



工业过程混沌稳态研究¹⁾

罗旭光 韩崇昭 万百五

(西安交通大学系统工程研究所 西安 710049)

摘要 基于混沌现象普遍存在于各类非线性系统中这一事实,针对工业过程中的混沌运动行为,给出了混沌稳态的数学定义,证明了具有非线性机制的工业过程混沌稳态的存在性定理,并对一个化工过程的混沌稳态进行了仿真计算.

关键词 工业过程,动力学系统,混沌,混沌稳态.

RESEARCH ON THE CHAOTIC STEADY STATE FOR INDUSTRIAL PROCESSES

LUO Xuguang HAN Chongzhao WAN Baiwu

(Systems Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract Chaotic phenomena are widely in various types of nonlinear dynamic systems. In view of the chaotic steady state in the industrial processes, a stringent definition about the chaotic steady state is proposed. It is also proved that the chaotic steady state exists when the nonlinear industrial process satisfies some conditions. The chaotic steady state of a chemical engineering process is simulated. The conclusion shows that the definition about chaotic steady state is correct and suitable.

Key words Industrial processes, dynamic systems, chaos, chaotic steady state.

1 引言

随着人们对非线性科学研究的进一步深入,现在已经清楚,在确定性运动中还包含有一种貌似随机运动的混沌行为,它是动力学系统内在非线性机制产生的不规则性运动,属于确定性运动的范畴.过去许多被当作随机的不规则性运动,实际上其产生机制都是决定论法则.这一点已被许多实际系统中采集到的数据所验证,工业过程亦是如此,即有一大批工业过程含有如饱和、不灵敏区及滞环等产生混沌的非线性机制.在一定的参数条件下

1)国家自然科学基金资助项目.

便会产生混沌运动,其中一个著名的实际工业过程例子就是于1991年发现的由对二甲苯氧化生成对苯二甲酸的 Du Pont 过程^[1]. 因此,着手研究工业过程混沌稳态问题具有现实意义.

2 工业过程描述

通常,实际工业过程可以表示为图1的形式. 图中 $c(k) \in C$ 是过程控制器的设定点; $u(k) \in U$ 是过程 A 的控制变量; $x(k) \in X$ 是过程 A 的输出; $y(k) \in Y$ 是过程 B 的输出,它可以是生产过程输出产品的产量,也可以是产品的某个质量指标; $v(k) \in V \subseteq \mathbf{R}^l$, $w(k) \in W \subseteq \mathbf{R}^m$ 分别是过程 A 和 B 的物料输入(扰动);而过程 A 和 B 合成一个完整的工业生产过程^[2]. 一般来说, $u(k)$, $x(k)$ 和 $y(k)$ 均是可量测的,而 $v(k)$ 和 $w(k)$ 在一个较长的时间段内是不变的,因此在数学模型中可以不考虑它们的影响. 图1所示系统可由如下差分方程描述:

$$\begin{cases} y(k+1) = f_1(y(k), y(k-1), \dots, y(k-s+1), x(k), x(k-1), \dots, x(k-r+1)), \\ x(k+1) = f_2(x(k), x(k-1), \dots, x(k-r+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-j+1)), \\ u(k+1) = f_3(x(k), x(k-1), \dots, x(k-r+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-j+1), \\ \quad c(k), c(k-1), \dots, c(k-i+1)). \end{cases} \quad (1)$$

