

短文

连续时间混沌系统的参数自适应控制¹⁾

王 杰 朴营国 张化光 田 沛

(东北大学自动控制系 沈阳 110006)

(华北电力大学 保定 071003)

摘 要 研究了连续时间混沌系统的参数自适应控制,提出了关于多重参数混沌非线性系统的参数自适应控制的新方法.考虑系统参数是线性形式的自适应控制,利用 Lyapunov 方法证明了参数控制方程是全局渐近稳定的.研究结果表明该控制方法是分析混沌参数自适应控制的一个十分有效的方法.

关键词 混沌系统,参数自适应控制,控制算法,参考模型.

PARAMETRIC ADAPTIVE CONTROL OF CONTINUOUS TIME CHAOTIC SYSTEMS

WANG Jie PIAO Yingguo ZHANG Huaguang

(Department of Automatic Control, Northeastern University, Shenyang 110006)

TIAN Pei

(North China Electric Power University, Baoding 071003)

Abstract The paper is concerned with parametric adaptive control of continuous time chaotic systems. A new method of parametric adaptive control is presented for nonlinear chaotic systems with multi-parameters. The system parameters are considered to be linear form in the adaptive control, and the Lyapunov method is used to prove that parametric control equations are globally asymptotically stable. It has been shown that the method in this paper is a very effective one to analyze parametric adaptive control for chaotic systems.

Key words Chaotic systems, parametric adaptive control, control algorithm, reference model.

1 引言

许多学者已经提出了不少有关混沌系统的参数自适应控制算法.由 Huberman^[1]提

1)国家自然科学基金和国家教委博士点基金资助项目.

出的一个简单的参数自适应控制算法,用于具有复杂振荡状态的混沌系统,它是通过目标输出与实际输出之间的关系来控制参数,使系统从混沌运动转变到规则的运动. Huberman 采用了误差 e_n 和对应 k_n 导数的复合函数关系 $G(e_{n+1}(de_{n+1}/dk_n))$, 导出参数自适应控制律,当函数 G 形如 $e_{n+1} \cdot (de_{n+1}/dk_n)$ 时,即为线性系统中广泛使用的自适应算法^[2]. Sinha^[3]将文献[1]的自适应算法推广到多重参数和高维非线性系统中,在系统参数突然受到扰动而引起系统的动态行为改变情况下, Sinha 提出的自适应控制算法对于恢复扰动的系统返回到初始的动态行为是显著有效的,并得出在任何情况下,恢复时间与控制刚度(Control Stiffness)成线性反比关系(对于小刚度而言)的结果,有效地控制系统到平衡点或极限环状态. 不过以上两个方法不适于将系统运动状态控制到一个不稳定的轨道,并且控制刚度的大小不易确定,扰动的参数初始值范围也受到很大的限制. Vassiliadis^[4]在文献[1,3]的基础上,提出了基于参考模型的参数自适应控制算法,考虑了离散确定性非线性动态系统方程

$$x_{n+1} = f(x_n; \mu), \quad (1)$$

这里 x 是 m 维状态向量, μ 是参数. 而参考模型系统为

$$y_{n+1} = f_M(y_n; \mu_g), \quad (2)$$

其中 μ_g 是期望目标参数值. Vassiliadis 提出的参数自适应控制形式是

$$\mu_{n+1} = \mu_n + \alpha \cdot G(x_n - y_n), \quad (3)$$

式中 G 是误差信号向量 $e_n = x_n - y_n$ 的函数, α 是控制刚度. 然而方程组(1)–(3)对于较复杂的动态系统来说显得无能为力,特别是当 x_n 或 y_n 是混沌状态时,式(3)中的 $x_n - y_n$ 将呈现指数分叉性,进一步弱化了该控制方程的镇定效果. 考虑到可调系统(1)和参考模型(2)之间无耦合关系,使得控制律(3)的收敛效果不太理想, Vassiliadis 在文献[4]后面考虑了系统和模型间的耦合形式,即改写式(2)为如下形式

