



一类关于不确定性机器人的鲁棒控制策略¹⁾

代 颖 施颂椒

郑南宁

(上海交通大学自动化系 上海 200030) (西安交通大学人工智能与机器人研究所 西安 710049)

摘 要 基于计算力矩结构,研究参数和结构不确定的机器人轨迹跟踪的鲁棒控制策略.其特点是利用了机器人不确定动力学的集中包络函数,在该包络函数已知的情况下,设计的非线性连续补偿控制律能够有效消除系统的不确定性影响,保证系统达到三种不同的稳定性结果.另外,在该包络函数参数未知时,还设计了一个新颖的在线辨识器,可保证系统指数意义下的渐近收敛或一致有界.

关键词 鲁棒控制,自适应控制,机器人,稳定性.

A CLASS OF ROBUST CONTROL STRATEGIES FOR ROBOT MANIPULATORS WITH UNCERTAINTIES

DAI Ying SHI Songjiao

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

ZHENG Nanning

(Institute of AI & Robotics, Xi'an Jiaotong University Xi'an 710049)

Abstract This paper proposes a new class of robust control strategies based on the so-called computed-torque structure for trajectory tracking of robot manipulator with uncertainties. The novelty lies in the design of continuous nonlinear compensator which is based on the lumped nonlinearities and uncertainties of the system. It is shown by theories and simulations that uncertain effects can be eliminated and globally exponential stability, globally asymptotic stability or globally uniform ultimate boundedness stability can be guaranteed. In addition, when the bounds of the lumped uncertainties are unknown, a new adaptive control law is proposed to ensure the globally asymptotic stability in a sense of exponential convergence or globally uniform ultimate boundedness stability.

Key words Robust control, adaptive control, robot, stability.

1)国家863高技术基金资助项目.

1 引言

近十年来,在建模不精确机器人的鲁棒控制研究领域,已涌现了大量的文献^[1].但这些文献通常采用变结构控制器补偿系统的不确定性,这虽可保证渐近稳定的结果,但却无法消除变结构带来的控制振颤,采用饱和函数或边界层技术^[2,4]虽可平滑控制震颤的影响,但牺牲了渐近稳定性,而且这些控制器通常不能给出系统状态的暂态描述.最近,Qu^[5]提出一种简单的鲁棒控制策略,虽可达到三种稳定性结果,但其需要对机器人不确定性界做许多限制性假定.

为了保证控制的平滑,并给出系统状态变化的暂态性能,本文提出一类基于计算力矩结构的鲁棒控制策略,在机器人不确定动力学集中包络函数已知的情况下,设计了一种新颖的非线性连续补偿控制律,能够有效地消除系统的不确定性影响,最后保证系统达到三种不同的稳定性结果.另外,在该包络函数参数未知时,还设计了一个简单的在线辨识器,可保证系统指数意义下的渐近收敛或一致有界.

2 机器人的动力学模型及其结构特性

考虑由下述二阶非线性微分方程描述的 n 自由度旋转关节机器人动力学模型

$$\begin{cases} M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}, \\ \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + F_d\dot{\mathbf{q}} + F_s\text{sgn}(\dot{\mathbf{q}}) + \boldsymbol{\tau}_d(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\boldsymbol{\tau}$ 是 $n \times 1$ 控制力矩向量; \mathbf{q} 是 $n \times 1$ 关节角向量; $M(\mathbf{q})$ 是 $n \times n$ 对称正定惯性矩阵; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ 是 $n \times 1$ 哥氏力和离心力向量; $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 是 $n \times 1$ 重力向量; F_d, F_s 分别是动态摩擦力矩阵和静态摩擦力矩阵; $\boldsymbol{\tau}_d(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ 是外部扰动.