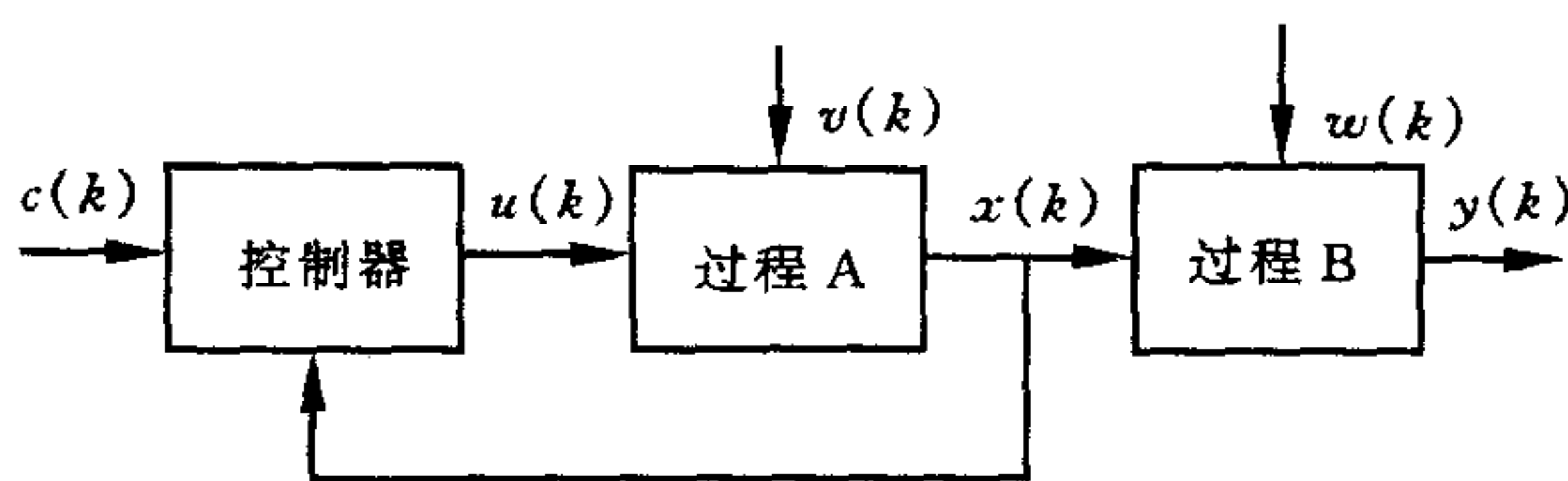


图1 工业过程结构框图

由于控制器设定点变量 $c(k)$ 在每一次调整间隔内保持不变,故可将(1)式中差分方程 $u(k+1) = f_3(\cdot)$ 中的 $c(k), c(k-1), \dots, c(k-i+1)$ 用 c 表示,即在每一次调整间隔内, c 只是差分方程中的一个参数,而非动态变量. 进一步将(1)式差分

方程化成一阶差分状态方程的矩阵形式^[3]

$$z(k+1) = F(z(k)), \quad \forall k \in \mathbf{z}, \quad (2)$$

式中 $z(k+1) \in Z = Y \times X \times U \subseteq \mathbf{R}^{s+r+j}$. 由文[3]可知,描述图1所示非线性系统的(1)和(2)式具有等价性,故在研究非线性系统的稳态行为时,可不必加以区别.

3 工业过程混沌稳态定义及其存在性

假设. 1) 在非线性系统(1)中, $f_1(\cdot), f_2(\cdot), f_3(\cdot)$ 是连续的; 2) 非线性系统(1)是闭环输入输出稳定的, 即对 $\forall c \in C \subseteq \mathbf{R}^i, c \leq M_c, 0 < M_c < \infty, k \in \mathbf{z}^+$, 有 $y(k) \leq M_y, x(k) \leq M_x$ 和 $u(k) \leq M_u$, 其中 $0 < M_y < \infty, 0 < M_x < \infty, 0 < M_u < \infty, k \in \mathbf{z}^+$.

引理1^[3]. 如果映射 $T^k: \Lambda \rightarrow \Lambda, \Lambda \subseteq \mathbf{R}^n$, 设 $\{T^k: k \in \mathbf{z}\}$ 是一个离散动力学系统, $\hat{x} \in \Lambda$, 若 $\gamma^+(\hat{x})$ 有界, 则过 \hat{x} 的 ω 极限集是 Λ 中的连通非空不变紧集.

定理1^[4]. 若非线性系统(1)满足假设(1)的条件, 则一阶差分状态方程 $z(k+1) = F(z(k))$ 在 $Z \subseteq \mathbf{R}^{s+r+j}$ 上定义了一个离散动力学系统 $\{\phi^k: k \in \mathbf{z}\}, \phi: Z \rightarrow Z$; 反之, 每个离散动力学系统都对应于一个差分方程.

根据定理1的结论, 在研究由非线性系统(1)或(2)式描述的工业过程混沌稳态时, 可

借助微分动力系统理论对它的相应动力学系统进行分析和讨论.

定义1. 设 $\{T^k: k \in \mathbb{Z}\}$ 是一个离散动力学系统, $\hat{x} \in \Lambda$ 是系统的初始状态, 其极限集 $\omega(\hat{x})$ 如果是 Λ 中的非空紧集, 则称 $\omega(\hat{x})$ 是该系统由 \hat{x} 出发达到的稳态 (steady state).