$$y_{n+1} = f_M(x_n; \mu_g), \quad (4)$$

并利用线性代数理论证明当 $k = \alpha \cdot \langle \partial f / \partial \mu_g \rangle$ 满足一定的条件时(关于符合 $\langle \partial f / \partial \mu_g \rangle$ 的具体含义,请参阅文献[4]中的定义),可使 $\mu_n \rightarrow \mu_g$. 然而该文未能给出高维情形的证明,特别是该文的方法未能给出对于连续混沌系统的控制算法的证明. 实际上连续时间系统与离散时间系统在参数自适应算法上有一定程度的差别,利用文献[4]的方法很难证明该文算法对连续时间系统的有效性,并将 μ 的扰动限制在很小的范围.

2 参数自适应控制方法

考虑一般的连续确定性的非线性系统

$$\dot{x} = f(x, t, \mu), \quad (5)$$

这里系统状态向量 $x \in R^n$, 时间 $t \in R$, 参数 $\mu \in R^m$, $f: R^n \times R \times R^m \rightarrow R^n$. 假如参数 μ 关于 f 是线性的,即(5)式可以表示为

$$\dot{x} = \varphi(x, t) + \sum_{k=1}^m \Psi_k(x, t) \mu_k, \quad (6)$$

式中, $\varphi, \Psi_k (k=1, 2, \dots, m): R^n \times R \rightarrow R^n$, $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$ 是参数向量,这些控制参数确定了典型轨道的渐近行为. 在扰动和控制的共同影响下,参数 μ 成为时间相关性质的向量

$\mu(t)$. 如果已知参数 μ 的瞬时值, 则可以计算出它在目标值上的导数, 那么该参数自适应控制退化为用目标值调整现行参数值的一般控制方法. 然而在实际应用中, 一般并不知道系统参数变化值. 由于不知道任何有关的参数变化值, 要检测参数与目标值的偏差关系就会遇到很大的困难, 参数值变化的情况可以通过系统的全局行为(global behavior of the systems)来辨识, 也就是说要根据系统的变量 x 和模型参考的变量 y 之间的偏差关系来控制系统参数的变化值.

首先考虑参考模型为 $\dot{y} = f_M(y, t, \mu)$, 且设 $\mu = \mu_g$, 即

$$\dot{y} = f_M(y, t, \mu_g). \quad (7)$$

本文提出的自适应控制律为

$$\dot{\mu} = \beta(x, t) \cdot G(\dot{e}), \quad (8)$$

其中 $\beta: R^n \times R \rightarrow R, G: R^n \rightarrow R$ 是连续函数, $e = x - y$. 一般来说, G 是误差信号函数导数的非线性函数. 控制方程(8)的难点在于如何适当选择 G .

系统(5), (7), (8)构成了一组控制方程, 如果系统(5)中的参数 $\mu = \mu_g$ 时, 系统轨道趋于平衡点或低周期轨道, 参考模型(7)可取为简单的行为模式(Simple pattern of behavior), 则由式(5), (7), (8)构成参数自适应控制方法进行控制是有效的^[1,4]. 然而当系统(5)中的参数在 $\mu = \mu_g$ 时, 系统状态呈现高周期、拟周期甚至混沌行为时, e 或 \dot{e} 将成为极端复杂的变化值. 为了有效地控制更复杂的系统, 将系统(5)的输出变量 $x(t)$ 反馈于系统(7), 即得到系统(7), (5)耦合的方程

$$\dot{y} = f_M(x, t, \mu_g). \quad (9)$$

因而可以利用系统的动态反馈于参考模型来预测 $y(t)$ 的动态行为, 使得参数自适应控制律(8)的收敛性能得到改善.

