了文献[3]

1)国家自然科学基金资助项目 No. 69874002.

中切换控制的优点, 具有如摘要中所述的特点.

## 2 问题描述

### 2.1 基本假设

设被控对象为  $n$  阶 SISO 系统

$$y(t) = G_p(s)[u(t) + d(y,t)] = k_p(n_p(s)/d_p(s))[u(t) + d(y,t)], \quad (1)$$

满足假设: A1) 仅输入信号  $u(t)$  及输出信号  $y(t)$  是可测量的; A2)  $G_p(s)$  为相对阶  $n^* = 1$  的最小相位系统, 其高频增益  $k_p (\neq 0)$  之符号未知; 此外,  $n_p(s), d_p(s)$  之系数未知但恒有  $n_p(s), d_p(s)$  互质; A3) 扰动项  $d(y,t)$  未知但在  $[0, +\infty)$  上分段连续且有界.

设理想参考模型系统为

$$y_M(t) = M(s)r(t) = k_M(n_M(s)/d_M(s))r(t), \quad (2)$$

满足假设: A4)  $k_M > 0$ ;  $n_M(s), d_M(s)$  均为首一 Hurwitz 多项式;  $M(s)$  与  $G_p(s)$  有相同的阶和相对阶;  $r(t)$  对所有  $t \in [0, +\infty)$  分段连续且有界.

注1. 本文不要求  $M(s)$  为 SPR 函数.

变结构自适应系统结构图如图1所示.

