第25卷 第2期 自动化学报 Vol. 25, No. 2
1999年3月 ACTA AUTOMATICA SINICA Mar., 1999

非线性控制系统的全局输出调节[1)]

佘 焱 张嗣瀛
(上海交通大学信控系 上海 200030) (东北大学自控系 沈阳 110006)

摘 要 讨论了非线性控制系统的全局输出调节.首先推广精确线性化方法,通过状态反馈和微分同胚将非线性系统的全局输出调节问题,转化为线性系统对非线性系统的跟踪问题.通过提出可解性的概念,得到线性系统对非线性系统全局跟踪的条件,该结果是线性系统结果的推广.在反馈同胚变换全局成立条件下,得到非线性控制系统全局输出调节问题的充分条件,该条件对外部系统只做较弱的可解性假设,在反馈同胚变换局部成立的条件下,可得局部结果.

关键词 非线性系统,输出调节,微分同胚.

GLOBAL OUTPUT REGULATION FOR NONLINEAR CONTROL SYSTEMS

SHE Yan
(*Dept. of Inform. and Contr. Eng., Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200240)
ZHANG Siying
(*Department of Automatic Control, Northeastern University, Shenyang* 110006)

Abstract Global output regulation problems for nonlinear control systems are discussed. First, a state feedback diffeomorphic coordination transformation is introduced to transform the nonlinear system into the system which consists of a linear system and a nonlinear exosystem. Then solvability of output regulation is defined to discuss the global output regulation problems of this special control systems. The result is an extension to that of the linear systems. Finally, it is shown that if the exosystem is the solvable and the condition of global exact feedback linearization is satisfied then the global output regulate problem for nonlinear systems is solvable. If only local feedback coordination transformation exits, we can obtain the local results.

Key words Nonlinear control systems, output regulation, exact feedback linearization.

1) 国家自然科学基金、中国博士后科学基金、上海交通大学青年基金和辽宁省博士启动基金资助项目.
收稿日期 1996-06-10 收修改稿日期 1998-01-10

1　引言

输出调节是控制系统设计的一个重要问题. 线性系统的输出调节有较圆满的结果[1]，但非线性系统的相应结果则困难得多，所得结果也较弱. 主要表现在：1）只讨论了初值在某点邻域的局部输出调节；2）假定了外部系统满足较强的假设[2—6].

近二十年来，非线性控制系统的几何理论[5]取得了重要进展，精确线性化是几何方法的重要内容. 文献[6]首次将该方法推广到大系统，本文则通过提出另一推广形式，将非线性控制系统的全局输出调节问题，转化为一类较为特殊的系统的全局输出调节问题，使问题得到明显的简化，所得结果的优点是：结果是全局的，而且对外部系统只需很弱的假设.

2　问题的陈述

考虑系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) + g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})\boldsymbol{u}, \tag{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{w}} = s(\boldsymbol{w}), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{e} = h(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}), \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{x}\in R^n,\boldsymbol{w}\in R^m,\boldsymbol{u}\in R^p,\boldsymbol{e}\in R^q,f,g,s,h$ 是光滑函数，$f(0,0)=0,s(0)=0$. 系统(1)是需要调节的系统，受到了外部系统(2)的扰动，式(3)是系统(1)与系统(2)之间的输出误差.

全局输出调节问题. 称系统(1)—(3)的全局输出调节问题可解，如果存在反馈

$$\boldsymbol{u} = k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}), \tag{4}$$

其中 $k(0,0)=0,k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})$ 光滑，使得

1)系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x},0) + g(\boldsymbol{x},0)k(\boldsymbol{x},0) \tag{5}$$

在 $\boldsymbol{x}=0$ 点全局渐近稳定.

2)$\forall\ (\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{w}_0)\in R^n\times R^m$，系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) + g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}), \tag{6}$$

$$\dot{\boldsymbol{w}} = s(\boldsymbol{w}) \tag{7}$$

的初值为 $(\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{w}_0)$ 的解 $(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{w}(t))$ 满足

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}(t) = \lim_{t\to\infty}h(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{w}(t)) = 0. \tag{8}$$

