第25卷 第3期
1999年5月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 25, No. 3
May, 1999

短文

# 一类大系统的间接自适应分散模糊控制[1)]

佟绍成 柴天佑 邵 诚

(辽宁工学院 锦州 121001) (东北大学自动化研究中心 沈阳 110006)

**摘 要** 针对一类未知非线性大系统,将模糊控制、模糊逻辑系统及滑模控制相结合,提出了一种间接自适应模糊控制策略,仿真结果证明了所提出的算法是有效的.

**关键词** 模糊控制,自适应控制,非线性系统,稳定性.

## INDIRECT ADAPTIVE FUZZY DECENTRALIZED CONTROL FOR NONLINEAR SYSTEM

TONG Shaocheng
(*Liaoning Institute of Technology*, *Jinzhou* 121001)
CHAI Tianyou SHAO Cheng
(*Automation Research Center of Northeastern University*, *Shengyang* 110006)

**Abstract** In this paper, an indirect adaptive fuzzy decentralized control is proposed for large-scale unknown nonlinear system by combining fuzzy control, fuzzy logic systems and sliding mode. It is proved that the control algorithm ensures the large-scale system stability, the results of simulation confirm the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words** Fuzzy control, adaptive control, nonlinear system, stability.

## 1 引言

控制由多个相互关联的子系统组成的大系统,关键的问题是如何处理各子系统之间的关联项.最有效的方法是利用局部信息对各子系统进行分散控制.目前,关于大系统的

1)国家自然科学基金和辽宁省自然科学基金资助课题.
收稿日期 1996-09-02 收修改稿日期 1997-03-24

分散控制问题已有很多方法[1]，这些方法一般处理线性或带有非线性关联项的子系统，而且建模部分的模型要求完全已知，所以它们不适用于模型不确定或难以用精确的数学表述的非线性大系统的分散控制. 因此，如何对这类非线性大系统设计分散的控制器显得非常重要. 本文针对一类未知的非线性大系统设计了一种间接自适应分散模糊控制器，并证明了系统的稳定性和跟踪误差的收敛性.

## 2 控制问题的描述

考虑下面由 $m$ 个子系统组成的大系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{f}(t, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m) + \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}_i)u_i, \tag{1a}$$

$$y_i = h_i(t, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m). \tag{1b}$$

上式中 $\boldsymbol{x}_i \in R^{n_i}$ 是子系统 $\Sigma_i$ 的状态向量；$u_i$ 是输入；$y_i$ 是输出；$f_i, g_i \in R^{n_i}, h_i \in R$ 是光滑的，$i=1,2,\cdots,m$. 假设子系统 $\Sigma_i$ 有强相对度 $r_i$[2]，应用文[4]中的方法可把系统(1)化成下面的形式

$$\dot{\xi}_{1i} = \xi_{2i} = L_{f_i} h_i(t, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m), \tag{2a}$$

$$\vdots$$

$$\dot{\xi}_{(r_i-1)i} = \xi_{r_i} = L_{f_i}^{r_i-1} h_i(t, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m), \tag{2b}$$

$$\dot{\xi}_{(r_i)i} = L_{f_i}^{r_i} h_i(t, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m) + L_{g_i} L_{f_i}^{r_i-1} h_i(t, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m) u_i + \Delta_i(t, \boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_m) + d_i(t), \tag{2c}$$

$$y_i = \xi_{1i}. \tag{2d}$$

把(2)式写成输出输入的形式

$$y_i^{(r_i)} = (a_{ki}(t) + a_i(X_i)) + (b_{ki}(t) + b_i(X_i)u_i + \Delta_i(t, X_1, \cdots, X_m) + d_i(t). \tag{3}$$

上式中 $a_{ki}(t), b_{ki}(t)$ 为子系统 $\Sigma_i$ 的已知动态；$a_i(\boldsymbol{x}_i), b_i(\boldsymbol{x}_i)$ 为 $\Sigma_i$ 的未知动态；$\Delta_i$ 表示各系统之间的关联项；$d_i$ 是外部干扰.

