第25卷 第1期 自 动 化 学 报 Vol. 25, No. 1
1999年1月 ACTA AUTOMATICA SINICA Jan., 1999

单亲遗传算法及其全局收敛性分析[1)]

李茂军 童调生
(长沙电力学院电力工程系 长沙 410077) (湖南大学电气工程系 长沙 410082)

摘 要 序号编码的遗传算法(GA)不能在两条染色体的任意位置进行交叉，必须使用PMX，CX和OX等特殊的交叉算子，而这些交叉算子实施起来都很麻烦. 针对序号编码GA的上述不足，提出一种单亲遗传算法(PGA). PGA采用序号编码，不使用交叉算子，而代之以隐含序号编码GA交叉算子功能的基因换位等遗传算子，简化了遗传操作，并且不要求初始群体具有多样性，也不存在“早熟收敛”问题. 仿真结果验证了这种算法的有效性.

关键词 遗传算法，遗传算子，全局收敛性，组合优化.

A PARTHENO-GENETIC ALGORITHM AND ANALYSIS ON ITS GLOBAL CONVERGENCE

LI Maojun
(*Department of Electric Power Engineering, Changsha University of Electric Power, Changsha* 410077)
TONG Tiaosheng
(*Department of Electrical Engineering, Hunan University, Changsha* 410082)

Abstract Genetic algorithms(GA) using ordinal strings must use special crossover operators such as PMX, OX and CX, instead of general crossover operators. Considering the above deficiency of GA using ordinal strings, this paper proposes a partheno-genetic algorithm(PGA) that uses ordinal strings and repeals crossover operators while introduces some particular genetic operators such as gene exchange operator which have the same function as crossover operators. Therefore genetic operation of PGA is simple and its initial population need not be varied and there is no immature convergence in PGA. Calculating examples show the efficiency of PGA.

Key words Genetic algorithm, genetic operator, global convergence, combinatorial optimization.

1 引言

遗传算法(GA)的编码方式有序号编码和非序号编码两大类. 在求解组合优化问题(如旅行商问题[1]、列车占线问题[2]、Flow-shop 问题[3,4]等)时，采用序号编码比非序号编

1) 国家教委博士点基金和湖南省自然科学基金资助课题.
收稿日期 1997-05-22 收到修改稿日期 1998-03-02

码更直接、更方便. 序号编码 GA 的交叉操作较难实现，虽然人们已提出了多种针对序号编码 GA 的交叉算子，如 PMX，OX 和 CX[5]等，但这些交叉算子实施起来都不方便. 本文提出一种用于求解组合优化问题的单亲遗传算法(PGA). PGA 不进行两条染色体之间基因的交叉操作，而是通过一条染色体中基因的换位等操作来实现这一功能.

2 PGA 的基本概念

PGA 只通过选择和变异算子繁殖后代，其选择算子跟传统遗传算法的一样，而变异算子则有较大区别.

定义1. 在 PGA 中，按一定概率以某种方式改变一条染色体中的一个或几个基因值的遗传操作(算子)统称为基因变异操作(算子).

定义2. 在序号编码的染色体中，相同序号的基因可能取值的全体称为同序基因集，用 G_s 表示. 同序基因集中元素的个数，称为同序基因数，用 g_c 表示.

定义3. PGA 的基因突变操作是按一定的概率 P_m 使一条染色体中某些位置上的基因取其同序基因集中的其它值的过程，被改变基因值的位置是随机的.

基因突变可分为单点突变和多点突变. 前者仅改变一个位置的基因值，而后者是先确定的一个正整数 μ_m，再取随机数 $i(1\leqslant i\leqslant \mu_m)$，一次同时改变 i 个位置的基因值.

当 $g_c=1$时，PGA 无基因突变操作.

定义4. PGA 的基因换位操作是按一定的概率 p_e 交换一条染色体中某两个(些)位置的基因值的过程，被交换基因值的位置是随机的.

基因换位可分为单点换位和多点换位. 前者是交换一对位置的基因值；而后者是先确定的一个正整数 μ_e，再取随机数 $i(1\leqslant i\leqslant \mu_e)$，然后交换 i 对位置的基因值.

PGA 的基因换位算子隐含 PMX，OX 和 CX 等两条染色体之间交叉算子的功能，而操作起来要方便得多.

定义5. PGA 的基因移位操作是按一定的概率 p_s 把一条染色体中的一个(些)子串中的基因依次后移，并把该子串的最后一个基因移到最前面的位置，在一条染色体中进行基因移位的子串及其长度是随机的.

基因移位可分为单点移位和多点移位. 前者在一条染色体中只取一个子串作基因移位操作；而后者是先确定一个正整数 μ_s，再取随机数 $i(1\leqslant i\leqslant \mu_s)$，然后在一条染色体中取 i 个子串作基因移位操作.