3　主要结果

记 R^{n+m} 上的向量场

$$F(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) = \begin{bmatrix} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) \\ s(\boldsymbol{w}) \end{bmatrix},\quad G_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) = \begin{bmatrix} g_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) \\ 0 \end{bmatrix},(\text{后 } m \text{ 行为 } 0),$$

$$X_j^{k+1} = ad_F^k G_j = \underbrace{(\times,\cdots,\times,0,\cdots,0)^\tau}_{\text{后}m\text{行为}0},j = 1,\cdots,p, \tag{9}$$

$$X_{n+i} = \underbrace{(\times,\cdots,\times,0,\cdots,0,1,0,\cdots,0)^{\tau}}_{\text{后}m\text{行除第}n+i\text{行为1外,其余为0}},i = 1,\cdots,m. \tag{10}$$

假设1. 1) $D_i = \mathrm{span}\{ad_F^S G_j, X_{n+i} \mid j=1,\cdots,p; s\leqslant i-1\}, i=1,\cdots,n$,是0点的非奇异对合分布.

2)存在原点某邻域 U 及形如式(10)的向量场 $X_{n+i}(i=1,\cdots,m)$,使得 $D_{n+m} = \mathrm{span}\{ad_F^S G_j, X_{n+i} \mid j=1,\cdots,p; s\leqslant n-1; i=1,\cdots,m\}$ 是0点的非奇异对合分布.

3) $\dim D_{n+m}(0) = n+m$.

定理1. 假设1成立当且仅当存在光滑反馈 $\boldsymbol{u}=\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})+\beta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})\nu$ 及 R^{n+m} 中0点的局部微分同胚坐标变换 $\Phi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})=\begin{bmatrix} T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) \\ \boldsymbol{w} \end{bmatrix}$,使得系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) + g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) + g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})\beta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})\nu, \tag{11}$$

$$\dot{\boldsymbol{w}} = s(\boldsymbol{w}), \tag{12}$$

$$\boldsymbol{e} = h(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}), \tag{13}$$

在新坐标下成为

$$\dot{\boldsymbol{z}} = Az + B\nu, \tag{14}$$

$$\dot{\boldsymbol{w}} = s(\boldsymbol{w}), \tag{15}$$

$$\boldsymbol{e} = h(\Phi^{-1}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{w})), \tag{16}$$

其中

$$A = \mathrm{diag}(A_1,\cdots,A_p), \quad B = \mathrm{diag}(B_1,\cdots,B_p) \tag{17}$$

及

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ & & & 0 \end{bmatrix}_{n_i\times n_i}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{n_i}, \quad i = 1,\cdots,p. \tag{18}$$

如果 $f(0,0)=0, s(0)=0$,则 $\alpha(0,0)=0$.

证明. 充分性. 设 $\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}),\beta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})$ 和坐标变换 $\Phi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})=\begin{bmatrix} T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) \\ \boldsymbol{w} \end{bmatrix}$ 满足定理1要求,令

$$\widetilde{F} = \begin{bmatrix} f + g\alpha \\ s(\boldsymbol{w}) \end{bmatrix}, \quad \widetilde{G} = \begin{bmatrix} g\beta \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{19}$$

则

$$\Phi_*(\widetilde{F}) = \Phi_*\begin{bmatrix} f + g\alpha \\ s(\boldsymbol{w}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Az \\ s(\boldsymbol{w}) \end{bmatrix}, \quad \Phi_*(\widetilde{G}) = \Phi_*\begin{bmatrix} g\beta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

取 $X_{n+j}=\Phi_*^{-1}(H_{n+j})$,其中 $H_i=(0,\cdots,0,1,0,\cdots,0)^{\tau}$. 则 $\Phi_*(X_{n+j})=H_{n+j}$,注意到,假设中的条件是反馈不变的,同时 Φ_* 不影响李括号运算,所以针对上述向量场可直接验证假设1成立.

必要性. 由于 D_i 的非奇异性,可以找出 n 个在0点线性无关的向量场

$$C = \{G_1,\cdots,G_{n_1}, ad_F G_1,\cdots, ad_F G_{n_2}, ad_F^{N-1}G_1,\cdots, ad_F^{N-1}G_{n_N}\}, \tag{21}$$

其中 $\sum_{i=1}^{N} n_i = n, n_1 = p$,使得

$$D_k=\operatorname{span}\{ad_F^S G_j\,|\,j=1,\cdots,n_{S+1};s=0,\cdots,k-1\},k=1,\cdots,n. \tag{22}$$