**假设1.** 存在常数 $b_{i0}$，使得对于任意的 $\boldsymbol{x}_i \in R^{r_i}$ 有 $0 < b_{i0} \leqslant b_{ki}(t) + b_i(\boldsymbol{x}_i)$.

**假设2.** $|\Delta_i| \leqslant \sum_{j=1}^{m} r_{ij} \|\boldsymbol{x}_{jm}\|_2$，$|d_i(t)| \leqslant c_i^*$，$r_{ij}$ 表示子系统间的未知联结强度，$c_i^*$ 是未知有界常数，$\|\cdot\|_2$ 表示欧几里德范数.

**假设3.** 系统(3)的零动态具有指数吸引性质[2].

对于给定的参考输出 $y_{im}$，假设 $y_{im}, \dot{y}_{im}, \cdots, y_{im}^{(r_i)}$ 为可测的. 定义子系统 $\Sigma_i$ 的跟踪误差为 $e_{i0} = y_{im} - y_i$，控制目标是仅利用局部信息设计自适应分散模糊控制，使得(i)分散系统中所涉及的变量有界，(ii)各子系统的跟踪误差 $e_{i0}$ 渐近收敛于零.

## 3 自适应分散模糊控制的设计

设 $\boldsymbol{e}_i = (e_{i0}, \dot{e}_{i0}, \cdots, e_{i0}^{(r_i-1)})^{\mathrm{T}}$，　$\boldsymbol{\alpha}_i = (k_{i(r_i-1)}, k_{i(r_i-2)}, \cdots, k_{i0})^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_i$ 的选取使得多项式

$\hat{L}_i(s)=s^{(r_i)}+k_{i(r_i-1)}s^{(r_i-1)}+\cdots+k_{i0}$为 Hurwitz 多项式. 由于 $a_i(\boldsymbol{x}_i)$，$b_i(\boldsymbol{x}_i)$未知，$d_i\neq\Delta_i\neq 0$，所以现有传统的分散控制方法都难以利用. 为此，构造模糊逻辑系统[4]来逼近未知函数 $a_i(\boldsymbol{x}_i)$，$b_i(\boldsymbol{x}_i)$. 设模糊逻辑系统为

$$\hat{a}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{1i})=\sum_{j=1}^{N}\theta_{1ij}\xi_{ij}(\boldsymbol{x}_i)=\boldsymbol{\theta}_{1i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{x}_i),\quad \hat{b}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{2i})=\sum_{j=1}^{N}\theta_{2ij}\xi_{ij}(\boldsymbol{x}_i)=\boldsymbol{\theta}_{2i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{x}_i),$$

设计的间接模糊控制器为

$$u_i=\frac{1}{b_{ki}(t)+\hat{b}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{2i})}\Big[-(a_{ki}(t)+\hat{a}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{1i}))+\boldsymbol{\alpha}_i^{\mathrm{T}}e_i+ y_{im}^{(r_i)}+(c_i+\sum_{i=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{x}_{jm}\|_2)\mathrm{sgn}(s_i)+\frac{1}{2}\eta_i s_i\Big]+k_i\mathrm{sgn}(s_i). \tag{4}$$

上式中 $\boldsymbol{x}_{jm}=[y_{jm},\dot{y}_{jm},\cdots,y_{jm}^{(r_j-1)}]$； $c_i,\eta_i$ 是自适应控制增益； $s_i$ 是子系统的误差及前 $r_i-1$阶导数的线性组合，它们将在后面定理中给出. 把(4)式代入(3)式得

$$\dot{\boldsymbol{e}}_i=A_i\boldsymbol{e}_i+\boldsymbol{\beta}_i[(\hat{a}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{1i})-a_i(\boldsymbol{x}_i))+(\hat{b}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{2i})-b_i(\boldsymbol{x}_i))u_{ci}]+ \boldsymbol{\beta}_i[-d_i-\Delta_i-(c_i+\sum_{j=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{x}_j\|)\mathrm{sgn}(s_i)-\frac{\eta_i}{2}s_i]-\boldsymbol{\beta}_i(b_{ki}(t)+b_i(\boldsymbol{x}_i))k_i\mathrm{sgn}(s_i)), \tag{5}$$