为了讨论方便, 不妨假设模型动态和系统动态是一样的, 即 $f_M = f$, 而 G 定义为(注: G 可以取其它适当的形式, 并不影响本文的证明过程)

$$G_l(z) = \sum_{k=1}^n z_k, \quad (l = 1, 2, \dots, m), \quad (10)$$

式中 $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T \in R^n$. 进一步假设

$$f(x, t, \mu) = \varphi(x, t) + \sum_{l=1}^m \Psi_l(x, t) \cdot \mu_l,$$

其中 $\varphi, \Psi_l: R^n \times R \rightarrow R^n$,

$$\varphi(x, t) = (\varphi_1(x, t), \varphi_2(x, t), \dots, \varphi_n(x, t))^T,$$

$$\Psi_l(x, t) = (\psi_{l1}(x, t), \psi_{l2}(x, t), \dots, \psi_{ln}(x, t))^T, \quad (l = 1, 2, \dots, m),$$

其中 $\psi_{lk}(x, t)$ ($l = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, n$) 是一致连续的时间 t 的实函数. 令 $\beta_l(x, t)$ 为如下的控制刚度:

$$\beta_l(x, t) = - \sum_{k=1}^n \psi_{lk}(x, t), \quad (l = 1, 2, \dots, m). \quad (11)$$

这样控制系统方程组可以转化为如下形式

$$\dot{x}_k = \varphi_k(x, t) + \sum_{l=1}^m \psi_{lk}(x, t) \cdot \mu_l, \quad (12a)$$

$$\dot{y}_k = \varphi_k(x, t) + \sum_{l=1}^m \psi_{lk}(x, t) \cdot \mu_{lg}, \quad (12b)$$

$$\dot{\mu}_l = - \left(\sum_{k=1}^n \psi_{lk}(x, t) \right) \cdot \left(\sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n \psi_{pq}(x, t) \cdot (\mu_p - \mu_{pg}) \right). \quad (12c)$$

可以证明以上的参数自适应控制方程组对大干扰的参数初始值都保证全局收敛稳定. 事实上, 设 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (\mu_k - \mu_{kg})^2, \quad (13)$$

则

$$\dot{V}(t) = \sum_{l=1}^m (\mu_l - \mu_{lg}) \cdot \dot{\mu}_l = - \left\{ \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^n \psi_{lk}(x, t) \cdot (\mu_l - \mu_{lg}) \right\}^2 \leq 0. \quad (14)$$

这样 $\dot{V}(t)$ 是半负定函数, 即(12c)式所表示的自适应规律可以保证系统(12c)是全局稳定的. 又由于 $\dot{V}(t)$ 是半负定的, $V(t)$ 是时间的非增函数, 并且有下界. 假定 $V(t)$ 收敛于某一有限值 $V(\infty)$, 又由于 μ 的初始状态是有界的, 所以 $V(0)$ 有界, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V}(t) dt = V(\infty) - V(0) = \text{有限值}. \quad (15)$$

因为 $\dot{V}(t)$ 是一致连续的时间 t 的实函数, 上式表明当 $t \rightarrow \infty$ 时, 它的积分极限存在, 故必有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(t) = 0$. 由于式(14)中的 $\psi_{lk}(x, t)$ 当 $t \rightarrow \infty$ 时并不常为 0 (尤其当系统(12a)呈现混沌状态时), 得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mu_l - \mu_{lg}) = 0, \quad (l = 1, 2, \dots, m). \quad (16)$$

这样证得参数自适应控制方程是有效的, 即系统(12c)是全局渐近稳定的, 实现了可调系统与参考模型的稳定性匹配.

3 仿真算例

将本文提出的参数自适应控制方法应用于示例, 从而说明该方法的有效性. 考虑 Duffing 方程^[5]

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -p_2 x_1 - x_1^3 - p_1 x_2 + q \cos(1.8t), \quad (17)$$

这里 p_1, p_2, q 是系统的参数. 当 $p_1 = 0.4, p_2 = -1.1, q = 1.8$ 时, 系统呈现混沌状态.