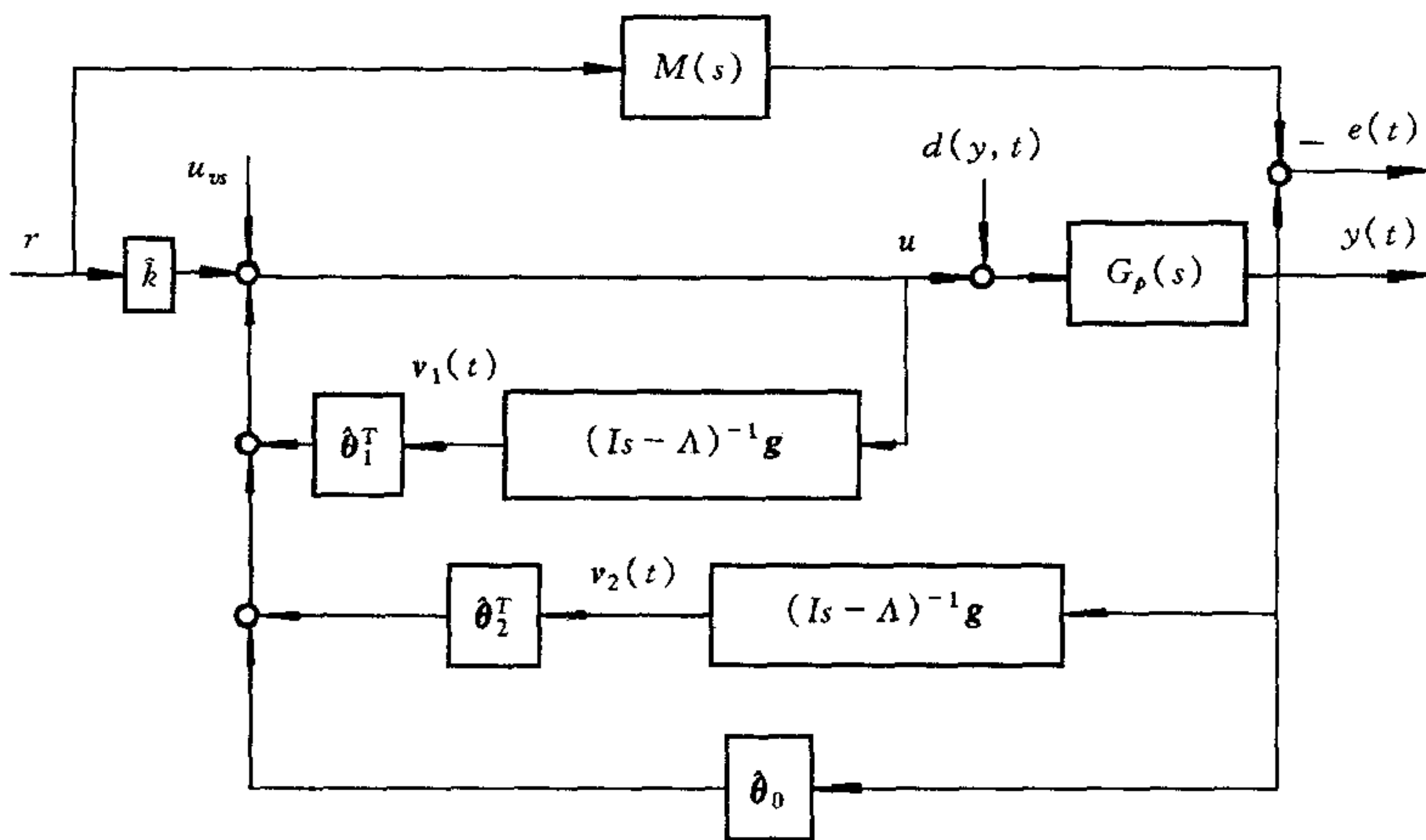


图1 系统结构图

由图1可得被控系统的控制信号

$$u(t) = \hat{\theta}^T \omega(t) + u_{vs}(t), \quad (3)$$

其中  $\hat{\theta}$  的定义将在后面给出,  $\omega(t) := [r(t), y(t), v_1^T(t), v_2^T(t)]^T \in \mathbf{R}^{2n}$ , 信号  $v_1, v_2$  由如下  $n-1$  阶输入/输出滤波器产生:  $\dot{v}_1(t) = \Lambda v_1(t) + g u(t)$ ,  $\dot{v}_2(t) = \Lambda v_2(t) + g y(t)$ ,  $\Lambda \in \mathbf{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ ,  $g \in \mathbf{R}^{n-1}$ , 这里,  $g$  为一常向量, 使  $(\Lambda, g)$  可控,  $\Lambda$  满足:  $\det(Is - \Lambda) = n_M(s)$ . 由文献[2]知, 当图1中  $u_{vs}(t) \equiv 0, d(y,t) \equiv 0$  及假设 A2)、A4) 成立时, 存在常向量  $\theta^* = [k^*, \theta_0^*, (\theta_1^*)^T, (\theta_2^*)^T]^T \in \mathbf{R}^{2n}$ , 使得系统输出  $y(t) = G_p(s)u(t) = G_p(s)[(\theta^*)^T \omega(t)] = M(s)r(t) = y_M(t)$ . 实际进行设计时, 首先给出上述  $\theta^*$  的一个估计  $\hat{\theta} := [\hat{k}, \hat{\theta}_0, (\hat{\theta}_1)^T, (\hat{\theta}_2)^T]^T \in \mathbf{R}^{2n}$  ( $\hat{\theta}$  为常向量), 于是问题变成如何设计(3)式中之变结构律  $u_{vs}(t)$ , 使误差  $e(t) := y(t) - y_M(t)$  满足所给的性能指标.



## 2.2 性能指标

本文的一个突出特点是可设计  $u_{vs}(t)$ , 使之满足预先给定的性能指标.

**定义1.** 称误差  $e(t)$  满足性能指标  $X(T, \epsilon, S(\delta))$ , 系指

$$1) e(t) \operatorname{sgn}(e(0)) \in S(\delta), \forall t \in [0, T]; S(\delta) := [-\epsilon, \max\{\epsilon, \delta + |e(0)|\}], \quad (4)$$

$$2) |e(t)| < \epsilon, \forall t \geq T. \quad (5)$$

这里  $T$  为过渡过程时间,  $S(\delta)$  为超调量,  $\epsilon$  为允许的稳态误差;  $T, \delta, \epsilon$  均为有限正常数, 由设计者预先给出.

需要指出的是, 上述性能指标与文献[3]是相同的.

## 3 相对阶 $n^* = 1$ 时的变结构律设计

相对阶为1时的变结构律  $u_{vs}(t)$  之设计, 由结构图1及文献[5]容易得到系统误差具有如下“1阶”微分方程的形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & -pe(t) + k_p[\bar{\theta}^T \omega(t) + (1 - \frac{d_1(s)}{n_M(s)})d(y, t) - \\ & \frac{1}{k_p} \frac{\rho(s)}{n_M(s)}e(t) + \mu(t) + u_{vs}(t)], \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\bar{\theta} := \hat{\theta} - \theta^*$ ,  $d_1(s) = \bar{\theta}_1^T \operatorname{adj}(Is - \Lambda)g$ ,  $\mu(t)$  为一以指数速度收敛至零的项, 表示非零初始条件对系统的影响<sup>[6]</sup>;  $p$  为一实数, 若  $M(s)$  为 SPR 函数, 则  $p$  必大于零<sup>[7]</sup>;  $\rho(s)$  之定义亦见文献[5]. 下面讨论变结构律  $u_{vs}(t)$  的设计. 令  $n^* = 1$  时的变结构律具有如下形式:

$$u_{vs}(t) := (-1)^{[\xi_N(t)]} C^{\xi_N(t)} \operatorname{sgn}(e(t)), \quad (7)$$

这里  $C$  为大于1的正数, 由设计者根据需要选定,  $\xi_N(t) := k/N, \forall t \in [t_k, t_{k+1}), k = 1, 2, \dots$ , 其中  $N \geq 1$  为预先给定的正整数,  $[\xi_N(t)]$  表示对  $\xi_N(t)$  取整数,  $t_{k+1}$  为切换时间, 即

$$\xi_N(t) = \begin{cases} k/N, & t_k \leq t < t_{k+1}, \\ (k+1)/N, & t = t_{k+1}, \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

规定  $t_1 = 0$ .  $N$  的选取对  $u_{vs}(t)$  的影响将在本文的结论中讨论.