注1. 本文对外部扰动的限制加以放宽,采用文献[2]中的假定,即

$$\|\boldsymbol{\tau}_d(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)\| \leq c_0 + c_1\|\mathbf{q}\| + c_2\|\dot{\mathbf{q}}\| + c_3\|\mathbf{q}\|^2 + c_4\|\dot{\mathbf{q}}\|^2, \quad (2)$$

其中 $c_i, i=0, 1, 2, 3, 4$ 是正的标量常数,该假定包括更一般的外部扰动.另外,本文所有的范数 $\|\cdot\|$ 均为对应的矩阵导出范数或向量范数.

在本文的理论证明中,将用到以下几个机器人动力学结构特性^[3]:

特性1. 惯量矩阵的正定有界性: $\lambda_{\min}(M)I < M(\mathbf{q}) < \lambda_{\max}(M)I$, $\lambda_{\min}, \lambda_{\max}$ 分别代表取矩阵的最小和最大特征值.

特性2. Craig^[3]证明有

$$\begin{aligned} \|\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\| &\leq \beta_0\|\dot{\mathbf{q}}\|, \\ \|\mathbf{G}(\mathbf{q}) + F_d\dot{\mathbf{q}} + F_s\text{sgn}(\dot{\mathbf{q}})\| &\leq \beta_1 + \beta_2\|\dot{\mathbf{q}}\|, \beta_i (i=0, 1, 2) \text{ 为正数.} \end{aligned} \quad (3)$$

本文的设计目标是:对于给定的连续有界的期望轨迹 $\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d$, 为参数及结构不确定的机器人(1)设计一类鲁棒跟踪控制策略,保证系统的输出误差向量 \mathbf{x} 达到三种不同的稳定结果,即全局的一致最后有界(GUUB)、渐近稳定(GAS)和指数稳定(GES).

3 鲁棒控制器设计

假定已知 $M(\mathbf{q}), \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 的一个先验估计 $M_0(\mathbf{q}), \mathbf{H}_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, 并且假定 M_0 是对称正定

的,以及

$$H_0(q, \dot{q}) = C_0(q, \dot{q})\dot{q} + G_0(q) + F_{d0}\dot{q} + F_{sv}\text{sgn}(\dot{q}), \quad (4)$$

显然系统的不确定部分 $\Delta M, \Delta H$ 分别为

$$\Delta M = M_0(q) - M(q), \quad \Delta H = H_0(q, \dot{q}) - H(q, \dot{q}). \quad (5)$$

考虑两种基于计算力矩结构的补偿类型,设计的控制器具有如下的结构:

$$\text{I 型} \quad \tau = M_0(q)[\ddot{q}_d - k_v\dot{e} - k_p e + u_1] + H_0(q, \dot{q}); \quad (6)$$

$$\text{II 型} \quad \tau = M_0(q)[\ddot{q}_d - k_v\dot{e} - k_p e] + H_0(q, \dot{q}) + u_2; \quad (7)$$

其中 $e = q - q_d, k_v, k_p$ 是线性 PD 反馈参数,均为正的常数; u_1, u_2 是待定的补偿函数. 则系统的闭环动力学方程分别为

$$\text{I 型} \quad \ddot{e} + k_v\dot{e} + k_p e = M^{-1} \cdot [\Delta M(\ddot{q}_d - k_v\dot{e} - k_p e) + \Delta H] + M^{-1}M_0 u_1; \quad (8)$$

$$\text{II 型} \quad \ddot{e} + k_v\dot{e} + k_p e = M^{-1} \cdot [\Delta M(\ddot{q}_d - k_v\dot{e} - k_p e) + \Delta H] + M^{-1}u_2. \quad (9)$$

作者设计的补偿控制器采用如下的连续结构:

$$u_1 = \frac{-B^T P X \eta^2 \delta_1^{-1}}{\|B^T P X\| \eta + 0.5\epsilon(t)}, \quad u_2 = \frac{-B^T P X \eta^2 \delta_2^{-1}}{\|B^T P X\| \eta + 0.5\epsilon(t)}, \quad (10)$$

其中 $\delta_1 = \lambda_{\min}(M^{-1}M_0), \delta_2 = \lambda_{\min}(M^{-1}), \rho = M^{-1}[\Delta M(\ddot{q}_d - k_v\dot{e} - k_p e) + \Delta H]$.