考虑系统(17), 当参数 $p_1 = 0.7, p_2 = -0.8, q = 0.6$ 时, 系统处于正常工作状态. 设系统(17)的参考模型取为

$$\dot{y}_1 = x_2, \quad \dot{y}_2 = -(-0.8)x_1 - x_1^3 - 0.7x_2 + 0.6 \cos(1.8t), \quad (18)$$

假定系统(17)中的参数 p_1, p_2, q 受到扰动而偏离预定的目标值 ($p_{1g} = 0.7, p_{2g} = -0.8, q_g = 0.6$), 设扰动后的参数值改变为 $p_1 = 0.4, p_2 = -1.1, q = 1.8$, 这时系统(17)处于混沌运动状态. 现要求系统(17)中的参数返回到期望目标值, 使被扰动的系统(17)从混沌运动状态返回到正常的工作状态. 利用参数自适应控制律(12c), 可得

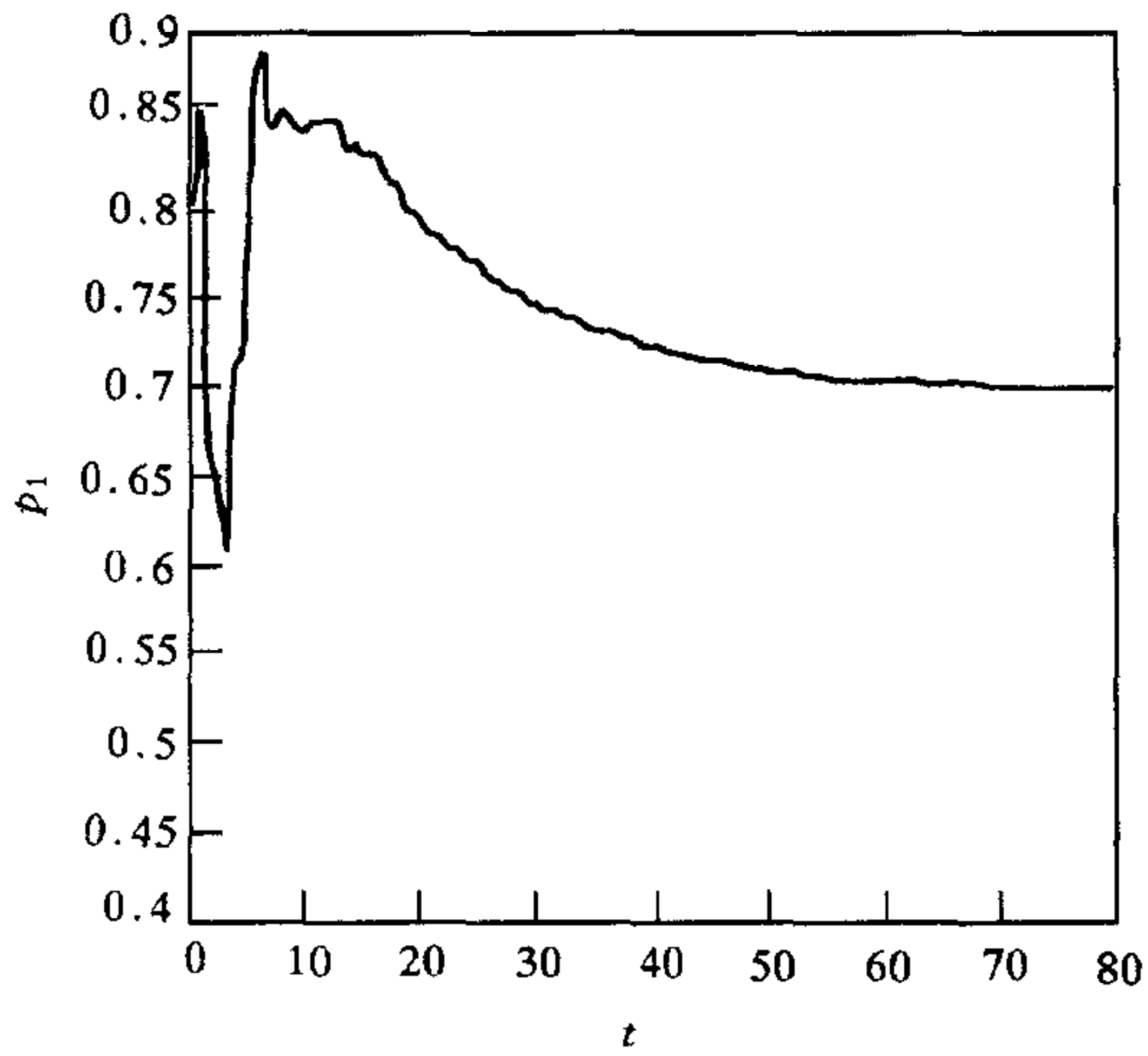
$$\dot{p}_1 = -(-x_2) \{ -x_2(p_1 - 0.7) - x_1(p_2 + 0.8) + (q - 0.6) \cos(1.8t) \}, \quad (19a)$$