其中 $u_{ci}=\dfrac{1}{b_{ki}(t)+\hat{b}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{2i})}[-(a_{ki}(t)+\hat{a}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{1i}))+\boldsymbol{\alpha}_i^{\mathrm{T}}e_i+y_{im}^{(r_i)}+(c_i+\sum_{j=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{x}_j\|_2)\cdot\mathrm{sgn}(s_i)]$，

$$A_i=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\-k_{i(r_i-1)}&-k_{i(r_i-2)}&-k_{i(r_i-3)}&\cdots&-k_{i0}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\beta}_i=\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\1\end{bmatrix}.$$

参数的最优估计及最小逼近误差如文[4]所定义.

**假设4.** 存在已知函数 $H_i(\boldsymbol{x}_i)$，$G_i(\boldsymbol{x}_i)$满足下列不等式

$$|a_i(\boldsymbol{x}_i)-\hat{a}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{1i})|\leqslant H_i(\boldsymbol{x}_i),\ |b_i(\boldsymbol{x}_i)-\hat{b}_i(\boldsymbol{x}_i|\boldsymbol{\theta}_{2i})|\leqslant G_i(\boldsymbol{x}_i).$$

把(5)式重写成

$$\dot{\boldsymbol{e}}_i=A_i\boldsymbol{e}_i+\boldsymbol{\beta}_i\boldsymbol{\phi}_{1i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{x}_i)+\boldsymbol{\beta}_i\boldsymbol{\phi}_{2i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}_i(x_i)u_{ci}+\boldsymbol{\beta}_i\phi_{c_i}\mathrm{sgn}(s_i)+\boldsymbol{\beta}_i\phi_{\eta_i}s_i/2+\boldsymbol{\beta}_i\sum_{j=1}^{m}\tilde{r}_{ij}\|\boldsymbol{x}_{jm}\|_2\mathrm{sgn}(s_i)+ \boldsymbol{\beta}_i[-d_i-\Delta_i-(c_i^*+\sum_{j=1}^{m}r_{ij}^*\|\boldsymbol{x}_{jm}\|_2)\mathrm{sgn}(s_i)-\frac{\eta_i^*}{2}s_i]+\boldsymbol{\beta}_i[w_i-k_i(b_{ki}(t)+b_i(\boldsymbol{x}_i))\mathrm{sgn}(s_i)]. \tag{6}$$

上式中 $\boldsymbol{\phi}_{1i}=\boldsymbol{\theta}_{1i}-\boldsymbol{\theta}_{1i}^*$，$\boldsymbol{\phi}_{2i}=\boldsymbol{\theta}_{2i}-\boldsymbol{\theta}_{2i}^*$为参数匹配误差；$\phi_{ci}-c_i^*-c_i$，$\phi_{\eta i}=\eta_i^*-\eta_i$，$\tilde{r}_{ij}=r_{ij}^*-r_{ij}$为控制增益误差，$\eta_i^*$ 为期望的控制增益，$r_{ij}^*$是 $r_{ij}$的最小上界.

取参数

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{1i}=-\gamma_{i1}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{x}_i),\quad \dot{\boldsymbol{\theta}}_{2i}=-\gamma_{i2}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i\boldsymbol{\xi}_i(\boldsymbol{x}_i)u_{ci}, \tag{7}$$

$$\dot{c}_i=\gamma_{i3}|\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i|,\dot{r}_{ij}=\gamma_{i4}|\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i|\,\|x_{im}\|,\quad \dot{r}_{ij}=0.5\gamma_{i5}(\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i)^2, \tag{8}$$

其中 $P_i$ 是方程 $P_iA_i+A_i^{\mathrm{T}}P_i=-Q_i$ 的正定解，$Q_i$ 是任意给定的正定矩阵.

**定理1.** 对于系统(1)满足假设1—4，若采用控制律(4)，参数及控制增益的自适应调节律(7)和(8)，并且 $s_i=\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i$， $k_i=(H_i(\boldsymbol{x}_i)+G_i(\boldsymbol{x}_i)|u_{ci}|)/b_{i0}$，则组合大系统是全局稳定

的，且各子系统的跟踪误差渐近收敛于零.