PGA 的基因移位操作也可使子串中的基因依次向前移动.

3 PGA 的全局收敛性分析

很明显，PGA 生成的各代群体构成有限状态齐次马尔可夫(Markov)链.

令 Φ 为长度为 l 的有序符号串(染色体)S_i 的集合，则串空间 Φ 包含

$$|\Phi| = g_c^l \cdot l! \tag{1}$$

个点. 令 Λ 为包含 n 条染色体的群体 λ_i 的集合，则群体空间 Λ 包含

$$|\Lambda| = g_c^{ln} \cdot (l!)^n \tag{2}$$

个点. 对于选定的初始群体 λ_0，仅仅通过基因突变算子可以生成的子空间 Λ_m 包含

$$|\Lambda_m| = g_c^{ln} \tag{3}$$

个点；而仅仅通过基因换位算子可以生成的子空间 Λ_e 包含

$$|\Lambda_e| = (l!)^n \tag{4}$$

个点. 在子空间 Λ_m 中的任何群体 λ_i 都可以通过基因换位算子生成一个子空间 Λ_e^i，并且 Λ_e^1、Λ_e^2…… $\Lambda_e^{|\Lambda_m|}$ 互不相交. 类似地，在子空间 Λ_e 中的任何群体 λ_j 都可以通过基因突变算子生成一个子空间 Λ_m^j，并且 Λ_m^1、Λ_m^2…… $\Lambda_m^{|\Lambda_e|}$ 互不相交.

定义6. 若 $A \in R^{n\times n}$，并且对任何正整数 i、$j(i,j \in [1,n])$，有

1) $a_{ij} > 0$，则称 A 为正矩阵，记为 $A > 0$；

2) $a_{ij} \geqslant 0$，则称 A 为非负矩阵，记为 $A \geqslant 0$.

定理1. 由初始群体 λ_i 经基因突变算子生成的各代群体所构成的 Markov 链是遍历的.

证明. 基因突变操作的概率转移矩阵 $P_m > 0$.

定理2. 由初始群体 λ_i 经基因换位算子生成的各代群体所构成的 Markov 链是遍历的.

证明. 基因换位操作的概率转移矩阵 $P_e > 0$.

定义7. 仅包含基因突变算子和基因换位算子的 PGA 称为简单 PGA(SPGA). 在 SPGA 的基础上再加入基因移位等遗传算子，则称为基本 PGA(BPGA).

定理3. SPGA 生成的各代群体所构成的 Markov 链是遍历的.

证明. 对任意 $\lambda_i \in \Lambda_m$，有 $\lambda_i \in \Lambda_e^i$；同样，对任意 $\lambda_j \in \Lambda_e$，有 $\lambda_j \in \Lambda_m^j$，所以

$$\begin{aligned} \Lambda &= \Lambda_e^1 \cup \Lambda_e^2 \cup \cdots\cdots \cup \Lambda_e^{|\Lambda_m|} \\ &= \Lambda_m^1 \cup \Lambda_m^2 \cup \cdots\cdots \cup \Lambda_m^{|\Lambda_e|}. \end{aligned} \tag{5}$$

再由定理1和定理2的证明可知，SPGA 的概率转移矩阵 $P_s > 0$.

推论1. BPAG 生成的各代群体所构成的 Markov 链是遍历的.

证明. BPGA 的概率转移矩阵 $P_B > 0$.

定理3和推论1说明 SPGA 和 BPGA 可以找到全局最优解，但这并不意味着 SPGA 和 BPGA 是全局收敛的.

定理4. SPGA 和 BPGA 不是全局收敛的.

证明. 由定理3和推论1，存在一个正整数 $s \to \infty$，对于群体空间 Λ 中的任意两个状态 λ_i 和 λ_j，满足 $p_{ij}^{(s)} > 0$，以致于

$$\Pi = \lim_{t\to\infty} P^{(t)} \tag{6}$$

是一随机矩阵，并且 Π 的所有行都是相同的，其中 P 为 SPGA 或 BPGA 概率转移矩阵，再从

$$\sum_{\lambda_j \in \Lambda} \Pi_{ij} = 1 \tag{7}$$

可知，除非 Π 的每一行只有一个非零元素1(而这是不可能的)，否则有

$$0 \leqslant \Pi_{ij} < 1. \tag{8}$$

这意味着 SPGA 和 BPGA 只能以小于1的概率找到全局最优解，即 SPGA 和 BPGA 不是全局收敛的.

SPGA 和 BPGA 不是全局收敛的根本原因在于它所找到的最优解不能被保持下去.

定义8. 把每一代中的最优个体直接复制到下一代群体中的操作称为最优保持操作.含最优保持操作的 SPGA 和 BPGA 称为最优保持 PGA(OMPGA).

定理5. OMPGA 是全局收敛的.