$$\dot{p}_2 = -(-x_1) \{ -x_2(p_1 - 0.7) - x_1(p_2 + 0.8) + (q - 0.6) \cos(1.8t) \}, \quad (19b)$$

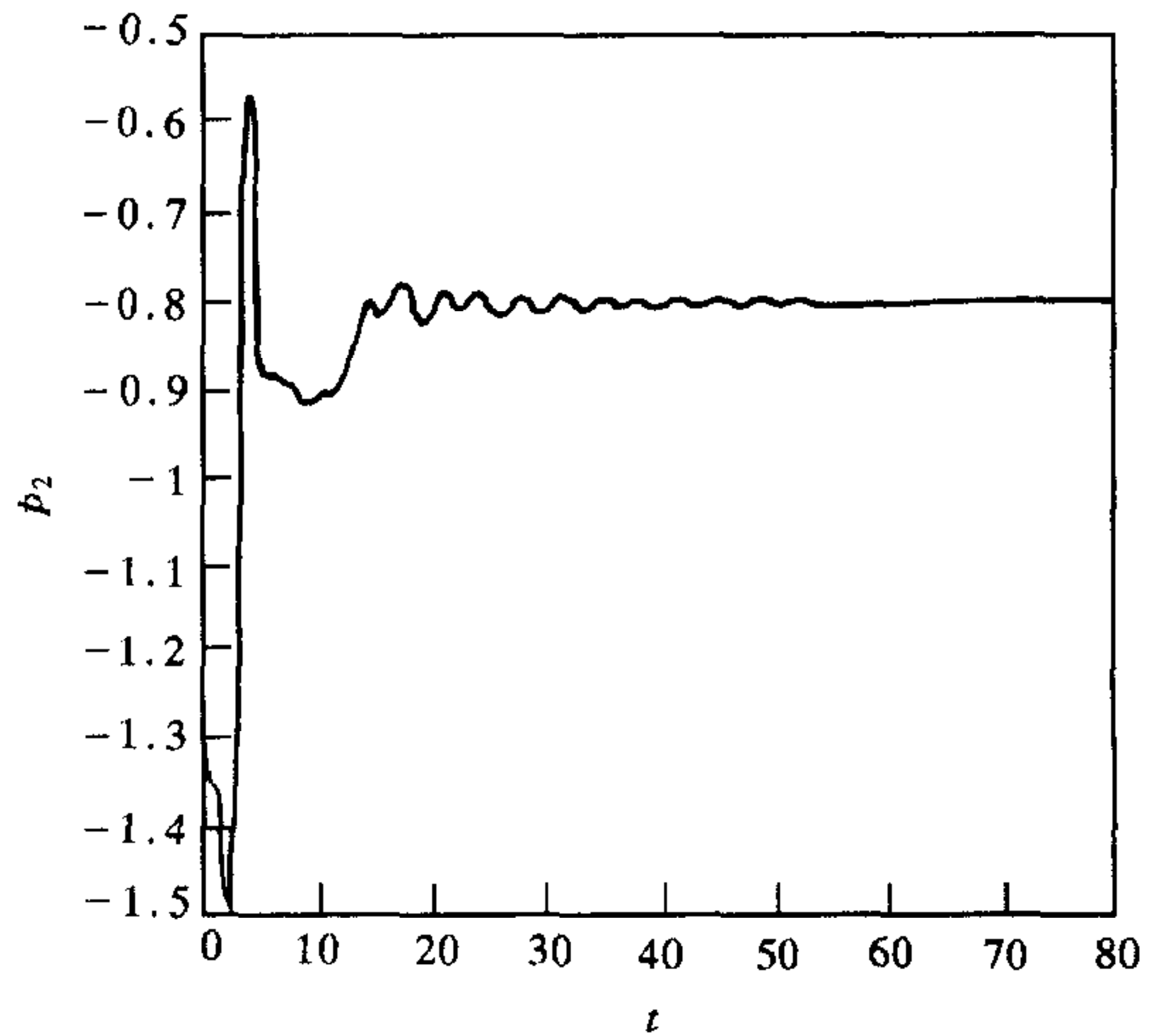
$$\dot{q} = -(\cos(1.8t)) \{ -x_2(p_1 - 0.7) - x_1(p_2 + 0.8) + (q - 0.6) \cos(1.8t) \} \quad (19c)$$