证明. 取 Lyapunov 函数为

$$V=\sum_{i=1}^{m}l_i[e_i^{\mathrm{T}}P_ie_i+\frac{1}{\gamma_{i1}}\phi_{1i}^{\mathrm{T}}\phi_{1i}+\frac{1}{\gamma_{i2}}\phi_{2i}^{\mathrm{T}}\phi_{2i}+\frac{1}{\gamma_{i3}}\phi_{ci}^2+\frac{1}{\gamma_{i4}}\phi_{\eta i}^2+\frac{1}{\gamma_{i5}}\sum_{j=1}^{m}\tilde{r}_{ij}^2](l_i>0),\tag{9}$$

求 $V$ 的微分，并由(6)式得(8)式及

$|w|\leqslant H_i(\boldsymbol{x}_i)+G_i(\boldsymbol{x}_i)|u_{ci}|$, $k_i=\dfrac{H_i(\boldsymbol{x}_i)+G(\boldsymbol{x}_i)|u_{ci}|}{b_{i0}}$, $\dot{\boldsymbol{\phi}}_{1i}=\boldsymbol{\theta}_{1i}$, $\dot{\boldsymbol{\phi}}_{2i}=\boldsymbol{\theta}_{2i}$, $\dot{\phi}_{ci}=-\dot{c}_i$,

$\dot{\phi}_{\eta_i}=-\dot{\eta}_i$, $\dot{\tilde{r}}_{ij}=-\dot{r}_{ij}$, $s_i=\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i$, $s_i\mathrm{sgn}(s_i)=|s_i|$, $|d_i|\leqslant c_i^*$，得

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&\sum_{i=1}^{m}l_i[(-\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}Q_i\boldsymbol{e}_i+\frac{1}{\eta_i^*}(\sum_{j=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{e}_j\|_2)^2-\eta_i^*(|\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i|-\frac{1}{\eta_i^*}\sum_{j=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{e}_j\|_2)^2+\\&2|\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}P_i\boldsymbol{\beta}_i|(\sum_{j=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{e}_j\|_2-\sum_{j=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{e}_j\|_2+\sum_{j=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{x}_{jm}\|_2-\sum_{j=1}^{m}r_{ij}^*\|\boldsymbol{x}_{jm}\|_2]\leqslant\\&\sum_{i=1}^{m}l_i[-\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}Q_i\boldsymbol{e}_i+\frac{1}{\eta_i^*}(\sum_{j=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{e}_i\|_2)^2].\end{aligned}\tag{10}$$

设 $\lambda_i$ 是 $Q_i$ 的最小特征根，$\boldsymbol{\Upsilon}_i=[r_{i1},\cdots,r_{im}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\theta}=[\|\boldsymbol{e}_1\|_2,\cdots,\|\boldsymbol{e}_n\|_2]^{\mathrm{T}}$，$\sum_{i=1}^{m}r_{ij}\|\boldsymbol{e}_i\|_2=\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Upsilon}_i$，则(10)式可以写成

$$\dot{V}\leqslant\sum_{i=1}^{m}l_i[-\lambda_i\|\boldsymbol{e}_i\|_2^2+\frac{1}{\eta_i^*}\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Upsilon}_i\boldsymbol{\Upsilon}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}].\tag{11}$$

记 $H^*=[\eta_1^*,\cdots,\eta_m^*]D=\mathrm{diag}\{l_1\lambda_1,\cdots,l_m\lambda_m\}$，$M=\sum_{i=1}^{m}l_i\boldsymbol{\Upsilon}_i\boldsymbol{\Upsilon}_i^{\mathrm{T}}$，$\eta=\eta_i^*$，则(11)式进一步表示成

$$\dot{V}\leqslant-\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}A\boldsymbol{\theta}.\tag{12}$$

由于 $D$ 是正定矩阵，$M$ 是非负定距阵，所以只要 $\eta$ 充分大，就可保证 $A$ 正定[4]. 关于 $\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{e}_i(t)=0$的详细证明可见文[4].