根据所给出的性能指标, 与文献[3]类似, 将切换时间  $t_{k+1}$  的定义分为两个阶段:

第一阶段. 切换的目的是使系统在  $u_{vs}(t)$  的作用下, 满足过渡过程性能指标(4)式, 并且, 为使在下一阶段能始终保持  $|e(t)| < \epsilon$ , 还进一步要求在第一阶段结束时, 有  $t_i \leq T$ , 使  $|e(t_i)| \leq \epsilon/2$ . 易见, 若  $|e(t_1)| = |e(0)| \leq \epsilon/2$ , 则无需经过第一阶段而直接进入第二阶段; 否则, 若  $|e(t_1)| = |e(0)| > \epsilon/2$ , 定义

$$t_{\min}^{(k+1)} := \min\{t_1^{(k+1)}, t_2^{(k+1)}\}, k = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

这里

$$t_1^{(k+1)} := \min\{t > t_k: |e(t)| = |e(0)| + \delta(1 - \frac{1}{\alpha^{(k+1)}}) \text{ 或 } t = T(1 - \frac{1}{\beta^{(k+1)}})\}, \quad (10)$$

$$t_2^{(k+1)} := \min\{t > t_k: |e(t)| \leq \epsilon/2\}, \quad (11)$$

其中,  $\alpha, \beta$  为预先给定的大于1的正数. 在(9)式中, 若  $t_{\min}^{(k+1)} = t_1^{(k+1)}$ , 则令切换时间  $t_{k+1} = t_{\min}^{(k+1)} = t_1^{(k+1)}$ . 反之若对某个  $k$  有  $t_{\min}^{(k+1)} = t_2^{(k+1)}$ , 记此时之  $k = i, t_i = t_2^{(k+1)}$  并进入第二阶段.

第二阶段. 切换的目的是使系统在  $u_{vs}(t)$  的作用下保持  $|e(t)| < \epsilon, \forall t \geq t_i$ , 即满足稳

态指标(5)式. 为此, 对一切  $k \geq i$ , 切换时间  $t_{k+1}$  定义为

$$t_{k+1} := \begin{cases} \min\{t > t_k : |e(t)| = \varepsilon(1 - \frac{1}{2^{(k-i+2)}})\}, & \text{若集合非空且有最小值,} \\ +\infty, & \text{其他情形.} \end{cases} \quad (12)$$

以下定理1为本文的主要结果.

**定理1.** 设由图1所给出的自适应系统满足假设 A1)–A4) 且  $G_p(s)$  之相对阶  $n^* = 1$ . 若取变结构律  $u_{vs}(t)$  如(7)式所定义并按式(9), (12)的规律切换, 则

1) 至多经过有限次切换后, 跟踪误差  $e(t)$  必满足定义1给出的性能指  $X(T, \varepsilon, S(\delta))$ ;

2) 对给定的  $T > 0, \delta > 0$ , 必存在一个  $\varepsilon^{(j)} > 0$  及一个有限的  $T_M > 0$ , 使得只要  $e(t)$  满足性能指标  $X(T, \varepsilon^{(j)}, S(\delta))$  就有  $e(t) = 0, \forall t \geq T_M$  成立, 即系统可在有限时间内经有限次切换进入滑动模态, 滑动平面恰为  $e(t) = 0$ . (证明参见附录 A).

## 4 数值仿真结果

本节的所有仿真结果均是在 Matlab 之 Simulink Toolbox 下完成.

**例1.** 采用与文献[4]相同的被控系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d(y, t), \\ y(t) = [1, 1]^T \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} -0.25 \\ -0.25 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (13)$$

或用传递函数的形式表示为:  $y(t) = G_p(s)[u(t) + \frac{s}{s+1}d(y, t)] = \left(\frac{s+1}{s^2}\right)[u(t) + \frac{s}{s+1}d(y, t)]$ . 因设计时假设  $G_p(s)$  未知, 用其估计值  $\hat{G}_p(s) = 2(s+0.5)/(s^2-1)$  代替  $G_p(s)$  后算得  $\hat{\theta} = [0.5, -1, 1.5, 0.5]^T$ . 设理想模型为:  $M(s) = (s+2)/(s^2+2s+2)$ . 容易验证这不是一个 SPR 函数. 取  $r(t) = \sin 2t$ ,  $d(y, t)$  为幅值是1、频率为0.5Hz 的方波, 性能指标  $X(T, \varepsilon, S(\delta)) = X(1.57, 0.2, S(0.5))$ ,  $u_{vs}(t)$  中参数  $C=3, N=6$  以及(10)式中取  $\alpha = \beta = 1.2$  后, 误差  $e(t)$  与变结构控制律  $u_{vs}(t)$  的仿真曲线如图2所示. 试将例1与文献[3]中的仿真结果相比较可看出, 在很小的控制增益下, 就可使系统进入滑模状态, 误差为零, 而文献[3]中误差是不可能为零的.

**例2.** 将例1中被控系统变为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -20 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d(y, t), \\ y(t) = [-1, -1]^T \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} -0.25 \\ -0.25 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (14)$$

仍采用上例中之  $\hat{G}_p(s)$  及  $\hat{\theta}$ ,  $r(t)$  改为频率6Hz、幅值为1的方波, 其余条件与上例相同, 此时的误差  $e(t)$  与变结构控制律  $u_{vs}(t)$  的波形如图3所示. 本例说明, 在真实系统高频增益符号为负号、系数与  $\hat{G}_p(s)$  之系数有很大差别时, 利用本文的方法仍能得到满意的跟踪效果.

