第25卷 第3期　　自 动 化 学 报　　Vol. 25, No. 3
1999年5月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　May, 1999

短文

优良模式自学习遗传算法[1)]

王宏刚　曾建潮　徐玉斌
（太原重型机械学院系统仿真与计算机应用研究所　太原　030024）

摘　要　遗传算法是应用比较广泛的一种随机优化算法. 文中针对遗传算法在应用过程中出现的收敛慢等问题提出一种优良模式自学习遗传算法，并且在理论上对算法的收敛性进行分析. 最后，通过多峰函数优化问题的仿真结果证明了算法的实用性和有效性.

关键词　自学习遗传算法，学习算子，优良模式，马尔柯夫链.

AN EXCELLENT SCHEMAS SELF-LEARNING GENETIC ALGORITHM

WANG Honggang　ZENG Jianchao　Xu Yubin
(Division of system simulation and computer application, Taiyuan Heavy Machinery Institute, Taiyuan 030024)

Abstract　Genetic algorithm is a widely used stochastic optimization method. The paper presents a self-learning genetic algorithm to solve the problem of slow convergence to the global optimum and analyzes its convergence properties. Finally, the paper demonstrates its utility by two examples of the function optimization problem.

Key words　Self-learning genetic algorithm, learning operator, excellent schema, Markov chain.

1　引言

遗传算法是模拟自然界进化过程而提出的一种随机优化方法，由于它避免了传统优化方法中的梯度技术而在组合优化、机器学习等领域得到应用. 但是，遗传算法在应用中却出现了收敛速度过慢等问题.

根据遗传学的基本原理，优秀的父代以较大的概率产生优秀的子代. 若父代通过一定

1)山西省青年基金和机械制造系统工程国家重点实验室资助课题.
收稿日期　1996-12-30　收修改稿日期　1997-08-06

的方式进行学习提高自身性能，经复制后以较大的概率使子代的性能提高. 根据该原理，本文在引进学习算子的基础上，对文献[2]提出的最优保存简单遗传算法(Optimum Maintaining Simple Genetic Algorithms, OMSGA)加以改进.

2 优良模式自学习遗传算法

2.1 学习算子

定义1. 串 x 是群体 $P(k)$ 的优良串，如果满足条件 $f(x)>\bar{f}$，其中 $f(x)$ 是串 x 的适应值，$\bar{f}$ 是群体的平均适应值.

定义2. 如果 K 个优良串 $x_1,x_2,\cdots,x_K$ 的第 m 位满足

$$x_{jm}=x_{im},\quad \forall\, i,j\in\{1,2,\cdots,k\},\quad i\neq j,$$

则称第 m 位为优良位，其中 x_{im} 表示串 x_i 的第 m 位.

定义3. 称模式 H 是群体的优良模式，如果满足 $f(H)>f(\hat{H})$，其中 $\hat{H}$ 是群体中的任意一个模式，$f(H)$ 表示模式 H 的平均适应值.

定义3表明群体优良模式就是群体中性能最好的模式，但并没有说明如何找到群体优良模式 H.

假设群体的规模为 N，$x_1,x_2,\cdots,x_N$ 为群体的 N 个串. 根据定义1可找出群体的优良串，不妨设为前 K 个串且 K 个优良串根据适应值按降序排列. 下面给出寻找优良模式的策略：

```
PROCEDURE SEARCH
BEGIN
  将存储群体优良模式的数组 H 初始化为－1；
REPEAT
  IF(存在优良位)
    BEGIN
      将优良位上的值赋予 H 数组的相应位；
      RETURN；
      END
  ELSE
    k:=k－1；
UNTIL(K<=3)；
END.
```

上述策略找到的优良模式 H 是至少三个性能最好的优良串所共同遵循的模式，这样就保证了所找到的模式是群体中性能最好的模式，满足定义3. 如果找不到群体优良模式，则认为群体中各个模式的性能相同，无需学习. 在数组 H 中，如果某一位为－1，表示该位是不确定位，否则表示确定位.