同时由定理1,$D_{n+m}=\operatorname{span}\{ad_F^S G_j,X_{n+i}\,|\,j=1,\cdots,n_{S+1};s=0,\cdots,N-1;i=1,\cdots,m\}$是在0点的非奇异对合分布. 将 C 中的向量场依次记为 $X_1,\cdots,X_n$,连同 $X_{n+1},\cdots,X_{n+m}$,定义映射:$\tau_{0^*}(z_1,\cdots,z_n,w_1,\cdots,w_m)=\phi_{z_1}^{X_1}\circ\cdots\circ\phi_{z_n}^{X_n}\circ\phi_{w_1}^{X_{n+1}}\circ\cdots\circ\phi_{w_m}^{X_{n+m}}(0)$,定义了0点邻域的一个局部坐标变换,由 $X_{n+1},\cdots,X_{n+m}$的定义,τ_{0^*},$\tau_{0^*}^{-1}$均不改变 R^{n+m}的后 m 个坐标,从而有

$$\tau_{0^*}^{-1}(F)=\begin{bmatrix}\times\\ \vdots\\ \times\\ s(w)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(F^1)_0\\ \vdots\\ (F^N)_0\\ s(w)\end{bmatrix}, \tag{23}$$

其中$(F^1)_0,\cdots,(F^N)_0$分别具有 $n_1,\cdots,n_N$ 个分量. 因为$[\tau_{0^*}^{-1}(F),\tau_{0^*}^{-1}(D_j)]\subset\tau_{0^*}^{-1}(D_{j+1}),j=1,\cdots,N-1$,利用 $\tau_{0^*}^{-1}(D_j)$的结构易知

$$\frac{\partial(F^i)_0}{\partial z^j}=0,i\geqslant j+2,\quad \operatorname{rank}\left[\frac{\partial(F^i)_0}{\partial z^{i-1}}\right]=n_i,i=2,\cdots,N. \tag{24}$$

为简单起见,以下有时以 F 记 $\tau_{0^*}^{-1}(F)$,D_i 记 $\tau_{0^*}^{-1}(D_i)$,F_i^S 记$(F_i^S)_0$.

不失一般性,可设$\dfrac{\partial(F^i)_0}{\partial z^{i-1}}$的前 n_i 列线性无关,即

$$\operatorname{rank}\left[\frac{\partial(F_1^i,\cdots,F_{n_i}^i)}{\partial(z_1^{i-1},\cdots,z_{n_i}^{i-1})}\right]=n_i. \tag{25}$$

引进局部同胚坐标变换 τ_1

$$(z_i^s)_1=\begin{cases}(F_i^{s+1})_0,s=1,\cdots,N-1;i\leqslant n_{s+1},\\ (z_i^s)_0,s=1,\cdots,N-1,\\ (z_i^N)_0,s=N;i=1,\cdots,n_N,\end{cases} \tag{26}$$

$$(w_i)_1=(w_i)_0, \tag{27}$$

这里$(z_i^s)_0=z_i^s$,$(w_i)_0=w$. 由式(24),(25),(26),(27)知 τ_1的 Jorcobian 阵形如$\begin{bmatrix}J_1 & \times\\ 0 & I\end{bmatrix}$,其中 I 是 $m\times m$ 阶单位阵,J_1是 $n\times n$ 阶矩阵,且 J_1形如

$$\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial F^2}{\partial z^1}\\ 0\quad I\end{bmatrix} & & \times\\ & \ddots & \\ & & \begin{bmatrix}\dfrac{\partial F^N}{\partial z^{N-1}}\\ 0\quad I\end{bmatrix}\\ 0 & & & I\end{bmatrix}. \tag{28}$$

由 J_1的结构形式可得

$$D_i=\operatorname{span}\left\{\frac{\partial}{\partial(z_j^s)_1}\,\middle|\,s\leqslant i;j=1,\cdots,n_s\right\},i=1,\cdots,N. \tag{29}$$

由 J_1的定义可知,在$((z)_1,(w)_1)$坐标下,$\tau_{1^*}(F)$的第 N 块为

$$(F^N)_1=\operatorname{col}((z_1^{N-1})_1,\cdots,(z_{n_N}^{N-1})_1). \tag{30}$$

由式(29),完全重复上述讨论,构造局部微分同胚 τ_2. 设经过 k 次同胚后$(F)_k$ 的第

$n-k+1$至第 N 块分量分别为

$$(F^s)_k = \mathrm{col}((z_1^{s-1})_k, \cdots, (z_{n_s}^{s-1})_k), \quad s = N-k+1, N-k+2, \cdots, N. \tag{31}$$

