

研究简报

求解 TSP 的空间锐化模拟退火算法

高国华 沈林成 常文森

(国防科学技术大学自动控制系 长沙 410073)

关键词 旅行商问题, 搜索空间锐化, 模拟退火算法.

USING SIMULATED ANNEALING ALGORITHM WITH SEARCH SPACE SHARPENING TO SOLVE TRAVELING SALESMAN PROBLEM

GAO Guohua SHEN Lincheng CHANG Wensen

(Dept. of Automatic Control, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Key words Traveling salesman problem, search space sharpening, simulated annealing algorithms.

1 引言

模拟退火算法已被成功地用于求旅行商问题(TSP)的最优路径^[1]. 但当 TSP 实例搜索空间的“地形曲面”较粗糙时, 有限时操作模拟退火过程可能因最终落入一个较差的局部“陷井”无法跳出, 而难以得到高质量解. 不同于通常改进算法自身的思路, 本文提出了一种新的基于空间锐化的方法, 通过改善问题的空间结构来克服有限时操作模拟退火过程的上述缺点^[4].

2 基本思想

空间锐化的原理如图1所示. 通过对原搜索空间进行某种非线性拉伸操作, 强化各局部极值点的差异, 使“好的更好, 差的更差”. 这样, 在锐化后的空间中, 模拟退火跳出较好局部“陷井”的概率相对减小, 因而更易于得到好解.

令 $\Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f'_1, \Delta f'_2$ 表示局部极值点 D_1, D_2 锐化前后的相对“深度”, 有 $\Delta f'_1 = \delta_1 \Delta f_1, \Delta f'_2 = \delta_2 \Delta f_2, \Delta f_1 > \Delta f_2$, 其中 δ_1, δ_2 为拉伸系数, 满足关系 $\delta_1 > \delta_2 > 1$. T 表示当前退火温度. 记 p_1, p_2, p'_1, p'_2 为锐化前后 D_1, D_2 的一次逃逸概率. 则由 Metropolis 准则^[2], 有

$$p_1 = e^{-\frac{\Delta f_1}{T}}, \quad p_2 = e^{-\frac{\Delta f_2}{T}}, \quad p_1 < p_2, \quad (1)$$

$$p' = p_1^{\delta_1} < p_1, p'_2 = p_2^{\delta_2} < p_2, p'_1 < p'_2. \quad (2)$$

由(1),(2)两式可得

$$\frac{p'_1}{p'_2} < \frac{p_1}{p_2}. \quad (3)$$

由(3)式可知,锐化后退火过程相对不易从较好极值点 D_1 的“陷井”逃逸,但同时从原较差极值点 D_2 逃逸的能力也变弱.为保证既退火充分,又保持锐化优点,锐化空间的退火过程需选择适当初温,具体方法参见文献[3].