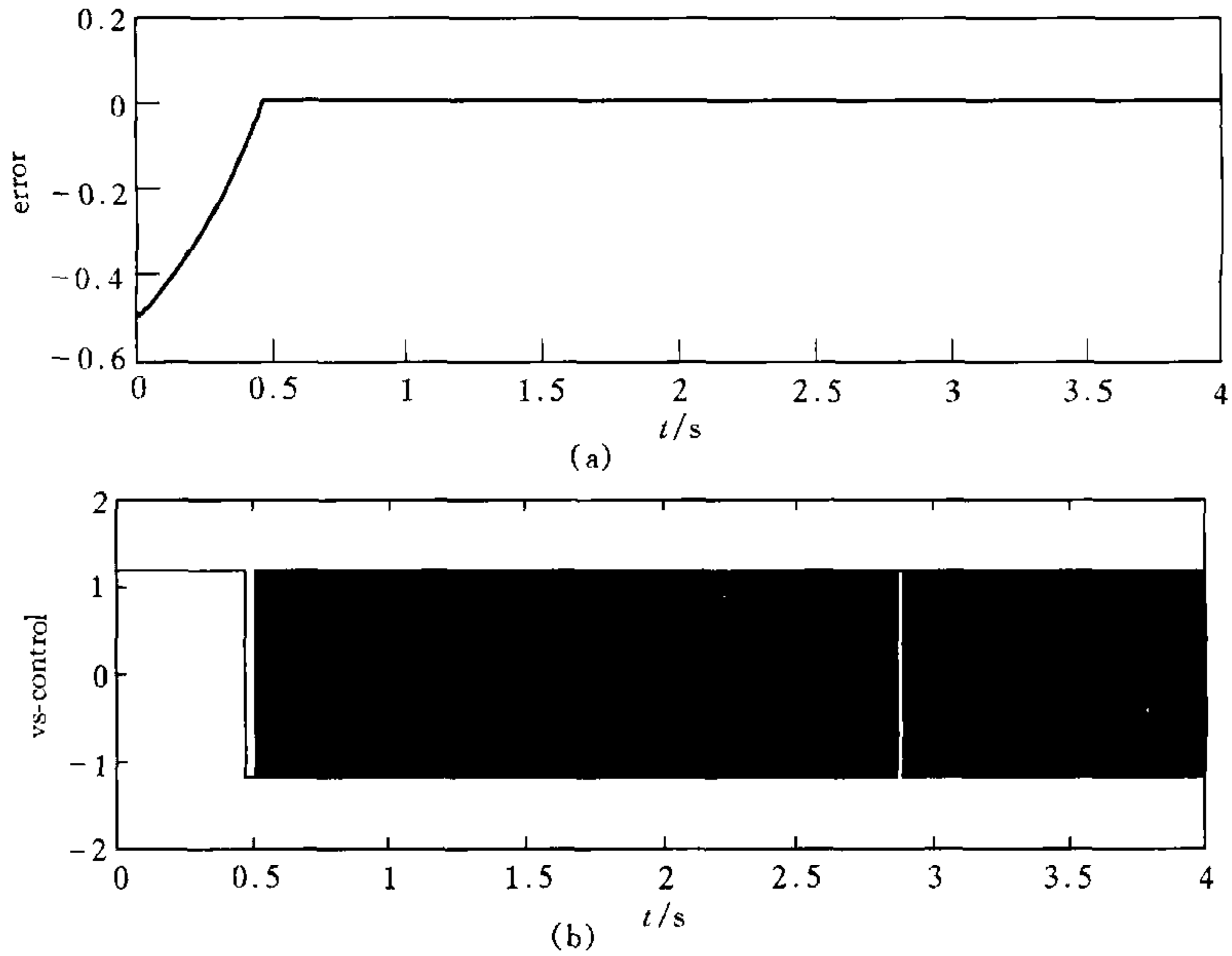


图2 例1仿真结果

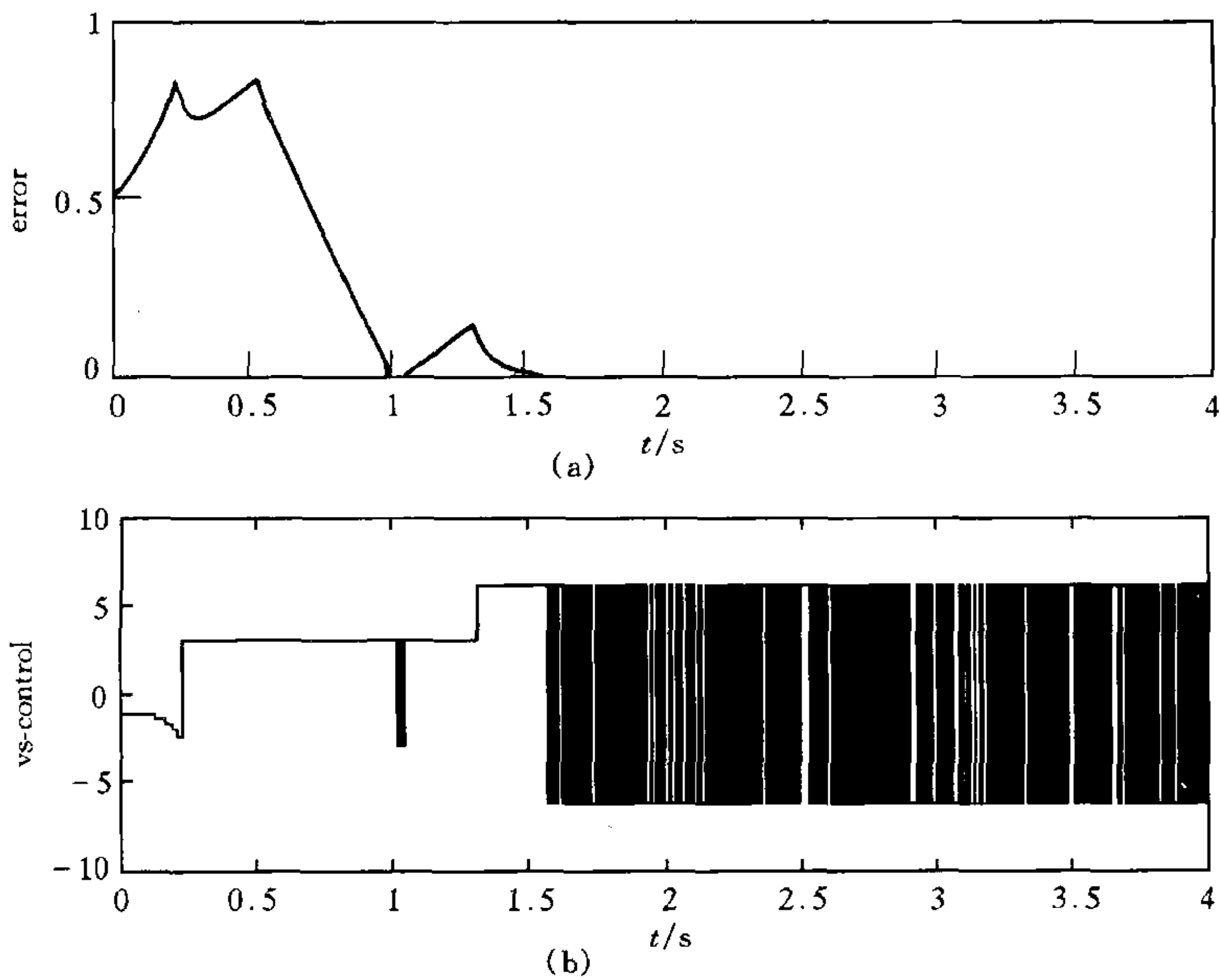


图3 例2仿真结果

## 5 结论

通过上述理论分析和大量的数值仿真例子表明:1) 本文所提方案确有如摘要所述特点;2) 与文献[3]结果相比可看出,通过很小的控制器增益就使系统进入滑模状态;3) 大量的仿真例子表明,当选择 $0 < \epsilon \leq 0.2$ 时,几乎所有的情况下系统均在有限时间进入滑模状态,与文献[2]的结果相比,这显然具有较强的可操作性;4) 在(7)式中  $N$  的选取对  $u_{vs}$



( $t$ )幅值的大小是有影响的,一般说来,选  $N \geq 3$  较适宜;此外,性能指标中  $T$  的选取对  $u_{vs}(t)$ 幅值的影响也是明显的: $T$  越小,则  $u_{vs}(t)$ 幅值就可能越大;5) 尽管从理论上说无论预先给出多么好的性能指标均能实现,但这往往要付出控制  $u_{vs}(t)$  具有很高幅值的代价,因此,选择合适的性能指标对设计者来说是重要的;6) 本文未涉及抖动问题.

### 参 考 文 献

- 1 Hsu L *et al.* Analysis and design of I/O based variable adaptive control. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1994, **AC-39**(1):4—21
- 2 Chien, Sun K C, Wu A C, Fu L C. A robust MRAC using variable structure design for multivariable plants. *Automatica*, 1996, **32**(6):833—848
- 3 Miller, Davison E J. An adaptive controller which provides an arbitrarily good transient and steady-state response. *IEEE, Trans. Autom. Control*, 1991, **AC-36**(1):68—81
- 4 Narendra K S, Valavani S. Stable adaptive controller design—direct control. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1978, **AC-23**(4):570—583
- 5 Lin Yan, Zhang Jie, Mao Jianqin. Variable structure robust adaptive control with unmodelled dynamics. In: 36th IEEE Conf. Decision and Control, San Diego, 1997.
- 6 Qu Z *et al.* Model reference robust control of a class of SISO systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1994, **AC-39**(11):2219—2234
- 7 Morse A S. A three-dimensional universal controller for the adaptive stabilization of any strictly proper minimum-phase system with relative degree not exceeding two. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1985, **AC-30**(12):1188—1191
- 8 Filippov A F. Differential equations with discontinuous right-hand side. *Amer. Math. Soc. Translations*, 1964, **42**(2):199—231

### 附录 A

在证明定理1之前,首先给出一个引理.