仿真结果如图1、图2所示.

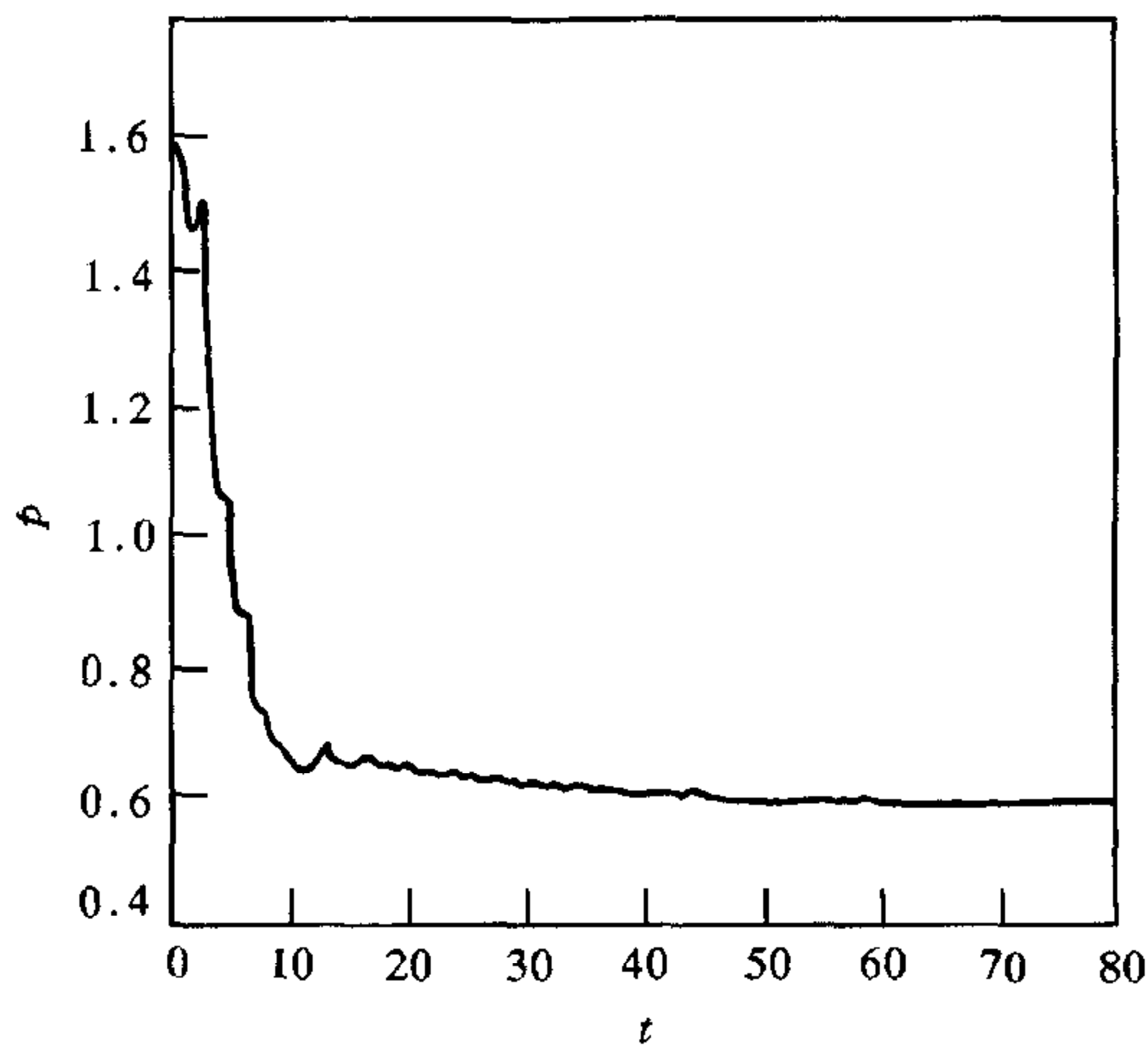
由图1可见被扰动的参数经过剧烈反应后很快收敛到参数的期望目标值. 图2示意



(a) 参数 p_1 (初始扰动值为 $p_1(0)=0.4$) 到达目标值 $p_{1g}=0.7$.



(b) 参数 p_2 (初始扰动值为 $p_2(0)=-1.1$) 到达目标值 $p_{2g}=-0.8$.



(c) 参数 q (初始扰动值为 $q(0)=1.8$) 到达目标值 $q_g=0.6$.