注2. I 型与 II 型的实质是一致的,因为 $u_2 = M_0(q)u_1$,但从实现的角度来看, u_2 的计算量要少得多. 本文对 $M_0(q), H_0(q, \dot{q})$ 没有具体的要求,实际上为了简化计算,取 $M_0(q)$ 为其对角元素,甚至可取 $M_0(q) = cI$ (c 为常数), $H_0(q, \dot{q}) = 0$,同样可以保证控制目标,同时可大大降低计算复杂度. 式(8), (9)可化为状态方程如下:

$$\text{I 型} \quad \dot{x} = Ax + B\rho + BM^{-1}M_0 u_1; \quad (11)$$

$$\text{II 型} \quad \dot{x} = Ax + B\rho + BM^{-1}u_2; \quad (12)$$

其中 $x = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -k_p I & -k_v I \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$, 矩阵 P 为在给定一常数对称正定矩阵 Q 的条件下,求解 Lyapunov 方程 $A^T P + PA = -Q$ 所得的唯一对称正定矩阵.

注3. ρ 代表系统集中的非线性和不确定性,利用机器人的结构特性1,2和期望轨迹的一致有界性,可以证明^[7]

$$\|\rho\| \leq \eta = \xi_1 + \xi_2 \|x\| + \xi_3 \|x\|^2 = \sigma^T \xi, \quad (13)$$

其中 $\sigma = [1 \quad \|x\| \quad \|x\|^2]^T, \xi = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3]^T, \xi_i (i=1, 2, 3)$ 是关于机器人集中不确定性上界的限制参数, η 是机器人集中不确定性上界的包络函数. 具体证明参看文献[7].

在 η 完全已知的情况下,有如下的定理:

定理1. 对(1)式描述的机器人系统应用式(6)或(7)的控制结构以及(10)式的补偿控制律,按照对函数 $\epsilon(t)$ 的不同选择^[6],闭环系统(8)或(9)可以达到三种不同的控制指标,即 GUUB, GAS, GES.

证明. 选用 Lyapunov 函数 $V = x^T P x$, 并应用文献[6]的引理1,即可得证.

注4. 1)上述定理关于 GUUB, GES 具体的暂态描述可参看文献[6, 7]; 2)在控制中,如果不完全了解惯量矩阵的上下界,也可以保守地设计一个参数 $\delta_i (i=1, 2)$,只要满足 $\delta_1 \leq \lambda_{\min}(M^{-1}M_0)$ 或 $\delta_2 \leq \lambda_{\min}(M^{-1})$ 即可.

通常对 η 的测定是过于保守的,特别是由于 $\tau_d(q, \dot{q}, t)$ 的存在,因此使得出的控制作用过大,易导致执行器饱和. 为了克服对不确定性界的过于保守的估计,作者设计了一个

新颖的自适应律对不确定性界的上界参数进行在线估计,并对机器人集中的不确定性包络函数进行分散补偿,更进一步减少控制作用,最后可以保证系统 BUUB 或指数意义下的全局渐近收敛.

设 $\eta_1 = \xi_1, \eta_2 = \xi_2 \|X\|^2, \eta_3 = \xi_3 \|X\|^2$, 则 $\|\rho\| \leq \eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3$. 设向量 ξ 是 ξ 的估计, $\hat{\xi} = \xi - \xi, \hat{\eta}_i$ 是 $\eta_i (i=1, 2, 3)$ 的估计, 则修改的补偿控制算法如下:

$$\dot{\hat{\xi}} = -\mu(t)\hat{\xi} + 2g\|B^T P X\|\sigma, \mu(t) = \text{diag}[\mu_i], g = \text{diag}[g_i], \quad (14)$$