**引理1.** 设由图1所给出的变结构自适应系统满足假设 A1)—A4),  $G_p(s)$ 之相对阶  $n^* = 1$ . 若有与  $u_{vs}(t)$ 任意有限的  $(k+1-j)$ 次切换无关之常数  $C_e \geq 0$ , 使得跟踪误差  $e(t)$ 满足

$$|e(t)| \leq C_e, \quad \forall t \in [t_j, t_{k+1}], k \geq j. \quad (\text{a1})$$

这里  $t_j$  为起始时间,  $j$  为正整数,  $t_{k+1}$  为第  $(k+1-j)$ 次切换的时间, 则必有与有界的  $r(t)$ ,  $d(y, t)$  及任意有限的  $(k+1-j)$ 次切换无关的常数  $C \geq 0$ , 使得

$$\|\omega(t)\| \leq C, \quad \forall t \in [t_j, t_{k+1}]. \quad (\text{a2})$$

证明. 因  $y(t) = e(t) + y_M(t)$ , 而由(2)式和假设 A4)知  $y_M(t)$ 在  $[0, +\infty)$ 上恒有界, 考虑到(a1)式, 故必有与任意有限的  $(k+1-j)$ 次切换及在  $[0, +\infty)$ 上有界的  $r(t)$ 无关的常数  $C_y \geq 0$ , 使  $|y(t)| \leq C_y$ ,  $\forall t \in [t_j, t_{k+1}]$ . 此外, 由于  $v_2(t) = (Is - \Lambda)^{-1} g y(t)$ 且  $(Is - \Lambda)^{-1} g$ 的每个分量均是一个稳定的传递函数, 于是,  $v_2(t)$ 的每个分量对任意有限的  $(k+1-j)$ 次切换及  $r(t)$ 也是有界的. 现在研究  $v_1(t) = (Is - \Lambda)^{-1} g u(t)$ 的有界性. 事实上  $v_1(t)$ 可等价地写成  $v_1(t) = (Is - \Lambda)^{-1} g u(t) = (Is - \Lambda)^{-1} g (s + \eta) [u(t)/(s + \eta)]$ , 这里  $\eta$  为任意大于零的正数. 而由图1有  $y(t) = G_p(s) [u(t) + d(y, t)] = G_p(s) (s + \eta) [u(t)/(s + \eta) + d(y, t)/(s + \eta)]$ , 由此可解出  $u(t)/(s + \eta) = [G_p(s) (s + \eta)]^{-1} y(t) - d(y, t)/(s + \eta)$ . 根据假设,  $G_p(s)$ 为相对阶  $n^* = 1$ 的最小相位系统, 因此, 前式中  $[G_p(s) (s + \eta)]^{-1}$ 为一稳定的正则传递函数, 再由  $d(y, t)$ 在  $[0, +\infty)$ 上的有界性(假设(A3)), 就知  $u(t)/(s + \eta)$ 恒有界, 从而, 可证明  $v_1(t)$ 的每个分量亦有界. 综上, 必有常数  $C \geq 0$ , 使(a2)式成立. 证毕

**定理1的证明.**



1) 在(6)式中, 记  $\dot{e}(t) = f(e, \omega, d, \mu) + k_p u_{vs}(t)$ , 这里  $f(e, \omega, d, \mu) = -pe(t) + k_p [\theta^T \omega(t) + (1 - \frac{d_1(s)}{n_M(s)})d(y, t) - \frac{\rho(s)}{k_p n_M(s)}e(t) + \mu(t)]$ . 不失一般性, 在下面的讨论中, 假定对性能指标(4)式, 有  $\epsilon \leq |e(0)| + \delta$  成立. 由于  $e(t)$  的连续性 (Filippov 定理<sup>[8]</sup>), 从(10)式不难看出, 在第一阶段内, 对任意有限的  $k$  次切换, 都有  $|e(t_k)| < |e(0)| + \delta, \forall t \in [t_1, t_{k+1}]$ , 其中  $t_1 := 0, t_{k+1}$  是产生第  $k$  次切换的时间. 这样, 根据引理1, 必有与有界的  $r(t), d(y, t)$  及与任意有限的  $k$  次切换无关的常数  $C \geq 0$ , 有  $\|\omega(t)\| \leq C$ , 从而必有与有界的  $r(t), d(y, t), \mu(t)$  及任意有限的  $k$  切换无关的常数  $C_{f1} \geq 0$ , 使  $|f(e, \omega, d, \mu)| \leq C_{f1}, \forall t \in [t_1, t_{k+1}]$  成立. 除非  $e(t)$  在第一次切换产生之前已进第二阶段, 否则,  $u_{vs}(t)$  必将产生切换. 那么, 无论  $C_{f1}$  有多大, 当选  $u_{vs}(t)$  如(7)式定义时, 经有限次切换后, 显然,  $\dot{e}(t)$  之正负符号将完全由  $u_{vs}(t)$  的符号来决定, 而其大小也将主要由  $u_{vs}(t)$  的大小来决定. 因此, 如下事实将必然发生: 经过有限次切换  $k=i-1 (i>1)$  后, 若仍有  $|e(t)| > \epsilon/2, \forall t \in [t_1, t_{i-1}]$ , 则另一方面, 有  $t_i \in (t_a, t_b] \subseteq (t_{i-1}, t^{(i)})$ ,  $|e(t_a)| > \epsilon/2$  及常数  $h: h \geq [e(t_a) - \epsilon/2]/(t_i - t_a)$ , 如  $e(t_a) > \epsilon/2$  或  $h \geq -[e(t_a) + \epsilon/2]/(t_i - t_a)$ , 如  $e(t_a) < -\epsilon/2$ , 使对所有  $t_i \in (t_a, t_b]$ , 有

