

研究简报

基于线性化神经网络的一类非线性系统优化迭代控制

王福利 李明忠

(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110006)

关键词 优化迭代控制, 神经网络, 辨识.

A LINEARIZED NEURAL-NETWORK-BASED OPTIMAL ITERATIVE CONTROLLER FOR NONLINEAR SYSTEMS

WANG Fuli LI Mingzhong

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110006)

Key words Optimal iterative control, neural networks, identification.

1 多层前向神经网络建模

考虑如下的多输入多输出系统

$$\begin{aligned} y(k) = & f(y(k-1)^T, y(k-2)^T, \dots, y(k-p)^T, u(k-1)^T, \\ & u(k-2)^T, \dots, u(k-q)^T). \end{aligned} \quad (1)$$

上式中 $u(k) \in R^m$, $y(k) \in R^n$ 分别为系统的输入输出; p, q 为系统的阶次; $f(\cdot)$ 为未知的向量函数.

设具有单隐层的前向神经网络隐层神经元输出为

$$\hat{h}_j = \rho(\hat{s}_j) = \rho(v_j^T l), \quad j = 1, 2, \dots, n_h, \quad (2)$$

其中 $v_j = [v_{j,0}, v_{j,1}, \dots, v_{j,n_i}]^T$, $x = [x_1, x_2, \dots, x_{n_i}]^T$, $l = [1, x^T]^T$, $\rho(\cdot)$ 为激发函数; 输出层神经元输出为

$$\hat{y} = w_i^T \hat{h}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

其中 $w_i = [w_{i,1}, w_{i,2}, \dots, w_{i,n_h}]^T$, $\hat{h} = [\hat{h}_1, \hat{h}_2, \dots, \hat{h}_{n_h}]^T$.

如果用此网络逼近式(1), 则网络输出可表示为

$$\hat{y}(k+1) = NN(x(k), v, w), \quad (4)$$

其中 神经网络的输入为 $x(k) \in R^{n+p+mq}$, 输出为 $\hat{y}(k+1) \in R^n$.

2 非线性系统的迭代优化控制

对于输出跟踪控制问题可归结为在 k 时刻求取控制律 $\mathbf{u}(k)$, 使得在 $k+1$ 时刻系统的输出 $\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{y}_d(k+1)$, 其中 $\mathbf{y}_d(k+1)$ 为已知的希望输出. 神经网络作为被控系统的辨识模型, 如果模型误差足够小, 则神经网络的输出就可作为实际被控系统输出的预报, 并可在此网络上进行控制律的设计. 定义 k 时刻控制律 $\mathbf{u}(k)$ 加入网络中, 网络输出跟踪误差及性能指标分别为

$$\mathbf{e}_{NC}(k+1) = \hat{\mathbf{y}}(k+1) - \mathbf{y}_d(k+1), \quad (5)$$

$$J_0 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_{NC}(k+1)^T \mathbf{e}_{NC}(k+1) = \frac{1}{2} [\hat{\mathbf{y}}(k+1) - \mathbf{y}_d(k+1)]^T [\hat{\mathbf{y}}(k+1) - \mathbf{y}_d(k+1)]. \quad (6)$$

在 k 时刻神经网络输出 $\hat{\mathbf{y}}(k+1)$ 只为 $\mathbf{u}(k)$ 的函数, 可采用优化方法求解. 如果直接对性能指标 J_0 进行优化, 计算比较复杂, 可采用线性化技术对非线性神经网络进行线性化, 这样即简化计算, 又可获得较快的收敛速度. 求解过程是在同一采样周期内完成的, 可在下面求解中省略时标.

2.1 神经网络的线性化

设第 $t+1$ 步迭代控制量变化为

$$\Delta \mathbf{u}_t = \mathbf{u}_{t+1} - \mathbf{u}_t. \quad (7)$$

由方程(2)得

$$\hat{h}_{t+1,j} = \rho(\hat{s}_{t+1,j}) = \rho(\mathbf{v}_j^T \mathbf{l}_{t+1}) = \rho(\mathbf{v}_j^T \mathbf{l}_t + \mathbf{v}_j^T \Delta \mathbf{l}_t) = \rho(\hat{s}_{t,j} + \Delta \hat{s}_{t,j}), \quad (8)$$

其中 $\mathbf{l}_t = [1, \mathbf{y}(k)^T, \mathbf{y}(k-1)^T, \dots, \mathbf{y}(k-p+1)^T, \mathbf{u}_t^T, \mathbf{u}(k-1)^T, \dots, \mathbf{u}(k-q+1)^T]^T$, $\Delta \mathbf{l}_t = [0, \underbrace{\dots, 0}_{n(p+1)}, \underbrace{\Delta \mathbf{u}_t, 0, \dots, 0}_{m(q-1)}]^T$.