构造 τ_{k+1}，将式(26)左边的下标1及右边的下标0分别用 $k+1,k$ 代替，再计算 J_{k+1}，由式(42)知，J_{k+1}的对角块中的后 $k+1$块均为单位阵，并且同一行没有非零元，因此，立即有

$$(F^s)_{k+1} = (F^s)_k, \quad (w)_{k+1} = (w)_k, \quad s \geqslant N-k. \tag{32}$$

再根据 τ_{k+1}的定义式(26)可知$(F^s)_{k+1}=\mathrm{col}((z_1^{s-1})_{k+1},\cdots,(z_{n_s}^{s-1})_{k+1})$，从而式(31)归纳可得.

为方便，仍把 τ_{N-1}所确定坐标记为(z,w)，在此坐标下，F 有如下形式

$$F = \mathrm{col}((f^1)^\tau, z_1^1, \cdots, z_{n_2}^1, \cdots, z_1^{N-1}, \cdots, z_{n_N}^{N-1}, (s(w))^\tau),$$

而 $G=D_1=\mathrm{span}\left\{\frac{\partial}{\partial z_1^1},\cdots,\frac{\partial}{\partial z_m^1}\right\}$，因此，在$(z,w)$坐标下$(G_1,\cdots,G_m)=\begin{bmatrix}Q(z,w)\\0\end{bmatrix}$，这里，$Q(z,w)$是光滑可逆阵. 令 $\beta(z,w)=Q^{-1}(z,w)$，$\alpha(z,w)=-Q^{-1}(z,w)f^1$，反馈 $u=\alpha(z,w)+\beta(z,w)\nu$. 则所得系统由一能控标准形与 $\dot{w}=s(w)$联结而成. 显然，如果 $f(0,0)=0$，$s(0)=0$，则 $\alpha(0,0)=0$.

定义1. 设 $h(z,w)$是 $R^n\times R^m$ 上的函数，称 $h(z,w)$关于 z 一致连续，$\forall\ \varepsilon>0$，$\forall\ w\in R^m$，$\exists\ \delta>0$，使得，当$|z_1-z_2|<\delta$，有$|h(z_1,w)-h(z_2,w)|<\varepsilon$.

定义2. 称 $\dot{w}=s(w)$关于 $h(z,w)$是$(n_1,\cdots,n_p)$阶可解的，其中非负整数 $n_1,\cdots,n_p$ 满足 $\sum_{i=1}^p n_i = n$，如果存在 C^2 类向量值函数 $a^0:R^m\to R^p$，$a^0(0)=0$，使得

$$h(a(w),w) = 0,$$

其中向量值函数 $a:R^m\to R^n$，$a(w)=(a_1^1(w),\cdots,a_{n_1}^1(w),\cdots,a_1^p(w),\cdots,a_{n_p}^p(w))$如下定义

$$a_1^i(w) = a_i^0(w), a_j^i(w) = \frac{\partial a_{j-1}^i}{\partial w}s(w), j = 2,3,\cdots,n_i; i = 1,\cdots,p. \tag{33}$$

定理2. 设 $\dot{w}=s(w)$关于 $h(\Phi^{-1}(z,w))$为$(n_1,\cdots,n_p)$阶可解，$h(\Phi^{-1}(z,w))$关于 z 一致连续，则系统(14—16)的全局输出调节问题可解，反馈控制律为

$$v = c(w) + K(z - a(w)). \tag{34}$$

证明. 因为 $\dot{w}=s(w)$关于 $h(\Phi^{-1}(z,w))$为$(n_1,\cdots,n_p)$阶可解，所以由定义2，存在 C^2类向量值函数 $a^0:R^m\to R^p$，$a^0(0)=0$，使得

$$h(\Phi^{-1}(a(w),w)) = 0, \tag{35}$$

定义向量值函数 $c:R^m\to R^p$，

$$c_i(w) = \frac{\partial a_{n_i}^i}{\partial w}s(w), \tag{36}$$

显然 $a(0)=0$，$c(0)=0$(因为 $s(0)=0$，$a^0(0)=0$).