图1 参数 p_1, p_2, q 的变化曲线

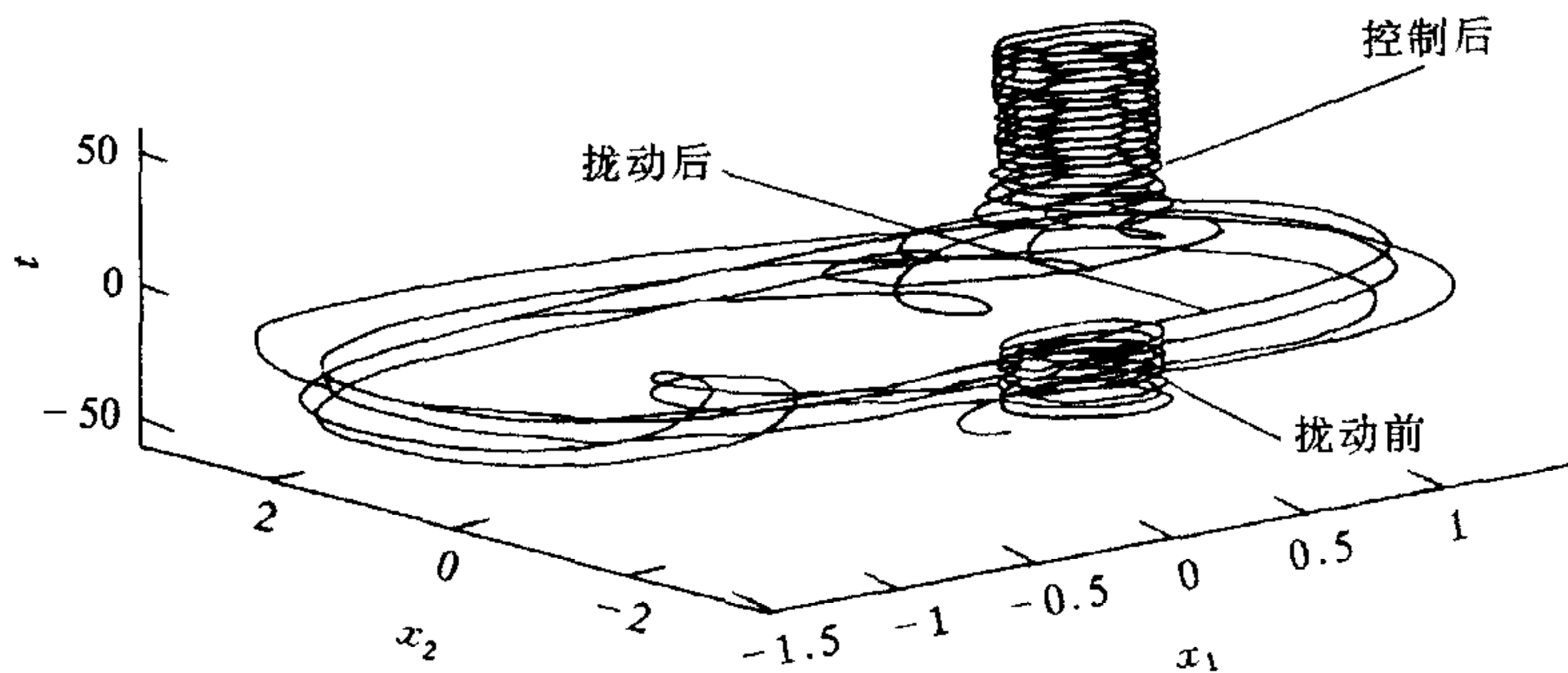


图2 系统(17)受扰动前后的轨迹运动图

系统(17)的初始值在 $t=-60$ 时为 $x_1(-60)=0.58, x_2(-60)=0, p_1(0)=0.7, p_2(0)=-0.8, q(0)=-0.6$. 在 $t=-30$ 时受到扰动, 参数值改变为 $p_{11}=0.4, p_{21}=-1.1, q_1=1.8$,

系统(17)呈现混沌状态;在 $t=0$ 时加入控制,扰动的参数值恢复收敛到期望值 $p_{12}=0.7$, $p_{22}=-0.8$, $q_2=0.6$. 可见参数自适应控制律(12c)具有较强的稳定控制能力.

本文提出了对于复杂动力系统的新的参数自适应控制方法,特别是对于混沌系统而言,自适应控制律显示了很好的稳定控制效果. 对于参数 μ 是线性形式时,证得本文提出的控制律是全局渐近稳定的.

参 考 文 献

- 1 Huberman B A, Lumer E. Dynamics of adaptive systems. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 1990, **37**(4): 547—550
- 2 Widrow B, Stearns S D. *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985
- 3 Sinha S, Ramaswamy R, Rao J S. Adaptive control in nonlinear dynamics. *Physica*, 1990, **43**(D): 118—128