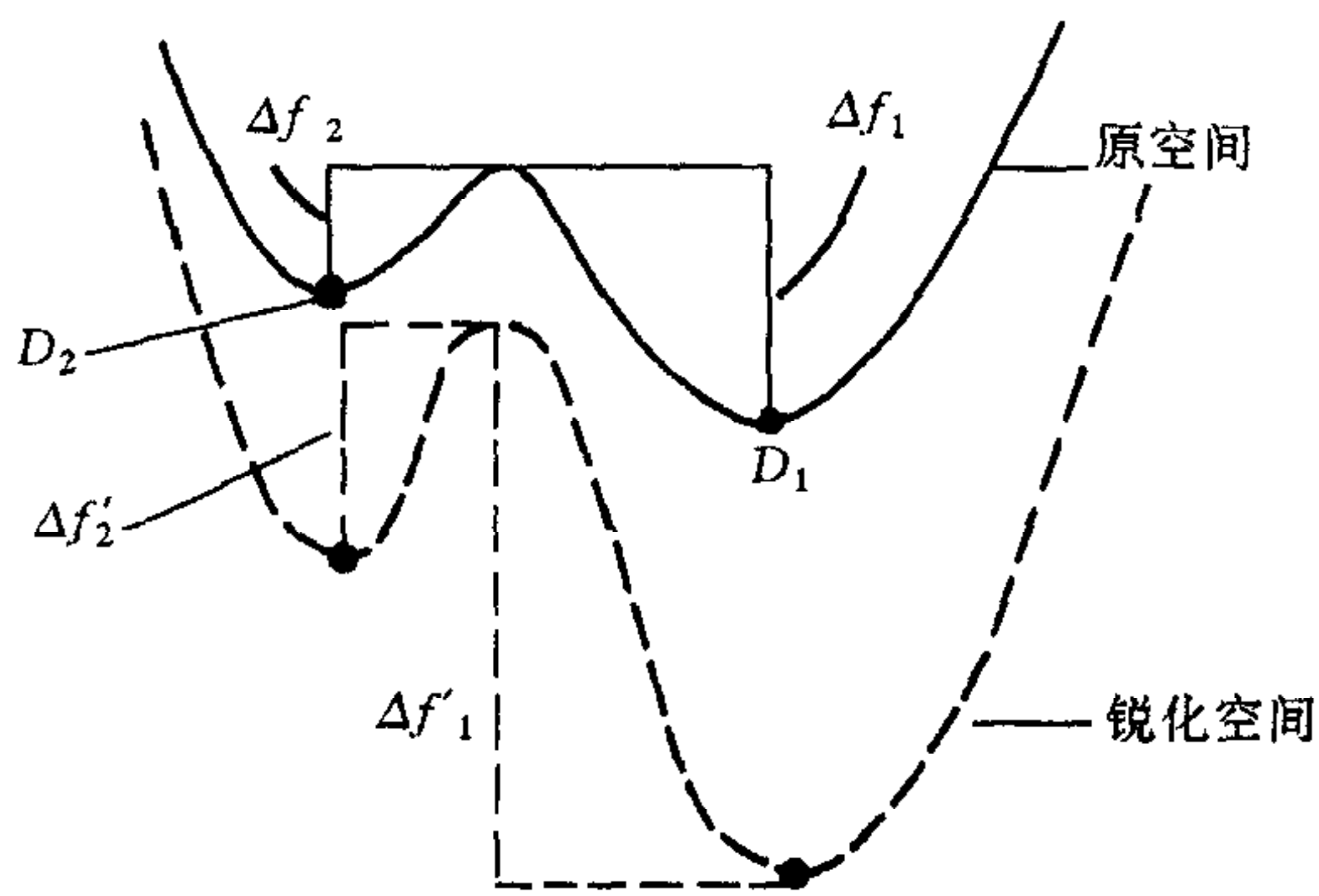


图1 空间锐化示意图

实际应用时,由于无法直接对 TSP 实例的解空间进行变换,锐化操作针对其参数空间进行.

此时锐化与退火之间存在矛盾——锐化强度越高,空间结构变化越大,解也越可能偏离真正极值点;反之,又难以充分发挥锐化的优点.为克服这一矛盾,我们采用分层锐化方法,让锐化空间逐渐逼近原参数空间.在每层锐化空间中分别执行退火过程,其结果作为下一层锐化空间的退火初值.仅在最高层上采用较高初温,以下各层采用低的初温.因此,模拟退火将首先搜索到一较好极值点附近,然后快速逼近它.