设 x 是群体中的一个性能较差的串，P_l 为学习概率. 定义学习算子为

$$S:(x,H)\rightarrow y,$$

其中 y 串的每一位满足

$$y_i = \begin{cases} x_i, & i \text{ 是不确定位或 rand}(0,1) > P_l, \\ H_i, & i \text{ 是确定位且 rand}(0,1) <= P_l, \end{cases}$$

其中 rand(0,1)表示(0,1)之间的一个均匀分布的随机数.

由学习算子定义可知,串 x 向模式 H 学习后以概率 P_l 包含模式 H. 由于 y 串包含群体优良模式,因此性能得到提高.

2.2 优良模式自学习遗传算法

在学习算子的基础上,本文对 OMSGA 加以改进,改进后的遗传算法称为优良模式自学习遗传算法(Excellent Schema Self-learning Genetic Algorithms, ESSLGA),其结构如下:

```
PROGRAM ESSLGA
BEGIN
初始化参数 Pc,Pm,Pl,N;
随机产生初始种群 P(K),K:=0;
确定 P(K)中串的适应度;
当前解 solution:=P(K)中最好串的适应度;
REPEAT
  找出群体(k)中的优良模式 H;
  IF(H 存在)
      对群体中 P(k)中性能较差的串作用学习算子;
    对 P(k)作用遗传操作算子(交叉算子、变异算子、复制算子);
    k:=k+1;
    确定 P(k)中串的适应度;
    IF(solution<P(k)中最好串的适应度)
      solution:=P(k)中最好串的适应度;
    UNTIL(满足终止条件);
    输出 solution;
END.
```

3 收敛性及计算效率分析

3.1 预备知识

根据文献[3],给出如下引理.

引理1. 有限齐次马尔柯夫链从任意非常返状态出发以概率1必定要到达常返状态.

证明. 见文献[3].

3.2 ESSLGA 的马尔柯夫链模型

令 Φ 为所有长度为 l 的二进制串的集合,则 Φ 是一个有限集合,其势为2^l;再令 Ω 为所有规模为 N 的群体的集合,则 Ω 是一个有限集合,其势为2^{lN}. 首先证明 ESSLGA 的运行过程是状态空间为 Ω 的随机过程. 根据文献[1,2]给出如下引理.

引理2. 复制算子的概率矩阵 R 是随机矩阵,交换概率为 $P_c \in [0,1]$的交换操作概率

矩阵 C 为随机矩阵，变异概率为 $P_m\in(0,1)$ 的变异操作概率矩阵 M 是严格正的随机矩阵.

定理1. 学习概率为 P_l 的操作概率矩阵 S 是随机矩阵.

证明. 学习算子的作用是按一定的概率 P_l 将状态 λ_i 映射成状态 λ_j，对所有的 $\lambda_j\in\Omega$ 有 $\sum_{j=1}^{2^{lN}}S_{i,j}=1$，因此 S 矩阵是随机矩阵.

由引理2、定理1知 ESSLGA 的运行过程是一随机过程，并且由 ESSLGA 的运行机理知状态 λ_i 转移到状态 λ_j 的概率及时间与 λ_i 以前的状态是无关的，可得到如下定理.

定理2. ESSLGA 的运行过程是一时间齐次的有限马尔柯夫链.

3.3 收敛性分析

令 Ω_0 为所有包含全局最优解的群体的集合，则由 ESSLGA 的运行过程可知 Ω_0 是闭集，即 $\Omega-\Omega_0$ 中的状态如果转移到 Ω_0 中将永远不会转移到 $\Omega-\Omega_0$ 中.

由以上状态空间的分解及 ESSLGA 的运行机理可知，转移矩阵 P 的形式如下：

$$P=\begin{bmatrix}Q & 0\\ T & A\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ T & A\end{bmatrix},$$

其中 Q 是 Ω_0 中状态之间的概率转移矩阵，T 为空间 $\Omega-\Omega_0$ 中的状态转移到 Ω_0 中的概率转移矩阵，A 为 $\Omega-\Omega_0$ 中状态之间的概率转移矩阵.