$$e(t) = f(e, \omega, d, \mu) + k_p u_{vs}(t) \begin{cases} \leq -h, & e(t_a) > \epsilon/2, \\ \geq h, & e(t_a) < -\epsilon/2. \end{cases} \quad (a3)$$

这里  $t^{(i)}$  由(10)式定义; 而本文取区间  $(t_a, t_b]$ , 是因为关于  $h$  的不等式往往并不需要在整个区间  $(t_{i-1}, t^{(i)})$  内都成立. 对以上不等式两边从  $t_a$  到  $t_i$  积分, 就有  $|e(t_i)| \leq \epsilon/2$ . 这说明此时已进入了第二阶段.

下面证明, 一旦  $|e(t)| \leq \epsilon/2$ , 则在  $u_{vs}(t)$  经过且只需经过至多有限次切换 (存在根本不切换的可能性, 此时  $t_{i+1} = \infty$ , 参见(12)式) 后, 将停止切换, 并始终有  $|e(t)| < \epsilon, \forall [t_i, +\infty)$ . 首先, 与第一阶段分析类似地, 当进入第二阶段之后, 由于  $e(t)$  的连续性, 对第二阶段任意有限的  $(k+1-i)$  次切换, 都有  $|e(t_k)| < \epsilon, \forall t \in [t_i, t_{k+1}], k \geq i$ , 其中  $t_{k+1}$  是产生第  $(k+1-i)$  次切换的时间. 从而根据引理1, 必有与此有限的  $(k+1-i)$  次切换以及有界的  $r(t), d(y, t), \mu(t)$  无关的常数  $C_{f2} \geq 0$ , 使  $|f(e, \omega, d, \mu)| \leq C_{f2}, \forall t \in [t_i, t_{k+1}]$ . 用反证法, 假设  $u_{vs}(t)$  将按(12)式的规律不断地切换下去. 那么, 注意到(7)式, 至多经过有限的  $(k+1-i)$  次切换, 必有  $|k_p u_{vs}(t_{k+1})| > C_{f2}$ , 并且有  $e(t_{k+1})\dot{e}(t_{k+1}) < 0$ . 可以断言:  $u_{vs}(t)$  将终止切换, 并对所有  $\forall t \in [t_{k+1}, +\infty), e(t)\dot{e}(t) < 0$  成立, 且有 (参见(12)式)  $|e(t)| \leq \epsilon(1 - 1/2^{(k-i+2)}) < \epsilon, \forall t \in [t_{k+1}, +\infty)$ . 事实上, 若此时  $u_{vs}(t)$  还将有切换产生, 则必须在某个时刻  $t = t_{k+2}$  时(12)式成立. 但由(12)式  $|e(t_{k+2})| > |e(t_{k+1})|$ , 再注意到  $e(t)$  的连续性, 这说明必有区间  $(\bar{t}, t_{k+2}) \subset [t_{k+1}, t_{k+2}]$ , 有  $e(t) > 0, \forall t \in (\bar{t}, t_{k+2})$  或  $e(t) < 0, \forall t \in (\bar{t}, t_{k+2})$ , 使得  $e(t)\dot{e}(t) > 0, \forall t \in (\bar{t}, t_{k+2})$ . 但另一方面, 易见  $e(t)\dot{e}(t) < 0$  对  $[t_{k+1}, t_{k+2})$  仍成立, 这是因为  $(k+1-i)$  为有限及在  $[t_{k+1}, t_{k+2})$  中除第  $(k+1-i)$  次切换外不再有任何新的切换, 这显然会导致矛盾. 故  $u_{vs}(t)$  必将终止切换. 最后, 由于只进行了有限次切换, 故  $u_{vs}(t)$  的有界性是显然的.