$$\dot{\mu}_i(t) = -\gamma_i \mu_i(t), \mu_i(0) > 0, \dot{\epsilon}(t) = -\gamma_0 \epsilon(t), \epsilon(0) > 0, \quad (15)$$

$$u_j = \sum_{i=1}^3 u_{ji}, \quad j = 1, 2, \quad (16)$$

$$u_{1i} = \frac{-B^T P X \hat{\eta}_i^2 \delta_1^{-1}}{\|B^T P X\| \hat{\eta}_i + 0.5\epsilon(t)}, u_{2i} = \frac{-B^T P X \hat{\eta}_i^2 \delta_2^{-1}}{\|B^T P X\| \hat{\eta}_i + 0.5\epsilon(t)}, i = 1, 2, 3. \quad (17)$$

定理2. 对前述的机器人系统(1)应用(6)或(7)的控制结构以及补偿控制律(14)——(17), 则有

- 1) 如果 $\gamma_i = 0, i=0, 1, 2, 3$, 则闭环系统是 GUUB 的;
- 2) 如果 $\gamma_i > 0, i=0, 1, 2, 3$, 则闭环系统是指数意义下的 GAS.

证明. 只考虑 u_1 的情况, u_2 的证明与之完全类似. 设待选的 Lyapunov 函数为

$$V = X^T P X + 0.5g^{-1}\xi^2 \quad (18)$$

沿闭环系统(11), 对时间 t 求导, 并代入控制律(14)——(17), 可得

$$\dot{V} \leq -z^T Q' z + \epsilon' \exp(-\gamma' t), \quad (19)$$

其中 $z^T = [X^T, \xi^T]^T, \epsilon' = 3\max(3\epsilon(0), 0.5g_i^{-1}\mu_i(0)\xi_i^2), \gamma' = \min(\gamma_i), (i=0, 1, 2, 3),$

$Q' = \text{diag}[Q, 0.5g_1^{-1}\mu_1(0)\exp(-\gamma_1 t), 0.5g_2^{-1}\mu_2(0)\exp(-\gamma_2 t), 0.5g_3^{-1}\mu_3(0)\exp(-\gamma_3 t)].$

显然, 对于情况1), 应用文献[6]的引理1, 即可得证; 但对于情况2), 严格说, 应用文献[6]的引理1, 却无法得出严格的全局指数稳定的结果, 因为当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\lambda_{\min}(Q') = \min\{0.5g_i^{-1}\mu_i(0)\exp(-\gamma_i t)\} \rightarrow 0 (i=1, 2, 3)$, 但可以保证系统是全局渐近稳定的, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\|X\| \rightarrow 0$, 具体证明请参看文献[7]. 从工程的观点看来, 在有限的时间范围内, 系统状态 z 的范数是按指数进行收敛的, 从这个意义上讲系统是指数稳定的. 换句话说系统是指数意义下的 GAS.

4 仿真结果

为了验证设计的控制算法, 本文给出一个二自由度旋转机器人的仿真. 该机器人动力学模型和参数以及期望轨迹均取自文献[6], 为了简便起见, 这里省略具体算式.

设摩擦力和外部扰动分别为

$$F_d = \text{diag}[2, 2], \quad F_s = \text{diag}[1, 1], \quad \tau_d(q, \dot{q}, t) = [q_1 \dot{q}_1 \sin t \quad q_2 \dot{q}_2 \cos t]^T,$$

初始状态为 $q_1(0) = 0.5, q_2(0) = -0.5, \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0, \hat{\xi}_i(0) = 0, i=1, 2, 3$; 控制参数分别为 $\epsilon(0) = 30, \gamma_0 = 0.65, \mu_i(0) = 1, \gamma_i = 0.5, i=1, 2, 3, k_v = 100, k_p = 50$; 设一个先验的集中不确定性上界包络函数为 $\eta = 20 + 7.5\|X\| + 5.0\|X\|^2$.