由有限马尔柯夫链理论可知，$\Omega-\Omega_0$ 中的状态必为非常返状态，Ω_0 中的状态必为常返状态.

假设 ESSLGA 的初始群体是 $\Omega-\Omega_0$ 中的一个状态，则由引理1知初始群体以概率1转移到 Ω_0 中，即找到全局最优解；如果 ESSLGA 的初始群体是 Ω_0 中的一个状态，则已找到全局最优解.

由上可知，不论初始群体如何，ESSLGA 以概率1收敛到全局最优解.

3.4 计算效率分析

文献[4]给出一个特定模式 H 在下一代群体中期望出现的次数可近似表示为

$$m(H,t+1)\geqslant m(H,t)\,\frac{f(H)}{\bar{f}}\left[1-p_c\frac{\delta(H)}{L-1}-o(H)p_m\right],\tag{1}$$

其中 $m(H,t)$ 是模式 H 在第 t 代群体中的数量，$f(H)$ 是模式 H 的平均适应值，$\bar{f}$ 是群体的平均适应值，$\delta(H)$ 表示模式的长度，$o(H)$ 表示模式的阶.

在自学习遗传算法中，由于学习算子的引入使得群体中性能较差的串以概率 p_l 进入优良模式，因此优良模式增长方程为

$$m(H,t+1)\geqslant m(H,t)\,\frac{f(H)}{\bar{f}}\left[1-p_c\frac{\delta(H)}{L-1}-o(H)p_m\right]+cp_l,\tag{2}$$

其中 c 为一常数(从实际意义上讲，它可代表群体中性能较差的串的个数). 比较式(1)和(2)可知，学习算子的引入使得优良模式的增长速度加快，因而收敛速度得到提高.

4 仿真实例

函数表达式如式(3)所示，它在 XOZ 平面上的曲线如图1所示. 该函数在[-10,10]

区间内总有40 000个局部最小值,在(0,0)处具有全局最小值－1. 在对该函数仿真时,采用二进制编码,搜索范围为[－10,10],群体规模 $N=10, p_c=0.7, p_m=0.1, p_l=0.4$,串长 $L=16$.

$$f_l = \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} - \cos(2\pi x_1)\cos(2\pi x_2). \tag{3}$$