# 4 仿真

把所设计的模糊控制器应用到下面所表示的两个互联的倒立摆系统[1]. 设 $x_1=\theta_i$，$x_2=\dot{\theta}_1$，$x_3=\theta_2$，$x_4=\dot{\theta}_2$，则动态方程为

$$S_1:\begin{cases}\dot{x}_1=x_2,\\\dot{x}_2=f_1x_1+f_3u_1+f_2x_3-(\beta_2x_2^2+f_4),\end{cases}\tag{13}$$

$$S_2:\begin{cases}\dot{x}_3=x_4,\\\dot{x}_4=f_1x_3+f_3u_2+f_2x_1-(\beta_2x_4^2-f_4),\end{cases}\tag{14}$$

其中的参数与文[1]中的第一种情况相同. 令第一、二子系统的输出分别为 $y_1=x_1$，$y_2=x_3$. 取 $c_i^*=2$，$r_{11}=\frac{11}{2}$，$r_{12}=\frac{1}{2}$，$r_{21}=\frac{1}{2}$，$r_{22}=\frac{11}{2}$. 给定 $Q_i=\mathrm{diag}[10,10]$，得 $P_i=\begin{bmatrix}15&5\\5&5\end{bmatrix}$. 取 $\eta_1=\eta_2=100$，可满足定理的条件：$s_1=5(\dot{e}_1+e_1)$，$s_2=5(\dot{e}+e_2)$.

定义所有模糊隶属函数如文[5]，参见文[3]可构造模糊逻辑系统并逼近未知函数 $f_1$

$=x_1, f_2=x_3$. 取初始参数为 $x_1(0)=0.5, x_2(0)=0, x_3(0)=-0.5, x_4(0)=0, \theta_{-11}(0)=(-0.1,-0.1,-0.1,0,0.1,0.1,0.1)^{\mathrm{T}}, \theta_{-12}(0)=(0.1,0.1,0.1,0,-0.1,-0.1,-0.1)^{\mathrm{T}}$. 跟踪给定的参考输出 $y_{1m}=\sin 2t$, , $y_{2m}=2+\sin 3t$，仿真结果如图1，2所示.