- 4 Vassiladis D. Parametric adaptive control and parameter identification of low-dimensional chaotic systems. *Physica*, 1994, **71**(D): 319—341
- 5 Chen G, Dong X. From chaos to order perspectives and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical systems. *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 1993, **3**(6): 1363—1409

王 杰 1960年8月生. 1982年毕业于东南大学自动控制专业, 1991年毕业于华北电力大学电力系统自动化专业, 获硕士学位. 目前在东北大学信息科学与工程学院工业自动化专业攻读博士学位. 主要研究方向是常微分方程定性理论、自适应控制、复杂系统的非线性控制和多变量模糊控制.

朴营国 1967年12月生. 1993年7月于哈尔滨理工大学获得电机专业硕士学位. 目前在东北大学信息科学与工程学院工业自动化专业攻读博士学位. 主要研究方向是模糊、神经网络自适应控制和模糊滑模控制.

张化光 1959年生. 1991年毕业于东南大学获博士学位, 1993年在东北大学自动控制流动站工作期满留校. 现为东北大学电气自动化研究所所长、教授、博士生导师. 长期以来一直从事多变量模糊控制、非线性控制、自适应控制的研究.

田 沛 1957年生. 1982年毕业于重庆大学自动化系. 1989年毕业于华北电力大学工业自动化专业, 获硕士学位. 现为华北电力大学测控技术与仪器专业副教授. 主要研究方向为多变量模糊控制、复杂系统的非线性控制、容错控制.