当定义1给出的稳态是无限点集时, 则离散动力学系统呈混沌性态.

定义2. 设 $\Lambda \subset \mathbb{R}^n$ 是映射 $T: \Lambda \rightarrow \Lambda$ 的一个混沌集, 如果1) T 在 Λ 上对初值敏感; 2) 在 Λ 中存在 T 的一个非周期轨线 Γ , 且 Γ 在 Λ 中稠, 即 $\overline{\Gamma} \supseteq \Lambda$; 3) T 在 Λ 中所有周期点的集合 $P(T) = \{x \in \Lambda: T^k x = x, k \in \mathbb{Z}^+\}$ 在 Λ 中稠, 即 $\overline{P(T)} \supseteq \Lambda$.

根据定义2, 并考虑到稳态优化时控制器设定点的调整变化对整个系统运动行为的影响, 给出如下非线性系统(1)的混沌稳态定义.

定义3. 非线性系统(1)在控制器设定点 $c_0 \in C$ 下, 由初始状态 (\hat{z}_0) 出发, 其离散动力学系统 $\{\phi^k: k \in \mathbb{Z}\}$ 的 ω 极限集为非空紧集并且还满足定义2的三个条件时, 则称 ω 极限集是该系统在设定点 c_0 下, 由初始状态 (\hat{z}_0) 出发达到的系统混沌稳态, 记为 $\{\tilde{z}\}|_{c_0}$.

定理2. 若非线性系统(1)满足假设1的条件, 则对某个控制器设定点 $c_0 \in C$, 系统由初始状态 (\hat{z}_0) 出发, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 其 ω 极限集若满足混沌集的三个条件, 则系统必然达到混沌稳态 $\{\tilde{z}\}|_{c_0}$.

证明. 若非线性系统(1)满足假设1), 2)的条件, 即系统是闭环输入输出稳定的, 所以在某个 $c_0 \in C$ 下, 离散动力学系统 $\{\phi^k: k \in \mathbb{Z}\}$ 由初始状态 (\hat{z}_0) 出发的轨线 $\gamma^+(\hat{z}_0)$ 有界; 由引理1, 过初始点 (\hat{z}_0) 的极限集 $\omega(\hat{z}_0)$ 是 Z 上的连通非空紧集, 而该极限集是混沌集; 由定义3, 非线性系统(1)由初始状态 (\hat{z}_0) 出发必达到系统混沌稳态 $\{\tilde{z}\}|_{c_0}$.

4 仿真算例

考虑由一个液位控制系统(LLCS)和一个连续搅拌反应器系统(CSTR)组成的化工过程, 如图2所示. 文[5]就 LLCS 系统和 CSTR 系统在离散控制下可以产生混沌现象进行了验证. 在 LLCS 系统中, Q_i, Q_m 分别为物料输入和输出流量, d 为扰动输入, ρ 为流体密度, A 为容器横截面积, h 为液面高度. 该系统通过一个比例控制器 P 对输入流量 Q_i 进行调节以控制容器中的液面高度 h . 在 CSTR 系统中, Q_m, Q_0 分别为输入和输出流量, c_{in} 和 c 分别为输入和输出浓度, 且输入流的浓度 c_{in} 恒定, V 为反应物体积. 由物料平衡关系, 可得描述图2所示化工过程的数学模型