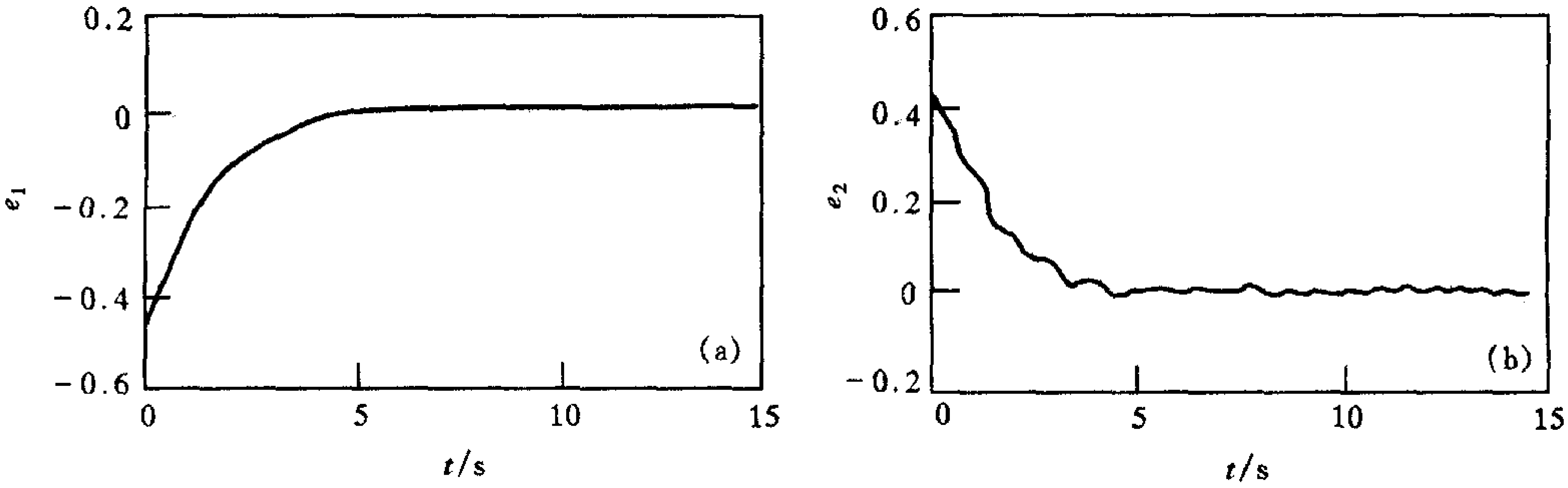


图1　子系统的跟踪误差曲线

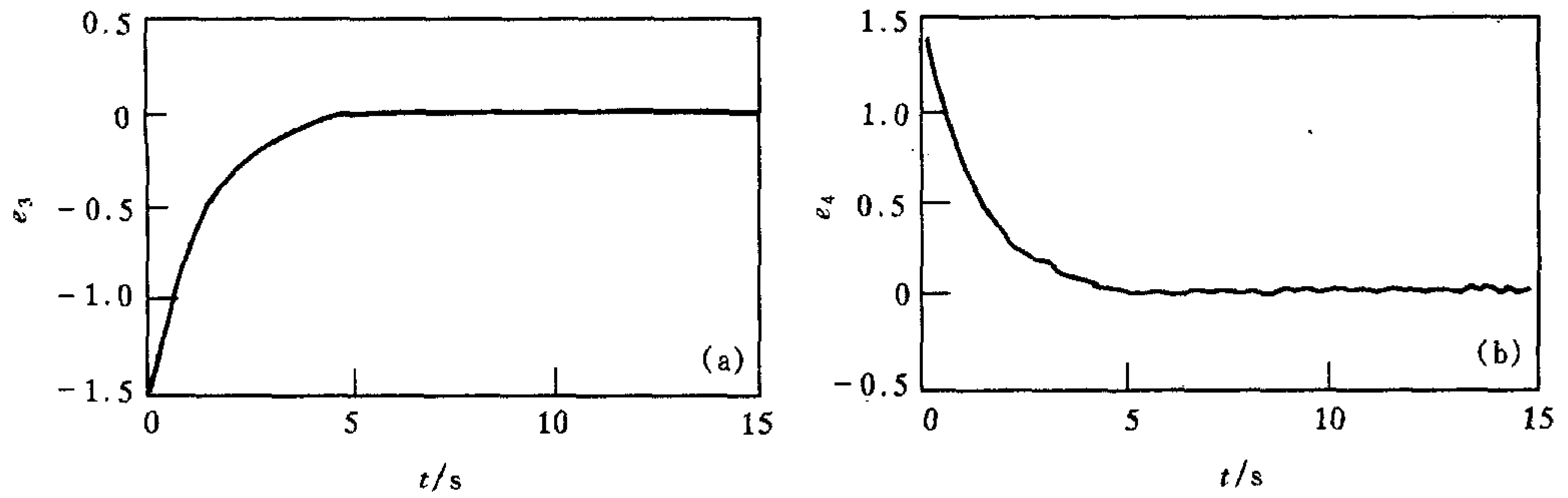


图2　子系统跟踪误差变化率曲线

## 参 考 文 献

1 Zong-Mu Yel. A performance approach to fuzzy control design for nonlinear system. *Fuzzy sets and systems*, 1994, **64**(3): 339—352

2 Sastri S, Isodory A. Adaptive control of linearizable systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1989, **34**(2): 1123—1131

3 Wang Li-Xin. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 1993, **1**(2): 146—155

4 Spooner J T, Passino K M. Adaptive control a class of decentralized nonlinear system. *IEEE Trans. Autom. Countrol*, 1996, **41**(2): 280—286

5 佟绍成等. 多变量非线性系统的模糊自适应控制. 自动化学报, 1998, 24(6): 793-797

**佟绍成**　1960年出生，1997年8月于东北大学自动化中心获博士学位. 现任辽宁工学院教授. 目前的研究方向为模糊集理论、模糊控制、自适应控制和非线性控制. 已经在国际杂志和国内核心刊物上发表论文20余篇.

**柴天佑**　见本刊第23卷第2期.

**邵　诚**　1958年出生，工学博士，现任东北大学自动化中心教授. 目前的研究方向为自适应控制和非线性控制.