2) 证明存在  $\epsilon^{(j)} > 0$  及有限时间  $T_M$ , 使得只要  $e(t)$  满足  $X(T, \epsilon^{(j)}, S(\delta))$ , 就有  $e(t) = 0, \forall t \geq T_M$  成立. 为证明这一结论, 可首先选一个  $\epsilon^{(1)} > 0$ , 则根据本定理之1),  $u_{vs}(t)$  经过且只需经过有限次切换  $k^{(1)}$  之后,  $e(t)$  满足性能指标  $X(T, \epsilon^{(1)}, S(\delta))$ , 且有  $|e(t)| < \epsilon^{(1)}, \forall t \geq T$  成立. 若此时本定理2)的结论不成立, 即对任意有限的  $T_M > 0$ , 都有一个有限的时间  $\tilde{t} (\tilde{t} \geq T_M), |e(\tilde{t})| > 0$ . 那么令  $\zeta^{(1)} := \sup_{t \geq T} |e(t)|$ , 这时显然有  $\zeta^{(1)} < \epsilon^{(1)}$ . 选  $\epsilon^{(2)} > 0$  使得  $\epsilon^{(2)} < \zeta^{(1)}$ , 则对性能指标  $X(T, \epsilon^{(2)}, S(\delta))$ , 再次利用本定理之1), 知  $u_{vs}(t)$  经过且只需经过有限次切换  $k^{(2)}$  之后,  $e(t)$  满足性能指标  $X(T, \epsilon^{(2)}, S(\delta))$ , 且有  $|e(t)| < \epsilon^{(2)}, \forall t \geq T$  成立. 此时证明, 必有  $k^{(2)} > k^{(1)}$ . 首先, 若  $k^{(2)} = k^{(1)}$ , 由于  $\epsilon^{(2)} < \zeta^{(1)}$ , 显然会导致矛盾; 其次若  $k^{(2)} < k^{(1)}$ , 那么使性能指标  $X(T, \epsilon^{(1)}, S(\delta))$  满足的  $k^{(1)}$  事实上是不存在的, 这是因为  $\epsilon^{(2)} < \zeta^{(1)} < \epsilon^{(1)}$ , 故当进行到第  $k^{(2)} (< k^{(1)})$  次切换时, 若  $X(T, \epsilon^{(2)}, S(\delta))$  满足, 则  $X(T, \epsilon^{(1)}, S(\delta))$  亦会满足, 这与“ $u_{vs}(t)$  经过了  $k^{(1)}$  次切换”的假设相矛盾. 综上所述, 必有  $k^{(2)} > k^{(1)}$ . 依次类推, 一定存在一个  $\epsilon^{(j)} > 0; \epsilon^{(j)} < \epsilon^{(j-1)} < \dots < \epsilon^{(2)} < \epsilon^{(1)}$ , 相应地, 存在一个有限的  $k^{(j)}; k^{(j)} > k^{(j-1)} > \dots > k^{(2)} > k^{(1)}$ , 使得经  $k^{(j)}$  次切换时, 有  $|k_p u_{vs}(t)| > C_{ej}, \forall t \in [t_{ej}, +\infty)$  及  $\dot{e}(t)e(t) = [f(e, \omega, d, \mu)(t) + k_p u_{vs}(t)]e(t) < 0, (e(t) \neq 0), \forall t \in [t_{ej}, +\infty)$ , 这

里,  $t_{k_j}$  是  $k^{(j)}$  次切换产生的时间,  $t_{\epsilon_j} \geq t_{k_j}$ , 常数  $C_{\epsilon_j}$  满足  $\sup_{t \in [t_{\epsilon_j}, +\infty)} |f(e, \omega, d, \mu)(t)| = C_{\epsilon_j}$ . 这意味着存在有限的时间  $T_M$ , 使  $e(t) = 0, \forall t \geq T_M$  成立, 即系统在  $T_M$  时已进入滑动模态. 证毕.

**林 岩 男**, 副教授、博士研究生. 主要研究领域为鲁棒和自适应控制.

**毛剑琴 女**, 博士、教授、博士生导师、中国自动化学会常务理事、副秘书长、IEEE/CSS 北京分会主席. 研究领域是控制理论和控制工程, 主要是智能控制、智能辨识及其应用, 鲁棒控制、自适应控制及其应用等.

### 中国自动化学会1999年重点学术活动 计划

项目名称	主要内容	时间	人数	地点	联系人
国际自动控制联合会(I-FAC)第14届世界大会	制造与检测设计方法、系统与信号、生命支持系统、系统工程与管理、自动化的整体和教育效果、工业应用、运输系统与运载工具、计算机控制等9大类, 邀请世界著名学者作大会报告, 介绍世界顶尖技术与成果, 各国自控专家交流高质量学术论文, 举办特邀专题及特别案例研讨会, 举办会前工业应用专题研讨会, 安排形式多样的技术参观, 技术座谈等.	7月4日至9日	1500	北京	张纪峰(程序委员会)北京中关村中科院系统所 邮编:(100080) 电话:(010)62532161 传真:(010)62587343 王红(组织委员会) 北京中关村南一条一号 中国自动化学会 100080 电话:(010)62544415 传真:(010)62620908
国际自动化技术设备及仪器仪表展览会	工业过程控制系统及装备、工业控制机、可编程控制器、分布式控制及智能控制等控制装置、仪器仪表、传感器、执行机构与机器人, 数控、数显设备与变频调速等电气传动装置, 办公自动化、楼宇自动化及计算机集成制造系统, 机电一体化, 数据采集、信号处理与信息管理系统及装置, 声音、图象、图形处理及计算机可视化设备, 计算机及外部设备, 应用软件及软件开发工具, 其他有关电子、通讯、电控设备.	7月6日至9日		北京	周顺之 上海环球展览有限责任公司 电话(021)62470160 62479769 传真:(021)62474030 (021)62794202