对给定 TSP 实例进行锐化的方法很多,下面给出一种简单方案.设共有 n 个城市, d_{ij} 表示城市 i 到 j 的距离, \bar{d} 为全体距离之平均值

$$\bar{d} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} d_{ij}. \quad (4)$$

令 $d_{ij}(\alpha)$ 表示锐化实例的城市间距离,则

$$d_{ij}(\alpha) = \begin{cases} \bar{d} + (d_{ij} - \bar{d})^\alpha, & d_{ij} \geq \bar{d}, \alpha \geq 1, \\ \bar{d} - (\bar{d} - d_{ij})^\alpha, & d_{ij} \leq \bar{d}, \alpha \geq 1, \end{cases} \quad (5)$$

其中 d_{ij} 与 \bar{d} 应满足 $\exists i, j, |\bar{d} - d_{ij}| > 1$, 否则可通过比例变换使之满足,称 α 为锐化强度系数,不失一般性可只取正整数.由(5)式可知,锐化强度随 α 单调递增, $\alpha=1$ 表示不进行锐化.令 α 从一个适当的初值 α_0 开始,据(5)式依次对原 TSP 实例进行锐化操作并应用模拟退火算法,递减 α 至 1,则最终解决了原有问题.锐化退火算法的伪语言描述如下:

Algorithm SSATSP

begin

$\alpha := \alpha_0$; route := route₀;

while($\alpha \geq 1$) do

begin

Sharpen-TSP(); /* 锐化操作过程 */

route := NSATSP(route); /* TSP 标准模拟退火过程 */

$\alpha := \alpha - 1$

end;

end

算法 SSATSP 的时间复杂性可估算如下:每层锐化操作需 $O(n^2)$,每次标准退火需

$O(kL_ms(n))$, k 为迭代次数, L_m 为最大 Markov 链长, $s(n)$ 为 n 的多项式函数^[1]. 因此, 算法的时间复杂性为

$$\max\{\alpha_0 O(n^2), \alpha_0 O(kL_ms(n))\} = O(kL_ms(n)). \quad (6)$$

3 算例分析

选择 CHN144 对锐化退火和标准退火算法进行测试比较. CHN144 为由中国 144 个城市构成的对称 TSP 实例^[1]. 目前已知的 CHN144 最短路径长度 30385.1km (距离取整为 30380km), 参见图 2. 测试在 Sun10 上进行.