上式按 Taylor 展开并取一阶近似, 可得网络的输出为

$$y_{t+1,i} = \mathbf{w}_i^T \hat{\mathbf{h}}_{t+1} = \hat{y}_{t,i} + \sum_j^{n_h} w_{i,j} \frac{\partial \rho(\hat{s}_{t,j})}{\partial \hat{s}_{t,j}} \Delta \hat{s}_{t,j} = \hat{y}_{t,i} + \Delta \hat{y}_{t,i}, \quad (9)$$

其中 $\Delta \hat{y}_{t,i} = \sum_j^{n_h} w_{i,j} \frac{\partial \rho(\hat{s}_{t,j})}{\partial \hat{s}_{t,j}} \Delta \hat{s}_{t,j} = \sum_j^{n_h} g_{t,i,j} \Delta \hat{s}_{t,j} = \mathbf{g}_{t,i}^T \Delta \hat{\mathbf{s}}_t$, $\mathbf{g}_{t,i} = [g_{t,i,1}, g_{t,i,2}, \dots, g_{t,i,n_h}]^T$, $\Delta \hat{\mathbf{s}}_t = [\Delta \hat{s}_{t,1}, \Delta \hat{s}_{t,2}, \dots, \Delta \hat{s}_{t,n_h}]^T$, $i = 1, 2, \dots, n$.

设 $\Delta \hat{\mathbf{y}}_t = [\Delta \hat{y}_{t,1}, \Delta \hat{y}_{t,2}, \dots, \Delta \hat{y}_{t,n}]^T$, $\mathbf{G}_t = [\mathbf{g}_{t,1}, \mathbf{g}_{t,2}, \dots, \mathbf{g}_{t,n}]$, $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{n_h}]$, 则

$$\Delta \hat{\mathbf{y}}_t = \mathbf{G}_t^T \Delta \hat{\mathbf{s}}_t = \mathbf{G}_t^T \mathbf{V}^T \Delta \mathbf{l}_t = \mathbf{G}_t^T \mathbf{V}_u^T \Delta \mathbf{u}_t = \mathbf{A}_t \Delta \mathbf{u}_t. \quad (11)$$

2.2 控制律的优化

为了保证每次迭代过程解的存在性, 可对性能指标作如下修改

$$J_1(\mathbf{u}_{t+1}) = \frac{1}{2} \mathbf{e}_{NC}(\mathbf{u}_{t+1})^T \mathbf{e}_{NC}(\mathbf{u}_{t+1}) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_t^T \mathbf{Q} \Delta \mathbf{u}_t, \quad (12)$$

其中 $\mathbf{Q} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_m)$ ($d_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, m$) 为加权系数.

将式(9)和(11)代入式(12), 并令 $\frac{\partial J_1}{\partial \Delta \mathbf{u}_t} = 0$, 得

$$\Delta \mathbf{u}_t = -(\mathbf{A}_t^T \mathbf{A}_t + \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{A}_t^T \mathbf{e}_{NC}(\mathbf{u}_t). \quad (13)$$

为使每次迭代 J_0 递减, 引入步长因子 α_t , 则

$$\mathbf{u}_{t+1} = \mathbf{u}_t + \alpha_t \Delta \mathbf{u}_t, \quad (14)$$

其中 α_t 满足 $J_0(\mathbf{u}_t + \alpha_t \Delta \mathbf{u}_t) = \min J_0(\mathbf{u}_t + \alpha \Delta \mathbf{u}_t), \quad \forall \alpha. \quad (15)$

控制系统在 $k-1$ 时刻至 k 时刻优化迭代控制算法如下:

1) 设定初始迭代次数 $t=0$, 最大迭代次数 t_{\max} , 加权因子 \mathbf{Q} , 允许的最大迭代误差 e_{set} 及初始控制律 $\mathbf{u}_t = \mathbf{u}(k-1)$; 2) 将 \mathbf{u}_t 代入式(5), 如果 $\|\mathbf{e}_{NC}(\mathbf{u}_t)\| \leq e_{\text{set}}$ 或 $t=t_{\max}$, 则转8); 3) 根据网络计算 \mathbf{A}_t 及 $\mathbf{e}_{NC}(\mathbf{u}_t)$; 4) 由式(13) 计算 $\Delta \mathbf{u}_t$; 5) 求满足式(15)的步长因子 α_t ; 6) 由式(14)计算 \mathbf{u}_{t+1} , 并令 $t=t+1$; 7) 返回2); 8) 把控制律 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_t$ 加入被控系统中.

为补偿神经网络辨识和迭代求解误差, 可在优化控制器基础上加入反馈补偿控制器.