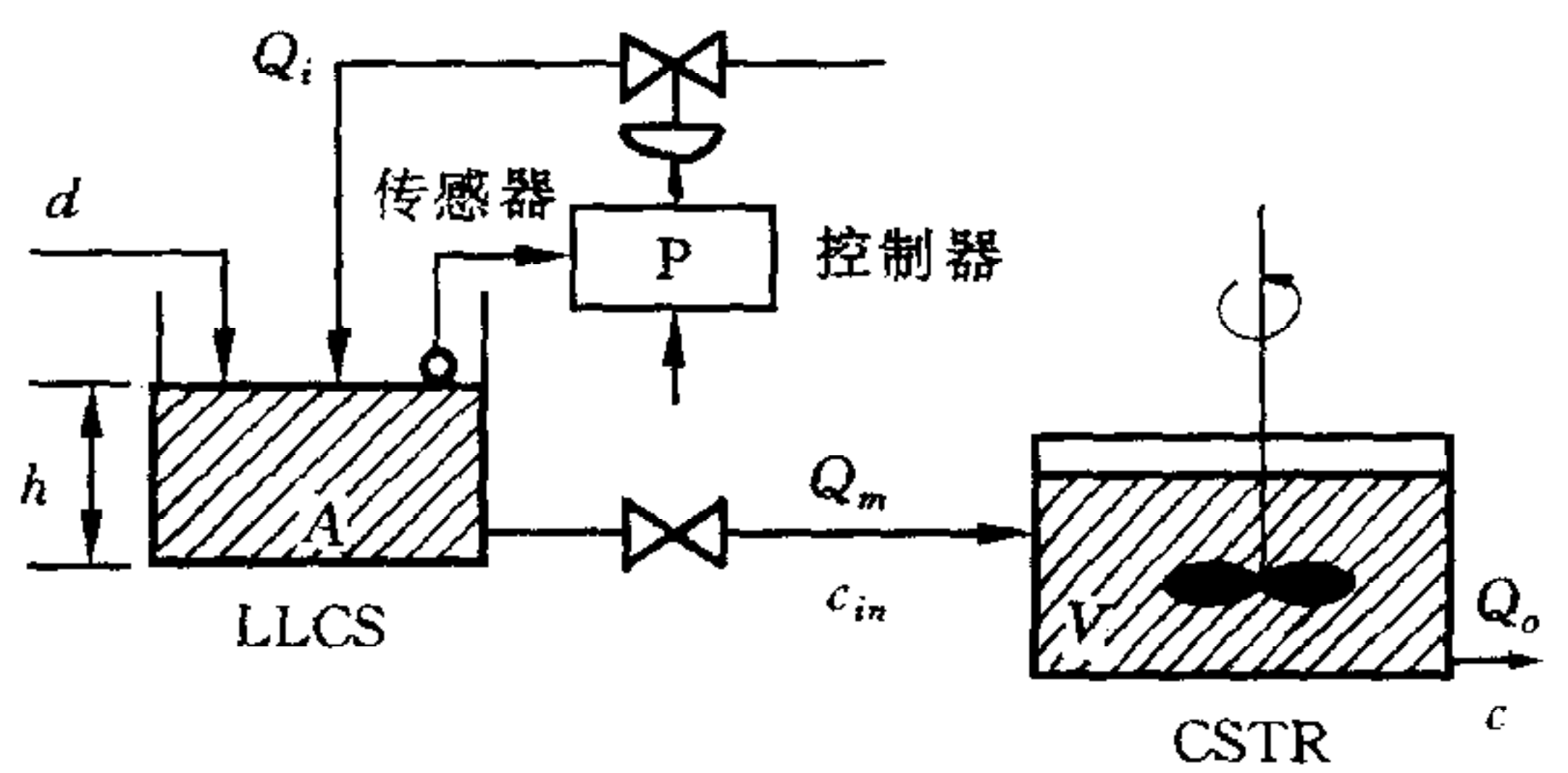


图2 化工过程示意图

$$\begin{cases} y(k+1) = 0.25y(k) - 0.403y(k) \sqrt{x(k)} + 0.403 \sqrt{x(k)}, \\ x(k+1) = 0.175 + x(k) - 0.403 \sqrt{x(k)} + 0.15u(k), \\ u(k+1) = -20.0x(k) - c + 0.5u(k), \\ u(k) \in (-1.0, 4.0), c \in [1.0, 5.0], \end{cases} \quad (3)$$

式中的参数选择和推导详见文[3]. 显然, 由(3)式描述的非线性化工过程满足定理2的条

件,因此,该系统的混沌稳态存在.图3和图4是非线性系统(3)相应于控制器设定点分别为 $c=1.6$ 和 $c=1.95$ 时时间序列 $x(k)$ 和 $y(k)$ 的混沌稳态曲线.

