

基于无源性分析的鲁棒控制系统设计¹⁾

冯纯伯 张侃健 费树岷

(东南大学自动化研究所 南京 210096)

摘要 给出不确定非线性系统鲁棒控制的一种设计方法. 经校正网络将一微分算子传递给对象后, 采用 bang-bang 控制使余下的部分无源化, 并引入适当的符号跟随系统, 使直输回路严格无源. 于是全反馈控制系统具有很强的鲁棒性. 同时讨论了系统稳定、不稳定、逆不稳定的各种情况的设计.

关键词 鲁棒控制, 无源性, 非线性控制, 不确定性.

PASSIVITY-BASED DESIGN OF ROBUST CONTROL SYSTEMS

FENG Chunbo ZHANG Kanjian FEI Shumin

(Research Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract An approach for the design of robust control for uncertain nonlinear systems is proposed. An appropriate differential operator is conveyed to the controlled plant by a network of cascade compensation, while its remained part is passivized via optimum bang-bang control. A proper sign-following system is introduced to make the feedforward pass strictly passive. The whole feedback system is strongly robust. The cases for stable, unstable, inversely unstable plants are discussed.

Key words Robust control, passivity, nonlinear system, uncertainty.

1 引言

线性和非线性不确定系统的控制一直是一个很有挑战性的课题. 虽然已有许多研究成果, 但远不能认为已圆满解决. 近年来如何应用无源性分析方法设计鲁棒控制系统引起了较多的重视. 一个严格无源的动态系统一般均有良好的动态特性和较强的鲁棒性. 以线性系统为例, 严格无源的传递函数的频率特性位于复平面的一、四象限内, 因此这类系统具有较大的稳定裕度, 也不会有弱阻尼振荡特性. 最近文献[1—3]讨论了如何设计非线性控制系统使其严格无源, 提出的方法已引起了国际上的广泛重视, 其思想新颖, 但仍需要

1) 国家攀登计划及国家自然科学基金资助项目.

收稿日期 1998-04-30 收修改稿日期 1999-01-15

相当多的先验知识. 文献[4—8]多次讨论了无源性分析的应用, 提出了符号跟随系统(SFS)的概念, 在一定场合下 SFS 是实现严格无源化的一种有效方法. 文献[6]将它用于线性系统的控制取得了良好的效果, 仿真表明即使对于非最小相位系统控制效果也相当良好. 本文将文献[6]的设计思想作进一步的发展, 将它用于非线性系统的控制.

2 控制方案

采用图1所示的控制结构

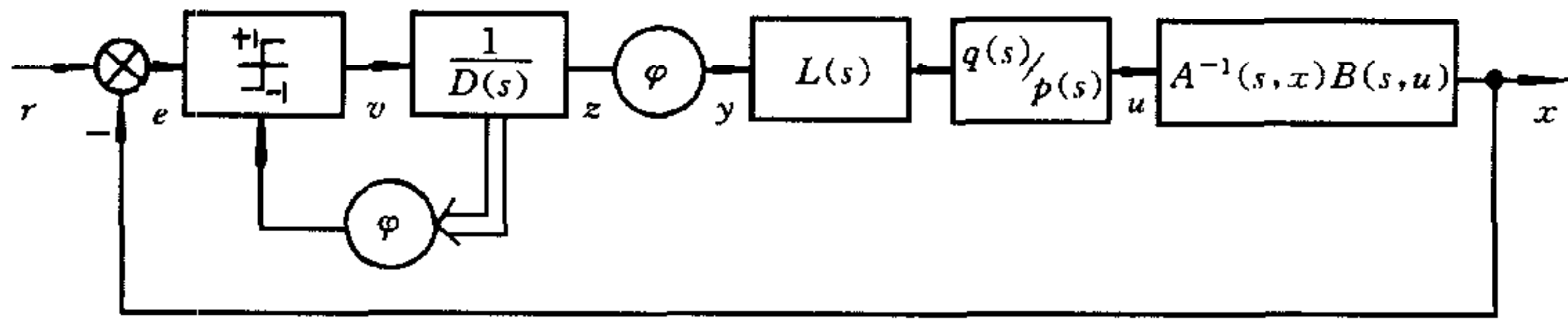


图1 控制结构

图中 $u \mapsto x$ 为对象特性, 设

$$A(s, x) = s^n + a_{n-1}(x)s^{n-1} + \dots + a_0(x), \tag{1}$$

$$B(s, x) = b_{n-m}(x)s^{n-m} + b_{n-m-1}(x)s^{n-m-1} + \dots + b_0(x). \tag{2}$$

假设 $m \geq 1$ 为已知, 首先讨论 $A(s, x), B(s, x)$ 均为渐近稳定且为有界算子的情况. 图中 $q(s), p(s)$ 均为 m 阶 Hurwitz 多项式.

取校正网络 $L(s)/D(s)$ 如下:

$$L(s) = l_m s^m + l_{m-1} s^{m-1} + \dots + l_0, \tag{3}$$

$$D(s) = s^m + d_{m-1} s^{m-1} + \dots + d_0, \tag{4}$$

l_i, d_i 均为正常数. 不难用图2所示的网络实现之.