3 物理实验研究

为了检验本文中提出的方法对实际物理系统的控制能力, 我们在水箱温度控制系统上进行了控制实验研究. 由于水温对象简单, 为检验控制算法控制非线性对象的能力, 在控制器和水温对象之间加一典型的非线性环节——饱和环节, 函数关系为 $f(x) = \frac{100}{1 + e^{-\frac{x-50}{10}}}$ ($0 \leq x \leq 100$), 则整个对象呈严重的非线性特性.

在实验过程中, 采样周期为 $T=25\text{s}$. 首先进行 PID 控制实验, PID 参数是经过反复调整获得的最优值, 其中 $K_p=20, K_I=3, K_D=2$, 控制曲线如图1所示. 由曲线可知水箱温度出现了轻度震荡.

采用本文提出的优化迭代控制算法进行控制, 加权因子 $\mathbf{Q}=0.01$, 最大迭代次数 $t_{\max}=6$, 允许的最大迭代控制误差 $e_{\max}=0.5$, 步长因子 α_t 采用抛物线插值法进行在线调整, 控制曲线如图2所示. 由控制曲线可知, 基于线性化神经网络的优化迭代控制算法可以很好地控制非线性系统.

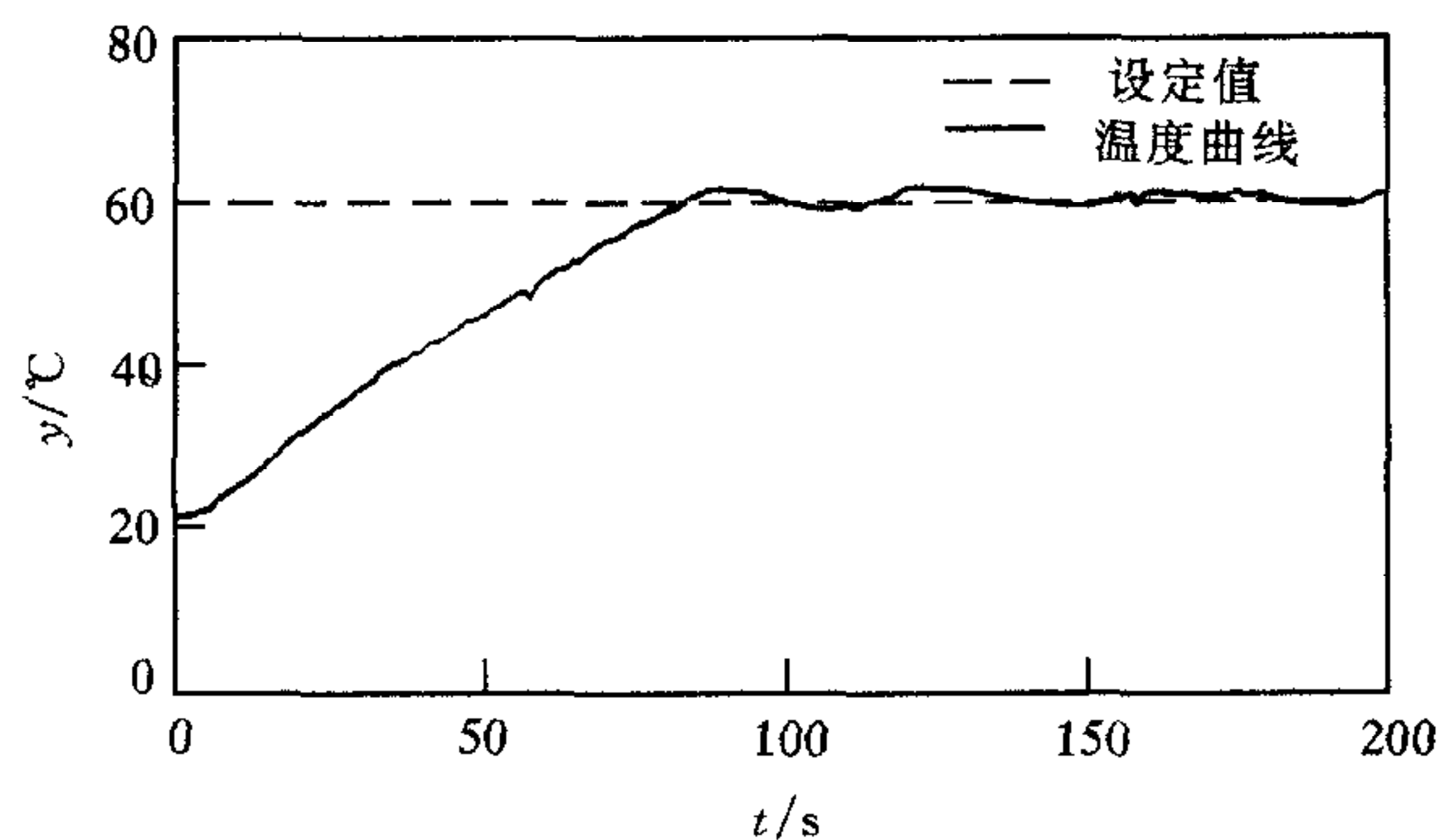


图1 PID 控制曲线

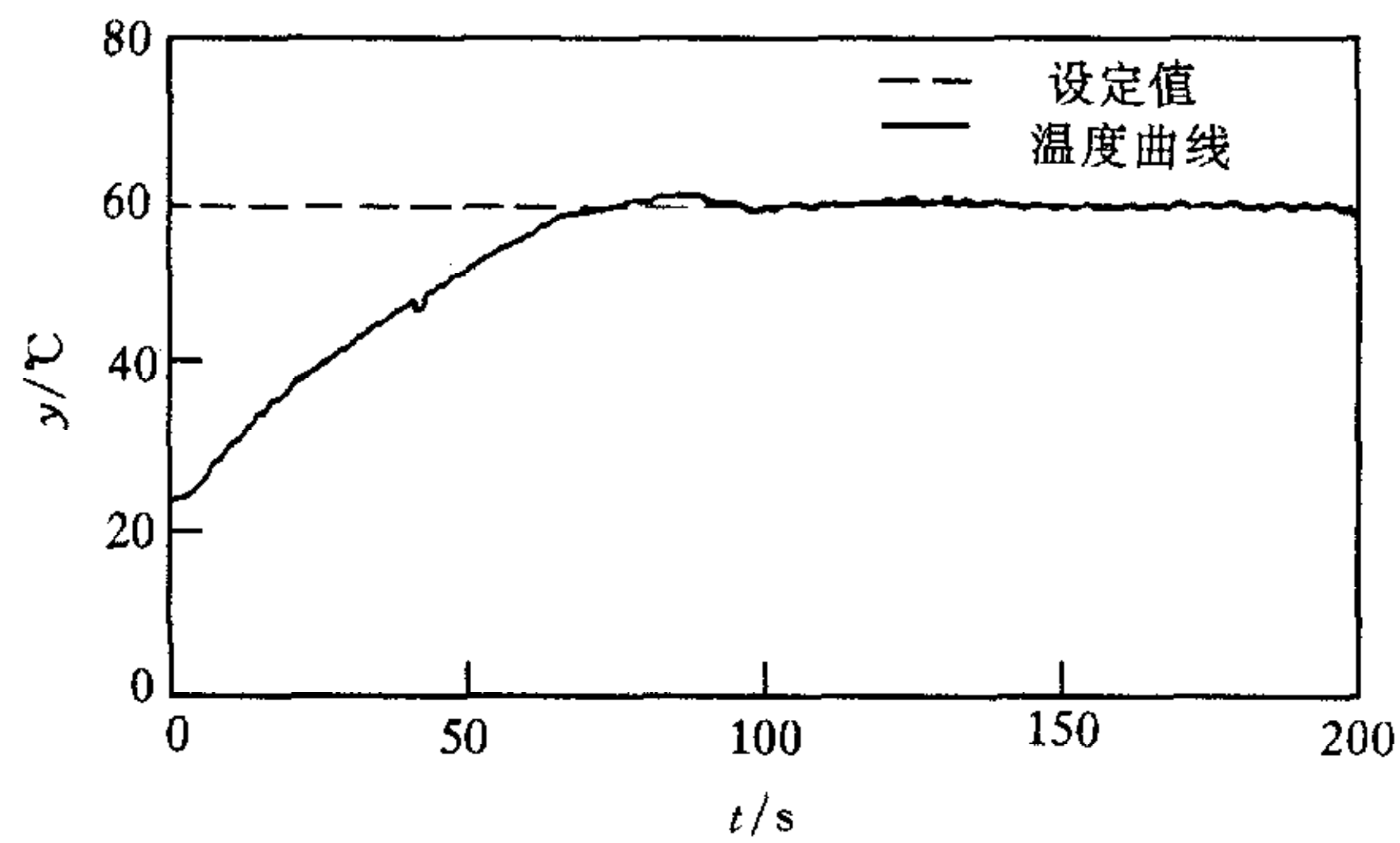


图2 优化迭代控制曲线

王福利 1957年生,1988年于东北工学院自动控制系获博士学位,现任东北大学信息科学与工程学院教授、博士生导师、常务副院长. 主要研究方向为自适应控制、智能控制、复杂工业过程的智能优化控制.

李明忠 1970年生,1998年于东北大学信息科学与工程学院获博士学位,现任东北大学信息科学与工程学院讲师. 主要研究方向为神经网络控制、模糊控制、复杂工业过程的智能优化控制.