设标称值为实际值的一半, 取 $\delta_1 = 0.2$, 运用 Runge-Kutta 法, 取采样时间为 1ms, 对

该二自由度机器人仿真的结果如图所示.

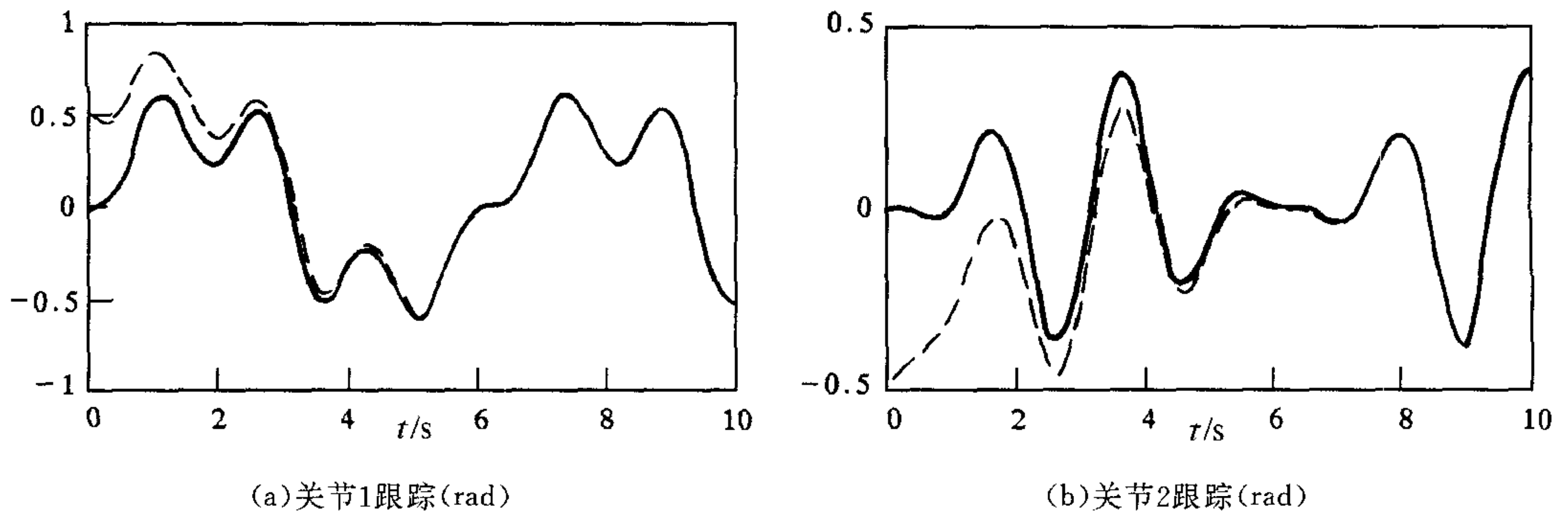


图1 指数稳定的控制器仿真结果

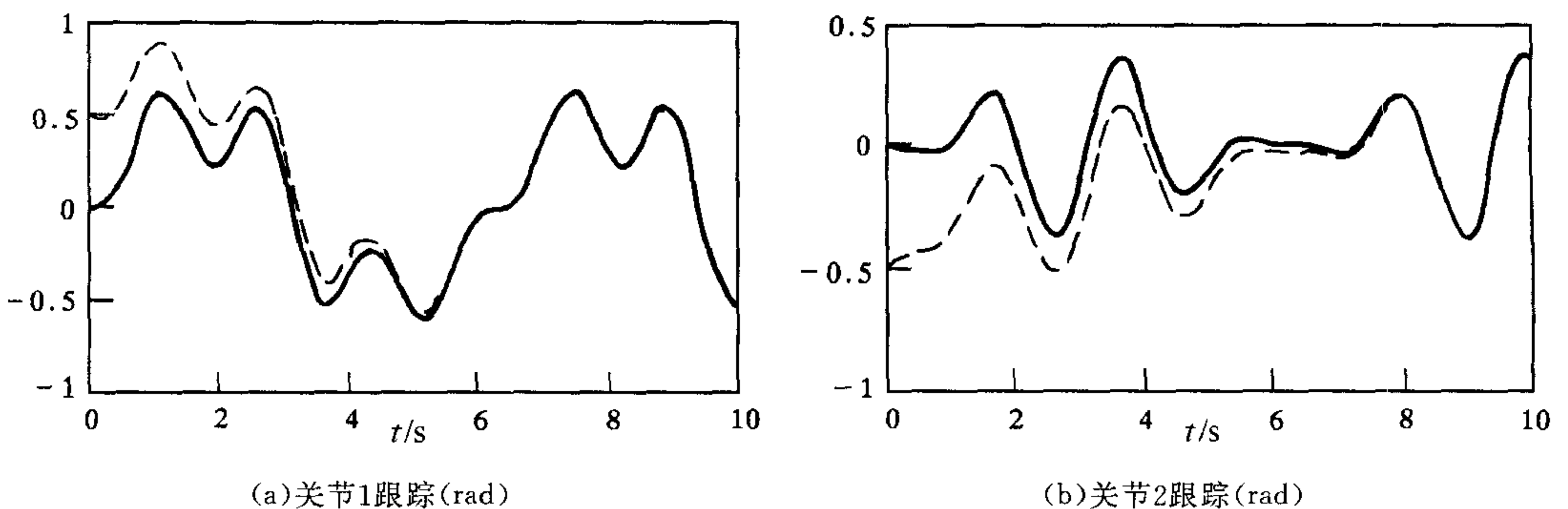


图2 指数意义下的渐进稳定控制器仿真结果

图1和图2中的虚线表示机器人的跟踪轨迹,实线代表期望轨迹.从图中可以看出:指数稳定的控制器显然效果较好,但有相对大的控制作用;辨识参数 ξ_i ($i=1,2,3$) 的值明显低于给定的先验包络函数值.

5 结论

本文提出一类基于计算力矩结构的鲁棒控制策略,在机器人不确定动力学的集中包络函数已知或未知的情况下,均可保证系统全局的稳定,并给出系统详细的暂态描述.理论和仿真,证明了其可靠性和有效性.

参 考 文 献

- 1 Abdallah C *et al.* Survey of robust control for rigid robots. *IEEE Control Systems*, 1991, **11**(1):24—30
- 2 Ye Xudong, Jiang Jingping. A new robust control strategy for robot tracking. *Control Theory and Applications*, 1994, **11**(4):502—506
- 3 Craig J J. Adaptive control of mechanical manipulators. New York: Addison-Wesley, 1988