由式(33)，(36)，(17)，(18)，有

$$\frac{\partial a(w)}{\partial w}s(w) = Aa(w) + Bc(w), \tag{37}$$

设 $v=c(w)+K(z-a(w))$，其中 K 是使得 $A+BK$ 稳定的任意矩阵，系统(14)，(15)成为

$$\dot{z} = (A+BK)z + B(c(w) - Ka(w)), \tag{38}$$

$$\dot{w} = s(w). \tag{39}$$

设 $w(t)$，$w(0)=w_0\in R^m$ 是式(39)的任意解，由式(37)得

$$\frac{\mathrm{d}a(\boldsymbol{w}(t))}{\mathrm{d}t}=Aa(\boldsymbol{w}(t))+Bc(\boldsymbol{w}(t))=$$
$$(A+BK)a(\boldsymbol{w}(t))+B(c(\boldsymbol{w}(t))-Ka(\boldsymbol{w}(t))),\tag{40}$$

令 $z_1(t)=a(\boldsymbol{w}(t))$，则 $z_1(t)=a(\boldsymbol{w}(t))$，$z_1(0)=a(w_0)$是闭环系统(38)的解. 设$(z_2(t),\boldsymbol{w}(t))$是式(38)，(39)的任意解，且满足初值条件 $\boldsymbol{w}(0)=w_0$，$z_0(0)\in R^n$，则当 $t\to\infty$，有 $z_2(t)\to z_1(t)$. 因为设 $q(t)=z_2(t)-z_1(t)$，有

$$\dot{q}(t)=\dot{z}_2(t)-\dot{z}_1(t)=(A+BK)(z_2(t)-z_1(t))=(A+BK)q(t),\tag{41}$$
$$q(0)=z_2(0)-z_1(0).\tag{42}$$

显然上述系统是渐近稳定的，即当 $t\to\infty$时，$q(t)\to 0$.

由式(35)，有 $h(\Phi^{-1}(z_1(t),\boldsymbol{w}(t)))=h(\Phi^{-1}(a(\boldsymbol{w}(t),w(t)))=0$，所以

$$\boldsymbol{e}=h(\Phi^{-1}(z_2(t),\boldsymbol{w}(t)))=h(\Phi^{-1}(z_2(t),\boldsymbol{w}(t)))-h(\Phi^{-1}(z_1(t),\boldsymbol{w}(t))).\tag{43}$$

因为 $h(\Phi^{-1}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{w}))$关于 $\boldsymbol{z}$ 一致连续，当 $t\to\infty$，$\boldsymbol{e}(t)\to 0$时，条件(2)成立. 由 $c(0)=0$，$a(0)=0$，当 $\boldsymbol{w}=0$时，式(38)渐近稳定，条件(1)成立.

注1. 由式(35)，(37)知，定义2是线性系统输出调节可解性条件的推广. 如果 $h(\Phi^{-1}(a(\boldsymbol{w}),\boldsymbol{w}))$只与 $a_1^1,\cdots,a_1^p$有关(实际中并非少见)，则式(18)，(14)仅归结为一组隐函数方程组.

定理3. 设系统(1)，(3)满足

1) 假设1成立，且对应的坐标变换$(\boldsymbol{z},\boldsymbol{w})=\Phi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})$在 R^{n+m}上全局成立；

2) $\dot{\boldsymbol{w}}=s(\boldsymbol{w})$关于 $h(\Phi^{-1}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{w}))$为$(n_1,\cdots,n_p)$阶可解；

3) $h(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{w}),\boldsymbol{w})$关于 $\boldsymbol{z}$ 一致连续.

则系统(1)，(3)的全局输出调节问题可解，反馈控制律为

$$\boldsymbol{u}=\alpha(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})+\beta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})[c(\boldsymbol{w})+K(\boldsymbol{z}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})-a(\boldsymbol{w}))].\tag{44}$$

证明. 式(8)的验证是简单的，只需注意$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})=\Phi^{-1}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{w})$和(43)式. 主要是验证式(5)渐近稳定. 以下提到式(11)是指将式(34)代入式(11)所得闭环系统. 设 $\boldsymbol{x}(t)$是式(5)的任意解，则$(\boldsymbol{x}(t),0)$是式(11)，(12)的解，$(\boldsymbol{z}(t),0)=\Phi(\boldsymbol{x}(t),0)$是式(38)，(39)的解，从而$\boldsymbol{z}(t)$是 $\dot{\boldsymbol{z}}=(A+BK)\boldsymbol{z}$ 的解. 因为$(\boldsymbol{x}(t),0)=\Phi^{-1}(\boldsymbol{z}(t),0)$，所以当 $\boldsymbol{z}(t)\to 0$时，有$(\boldsymbol{z}(t),0)\to 0$，从而有$(\boldsymbol{x}(t),0)\to 0$，即 $\boldsymbol{x}(t)\to 0$.