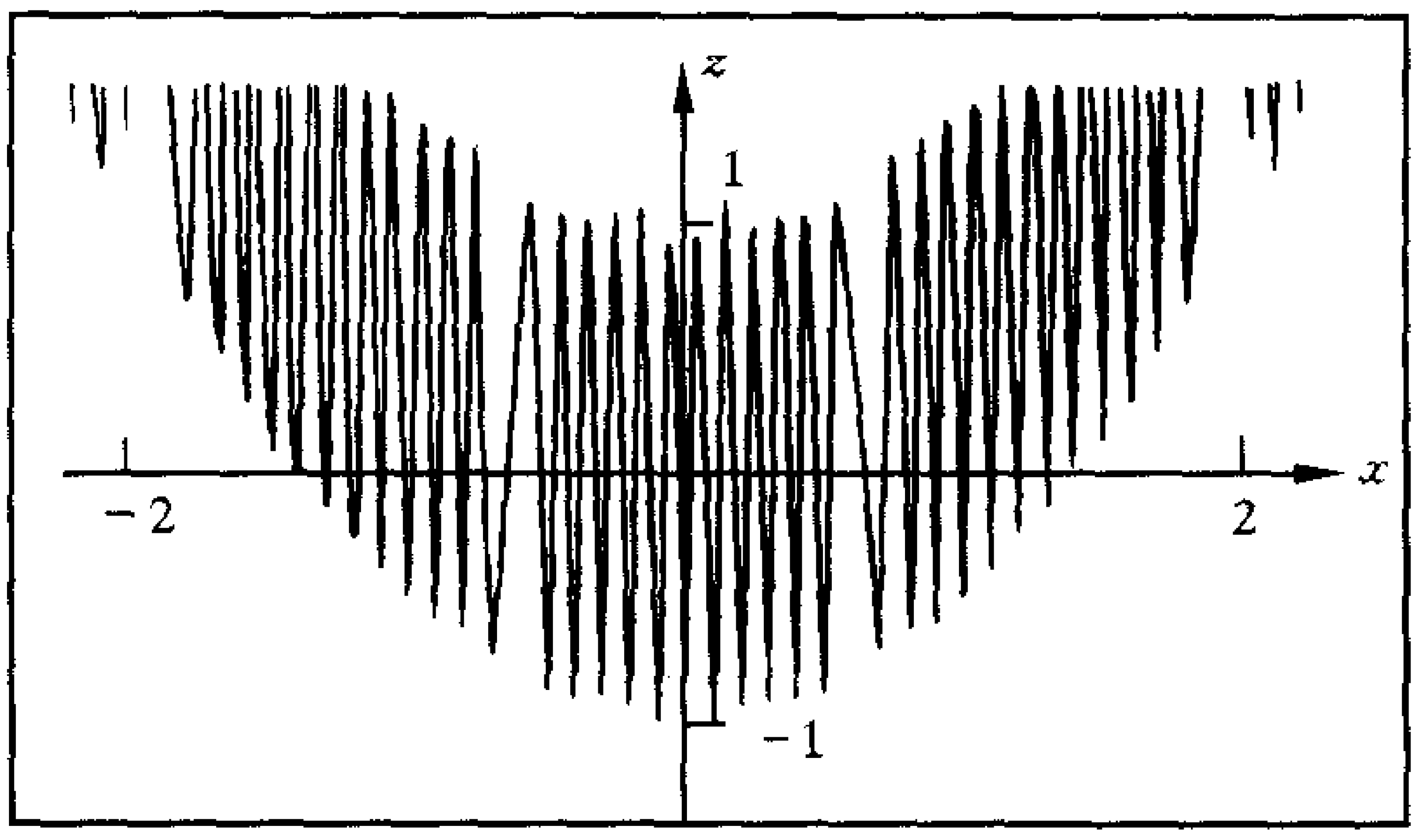

图1

仿真时所采用的收敛标准如下:

称算法是在一定迭代次数内是收敛的,

当且仅当算法的收敛值 x 满足 $|x-x^*| \leqslant 0.005$,　x^* 为全局最优解.

为检验 ESSLGA 的性能,本文采用平均收敛步数和收敛到全局最优值的次数作为检验标准,将 ESSLGA 和简单遗传算法 SGA 进行比较. 仿真结果如表1所示(每次运行程序60次,迭代次数为200).

表1　f_l 的仿真结果

遗传算法	实验次数	平均收敛步数	收敛到全局最优值的次数	收敛概率
SGA	1	85.23	37	88.33%
	2	82.22	41	85.00%
ESSLGA	1	60.20	50	90.00%
	2	55.12	51	98.33%

5　讨论

遗传算法是一种全局随机优化方法,收敛速度的提高可使遗传算法得到更广泛的应用. 学习算子的引入,为提高收敛速度提供了一个简单的方法,仿真结果证明了该方法的有效性. ESSLGA 对于满足算法的实时性要求具有实际意义.

参　考　文　献

1　Rudolph G. Convergence properties of canonical genetic algorithms. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1994, **5**(1): 96—101

2　恽为民,席裕庚. 遗传算法的全局收敛性和计算效率分析. 控制理论与应用,1996,**13**(4):455—460

3　施仁杰. 马尔柯夫链基础及应用. 西安:西安电子科技大学出版社,1992

4　刘勇,康立山,陈毓屏. 非数值并行算法(第二册). 北京:科学技术出版社,1995

王宏刚　1970年出生,1992年毕业于西安电子科技大学应用数学系,1997年于太原重型机械学院获硕士学位. 研究方向为遗传算法、离散事件动态系统仿真.

曾建潮　1963年出生,毕业于西安交通大学,并获博士学位. 现任太原重型机械学院自动化系与计算机工程系主任、教授. 研究方向为离散事件动态系统仿真、智能控制等.