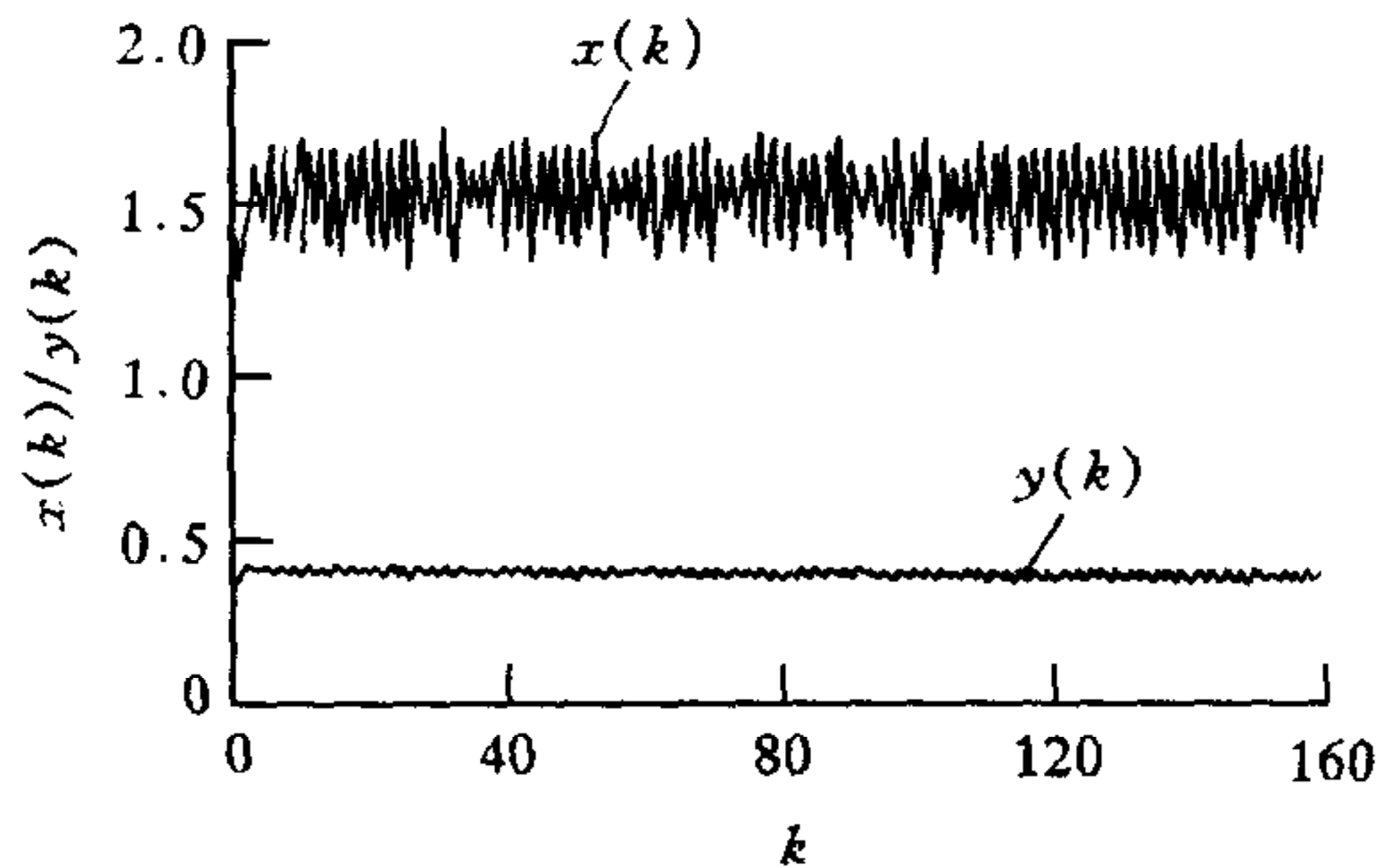


图3 设定点 $c=1.6$ 时的混沌稳态

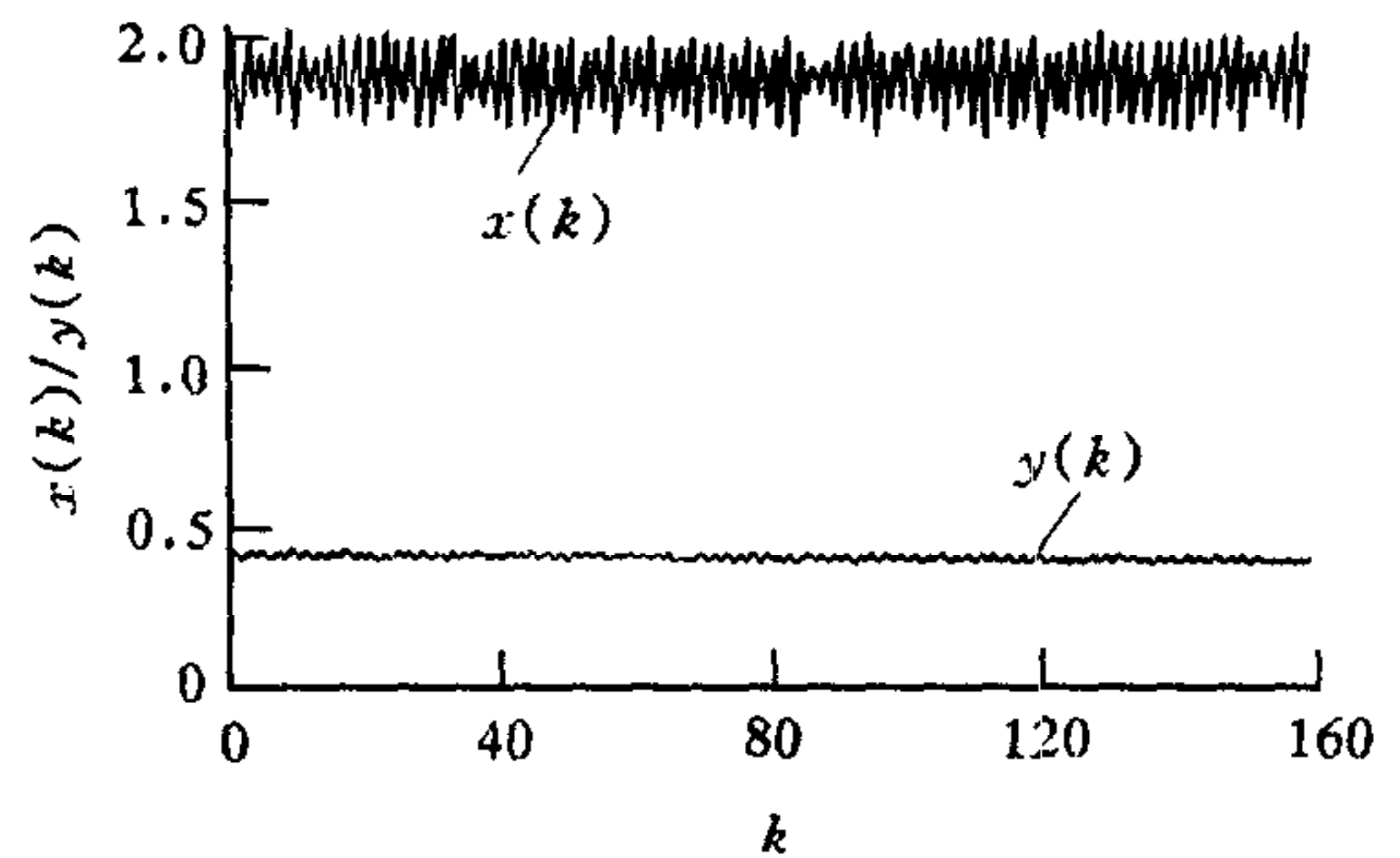


图4 设定点 $c=1.95$ 时的混沌稳态

仿真结果表明,非线性工业过程在满足较宽的条件下其混沌稳态是存在的.

参 考 文 献

- 1 Borman S. Researchers find order, beauty in chaotic chemical systems. *Chemical & Engineering News*, 1991, **69** (3):18-29
- 2 Lin J, Wang M, Roberts P D. Improvements in the formulation and solution approach for stochastic optimizing control of steady-state industrial processes. *Int. J. Control*, 1990, **52**(3):517-548
- 3 王联,王慕秋.常差分方程.乌鲁木齐:新疆大学出版社,1991.224-241
- 4 罗旭光.工业过程广义稳态及其优化控制的研究[博士学位论文].西安:西安交通大学,1997
- 5 Lee J S, Chang K S. Applications of chaos and fractals in process systems engineering. *J. Proc. Control*, 1996, **6** (2/3):71-87

罗旭光 简介见本刊第25卷第1期.

韩崇昭 1968年毕业于西安交通大学信控系,1981年毕业于中国科学院研究生院,获硕士学位.现为西安交通大学电信学院教授、博士生导师、副院长、中国自动化学会理事.主要研究领域为非线性系统控制及非线性动力学系统理论、随机控制、自适应控制、决策支持系统等.

万百五 简介见本刊第25卷第1期.