- 4 Man Zhihong, Palaniswami M. Robust tracking control for rigid robotic manipulators. *IEEE Trans. Auto. Contr.*, 1994, **39**(1):154—159
- 5 Qu Z *et al.* A new class of robot control laws for tracking of robots. *International Journal of Robotics Research*, 1994, **13**(4):355—363
- 6 代颖等. 新一类的机器人鲁棒跟踪控制策略. *机器人*, 1998, **20**(2):111—115
- 7 代颖. 不确定性机器人鲁棒自适应控制方法研究[博士学位论文]. 西安:西安交通大学电信学院, 1998

代颖 1970年生, 1991年毕业于重庆大学自动化系. 1994年和1998年于西安交通大学人工智能与机器人研究所分获工学硕士和工学博士学位, 现在上海交通大学做博士后研究. 主要研究方向是机器人的自适应控制、鲁棒控制、非线性控制.

施颂椒 1933年生, 上海交通大学教授, 博士生导师. 近期主要研究方向为非线性控制, H^∞ 控制, 鲁棒控制及自适应控制.

郑南宁 1952年生, 1986年获日本庆应大学工学博士学位. 现任西安交通大学副校长、人工智能与机器人研究所所长、教授、博士生导师. 主要研究方向为智能控制、模式识别、计算机视觉等.