证明.令Λ_0为包含一个或多个最优个体的群体的集合,则

$$|\Lambda_0| = \sum_{i=1}^{r} C_r^i g_c^{l(n-i)} (l!)^{n-i}, \tag{9}$$

其中 r 为串空间 Φ 中最优个体的数目,$r\geqslant 1$.OMPGA 的概率转移矩阵可以表示为

$$P = \begin{bmatrix} Q & O \\ T & U \end{bmatrix}, \tag{10}$$

其中 Q 是Λ_0的概率转移矩阵,Q 是一个封闭类,而 U 是过渡类.

从定理3和推论1可知,Λ 中的任意状态 λ_i 都可以在有限步内转移到Λ_0中,则

$$\lim_{t\to\infty} p\,(t)_{(\text{各体中含最优个体})} = 1, \tag{11}$$

所以 OMPGA 是全局收敛的.可见,最优保持操作是保证算法全局收敛的关键.

4　仿真实例

为了验证本文提出的算法的有效性,我们用 PGA 求解与文献[2]仿真实验相同的问题.采用本文提出的算法,遗传10,000代,机器运行时间约8min,仿真结果见表1.

表1　仿真结果

遗传迭代次数	适　应　度　值				
	F	F_1	F_2	F_3	F_4
4663	52.27	19.00	124.98	190.11	176.58
6877	46.38	14.00	125.18	181.96	166.12

文献[2]的仿真实验结果为:遗传30,000代,机器运行时间75min,总适应度值 F=52.2075;F_1,F_2,F_3和 F_4分别为19.00,100.08,141.19和908.04.

通过比较可知,本文提出的 PGA 是有效的.

5　结束语

为了能方便地用遗传算法求解组合优化问题,本文提出了一种单亲遗传算法,并且分析了这种算法的全局收敛性,论证了最优保持操作是保证算法全局收敛的关键.

与传统 GA 比较,PGA 保留了其基本特性,但遗传操作更简单,计算效率高,不要求初始群体具有多样性,也不存在“早熟收敛”问题.

参　考　文　献

1　Lin W,Delgadofiras Y G,Gause D C,*et al*. Hybrid Newton-Raphson Genetic algorithm for the travelling salesman problem. *Cybernetics and Systems*,1995,**26**(4):387—412

2　黄小源,肖四汉,吴书林.遗传算法在列车占线问题中的应用.信息与控制,1996,**25**(1):58—63

3　黄宇纯,王树青,王骥程.Flow-Shop 调度问题的遗传启发算法.信息与控制,1996,**25**(4):212—216

4 王莉,王梦光.基于遗传算法的多机多阶段 Flow-Shop 问题.信息与控制,1997,**26**(4):295—300

5 Pedro Larranga,Cindy M H Kuijpers,Roberto H Murga *et al*. Learning Bayesian network structures for the best ordering with genetic algorithms. *IEEE trans on Systems, Man and Cybernetics—— Part A: Systems and Humans*, 1996, **26**(4):487—493

李茂军 1964年生,1986年7月和1998年3月分别在湖南大学获学士和硕士学位,现任长沙电力学院讲师.主要研究领域为智能控制、遗传算法等.

童调生 1934年生,1961年毕业于东北大学,现任湖南大学教授,博士生导师.主要研究领域为最优控制、智能控制等.

征 文 通 知
1999年中国智能自动化会议
CIAC'99

会议地点时间

重庆 1999年10月13—16日

征文范围

·人工神经网络
·模糊系统
·进化计算
·计算智能及软计算
·基于知识的控制
·分层递阶智能控制
·自适应、自组织、自学习及变结构等先进控制方法和技术
·智能过程控制
·机器人
·人工智能及应用
·智能管理与智能决策
·智能信息处理
·规划、调度与优化
·智能设计
·智能建模与仿真
·智能制造
·智能故障诊断
·智能技术在通信与信息网络中的应用
·智能人机界面及多媒体技术
·虚拟现实技术
·计算机视觉
·模式识别与图象处理
·智能测量及多传感器信息融合
·智能自动化装置
·智能交通系统
·智能自动化系统及应用
·其它

论文

·在国内外杂志或会议上未曾发表过

·篇幅一般不超过 A4纸6页,论文后面请附不超过200字的主要作者简介,论文具体格式请见所附清稿要求。

·本次会议将评选出1—2篇青年(35岁以下)优秀论文,除颁发获奖证书外,并每篇奖励1000元。

关键日期

·1999年4月30日之前投送符合清稿要求的全文两份(不论录用与否,恕不退还)。

·1999年5月31日之前发出录用通知。

联 系 人:钱宗华
通信地址:北京清华大学计算机系 100084
电 话:(010)62788939(O)
(010)62784458(H)
传 真:(010)62771138
E-mail:szp-dcs @ mail. tsinghua. edu. cn