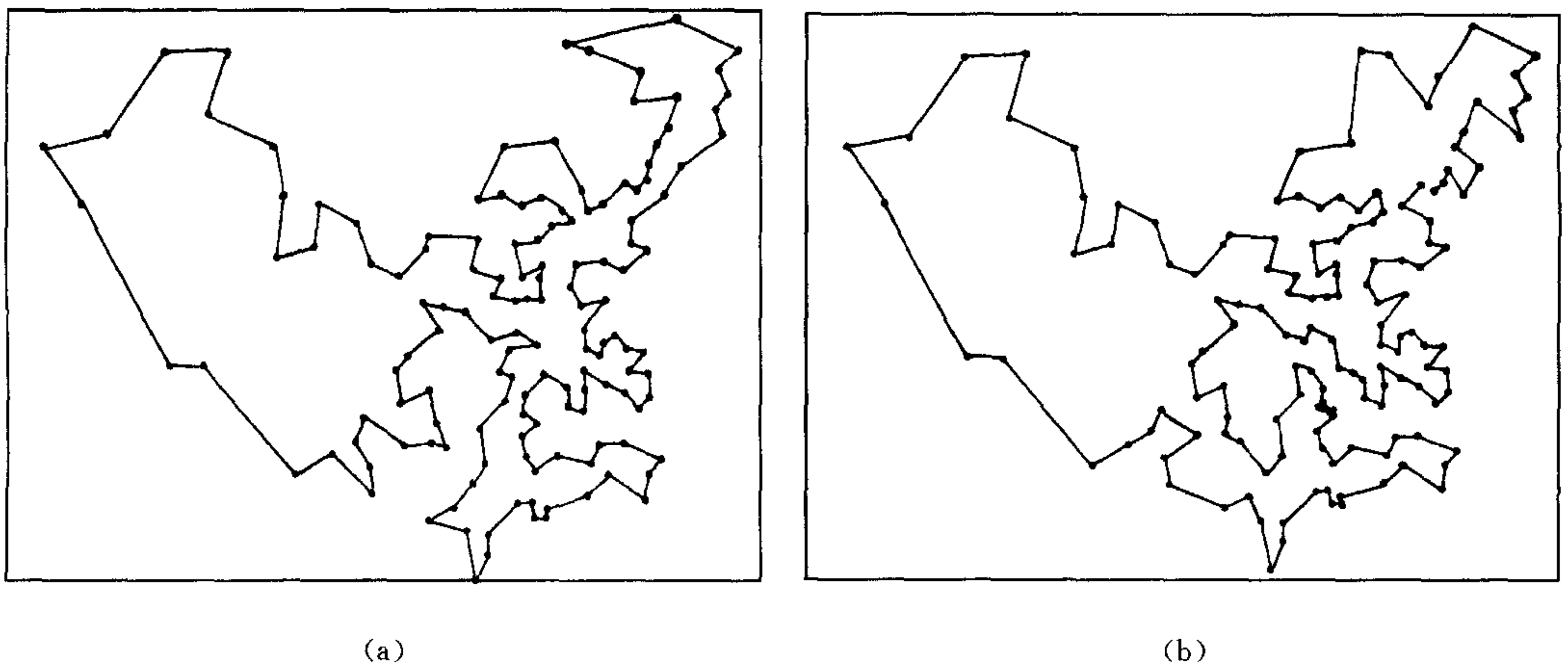


图2 CHN144原已知(a)和新发现(b)最短路径

一组典型的测试结果如表1所示. 锐化强度系数的初值取 $\alpha_0 = 4$; 退火过程的冷却进度表参数: 初温 $T_{\alpha_0} = 1000.0$, $T_{\alpha_j} = 1.0 (\alpha_j \neq \alpha_0)$, 温度衰减函数 $T_{k+1} = \rho T_k$, $\rho = 0.95$; 固定 Markov 链长 $L = 40000$; 标准退火过程的参数与最高层锐化实例取值相同. 两种算法各随机测试 50 次.

表1 算法测试结果(单位: km 和 s)

算法	结果					
	平均		最好		最差	
	长度	时间	长度	时间	长度	时间
标准退火	30791.6	316.7	30430.7	318.7	31190.8	285.8
锐化退火	30743.4	247.2	30356.0	202.3	31152.7	250.1

从表1明显可以看出, 锐化退火算法结果全面优于标准退火算法: 路径长度平均缩短了 48.4km, 平均执行时间缩短了 69.5s, 速度提高近 22%. 50 次测试中, 标准退火算法未发现更短路径, 而锐化退火算法却发现了两条, 其长度分别为 30381.6km (距离取整为 30375km) 和 30356.0km (距离取整为 30347km), 参见图 2. 这说明锐化退火算法具有高效率、高质量的优点.

参 考 文 献

- 1 康立山等. 非数值并行算法(第一册)——模拟退火算法. 北京:科学出版社,1994
- 2 Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983, **220**:671—680
- 3 Aarts E H L, Korst J H M. Simulated annealing and Boltzmann machines. John Wiley & Sons, 1989
- 4 Gu J, Huang X. Efficient local search with search space smoothing——a case study of the traveling salesman problem(TSP). *IEEE. Trans. Systems, Man and Cybernetics*, 1994, **24**(5):728—735

高国华 1970年生,1992年毕业于国防科技大学航天技术系,1995年在该校自动控制理论及应用专业获硕士学位,现为博士研究生. 目前从事路径规划、进化计算等方面的研究.

沈林成 1994年获国防科技大学自动控制理论及应用专业博士学位,现为该校副教授. 目前正在从事智能机器人、智能控制、信息处理等方面研究工作.

常文森 1961年毕业于哈尔滨军事工程学院自动控制专业,现为国防科技大学自动控制系教授、博士生导师. 目前正在从事智能机器人、磁悬浮控制技术等方面的研究工作.