注2. 显然，如果所得坐标变换是局部的，则系统的局部输出调节问题可解.

4 例子

例1. 考虑以下非线性系统的全局输出调节问题

$$\dot{x}_1=x_2^{1/3},\quad \dot{x}_2=3x_2^{2/3}(x_3+2x_1),\quad \dot{x}_3=\boldsymbol{u},\quad \dot{\boldsymbol{w}}=w^2,\quad \boldsymbol{e}=x_1-\boldsymbol{w}.$$

其中 $\dot{\boldsymbol{w}}=w^2$是需要跟踪的外部系统. 显然已有方法不能解决上述问题. 容易验证上述系统满足假设1. 由定理1易得，在反馈 $\boldsymbol{u}=-2x_2^{1/3}+\nu$ 及全局坐标变换 $z_1=x_1$，$z_2=x_2^{1/3}$，$z_3=x_3+2x_1$下，系统变换成为

$$\dot{z}_1=z_2,\dot{z}_2=z_3,\dot{z}_3=v,\quad \dot{w}=w^2,e=z_1-w.$$

显然 w^2关于 z_1-w 是(3)阶可解的，且 z_1-w 关于 z 一致连续，所以原系统的全局输出调节问题可解，且直接可得 $a_1(\boldsymbol{w})=\boldsymbol{w}$，$a_2(\boldsymbol{w})=w^2$，$a_3(\boldsymbol{w})=2w^3$，$c(\boldsymbol{w})=6w^4$，由定理3反馈控

制律可取为 $u=-2x_2^{1/3}+[c(w)+K(z(x,w)-a(w))]$.

参 考 文 献

1 Francis B A. The linear multivariable regulator problem. *SIAM J. Control & Optim.*, 1977, **15**: 486—505

2 Isidori A, Byrnes C I. Output regulation for nonlinear systems. *IEEE Trans. Autom. Control.*, 1990, **35**(2): 131—140

3 Huang J, Rugh W J. On a nonlinear multi-variable servomechanism problem. *Automatica*, 1990, **26**(6): 963—972

4 Huang J, Rugh W J. Stabilization on zero-error manifolds and the nonlinear servomechanism problem. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1992, **37**(7): 1009—1013

5 程代展. 非线性系统几何理论. 北京: 科学出版社, 1988

6 余焱, 张嗣瀛. 非线性大系统的分散线性化与分散控制. 自动化学报, 1998, **24**(2): 18—25

余 焱 生于1968年. 1990年武汉大学数学系本科毕业, 1992年硕士研究生毕业并提前攻读博士学位, 1995年于武汉大学数学系获理学博士学位并入东北大学自动控制博士后流动站进行博士后研究. 1997年评为上海交通大学副教授. 目前感兴趣的研究领域为复杂控制系统的相似结构与全息性质、非线性控制系统等.

张嗣瀛 见本刊1998, 24(2).

(上接168页)

3. 计量单位一律采用国际单位, 即 SI 单位制, 名词术语必须规范化、标准化, 前后一致. 外国人名、地名、书刊名称除已通用者外一律用原文.

4. 参考文献按文中出现的先后次序排列. 期刊的格式为: 编号 作者(姓在前, 如 Wiener L N, Kalmn R E, Wang H 等). 文章题目. 期刊名(外文可根据国际惯例使用缩写词), 年, 卷号(期号): 页码顺序编排. 图书的格式为: 编号 作者(姓在前). 书名. 出版地点: 出版者, 年份, 页码顺序编排. 正文未引用的文献及未公开发表的文献不得列入参考文献栏目.

5. 文末附英文摘要(内容与中文一致). 摘要包括英文标题、作者姓名和工作单位、文章摘要、关键词, 摘要一般不超过250个单词.

6. 来稿一律用计算机打印, 打印稿请用四号字, 行间空距不小于7毫米. 文中符号、大小写、上下角标位置等必须清楚.