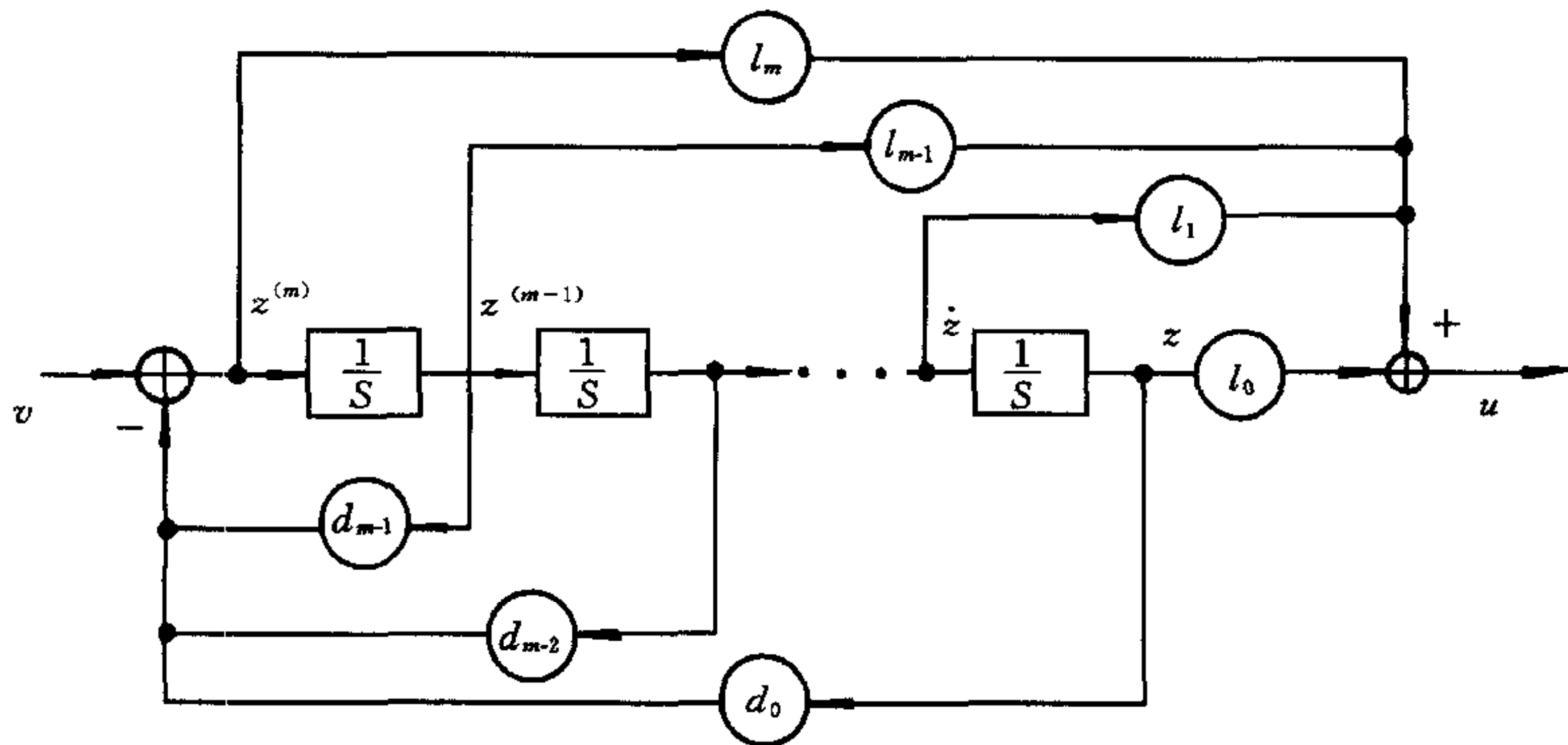


图2 校正网络

图1中 ϕ 代表逻辑切换函数. 作者采用极大值原理实现 bang-bang 控制, 使 z 以最快的速度跟随 e . 取 $D(s)$ 的特征值均为实数, 此时 ϕ 容易确定, (可参阅文献[3]). 可证明以下引理成立.

引理1. 当 ϕ 按极大值原理确定的时间最短 bang-bang 控制策略时 $e \mapsto z$ 为严格无源 (证明见附录 A).

图1中 ϕ 代表一种逻辑切换, 暂且认为 $\phi=1$ (其作用以下再交代).

引理2. 对于渐近稳定且有界的算子 $A(s, x), B(s, x)$ 在一定条件下存在稳定的线性算子 $L(s)$ 和适当的 $q(s)/p(s)$, 使 $A^{-1}BLq/p$ 严格无源, 且无源度可以选定, 此处 $L(s)$ 的阶次为 A, B 阶次之差, 且不小于1. (证明见附录 B)

引入 $L(s)/D(s)$ 的目的可以理解成是为了引入微分算子 $L(s)$, 使 $A^{-1}BLq/p$ 严格无源, 其无源度是可以选择的. 然后采用时间最短的 bang-bang 控制, 使 z 以最快速度跟随 e 的变化, 此时 $e \mapsto z$ 严格无源, 这样就得到了两个严格无源系统的串联. 文献[5]说明在一定条件下 $e \mapsto x$ 也可以是严格无源的, 这决定于如何选择 $L(s)$. 以上所述表明图1所示是根据无源性分析设计的.

φ 的作用是代表 SFS, 它是逻辑切换. 引入它的目的在于使 $v \mapsto y$ 严格无源. 采用图3所示结构, 其中 $\varphi = (\text{sgn } z^{(m)}, \dots, \text{sgn } z^{(0)})$, $i=1, 2, \dots, m$, 于是根据无源性定义, 所有的 $v \mapsto y^{(i)}$ 都是严格无源的, 这就说明了 φ 的总体作用使 $v \mapsto y$ 严格无源, 而使 $L(s)$ 传递给对象, 且不受逻辑切换的影响. 这样的结构是可以实现的.

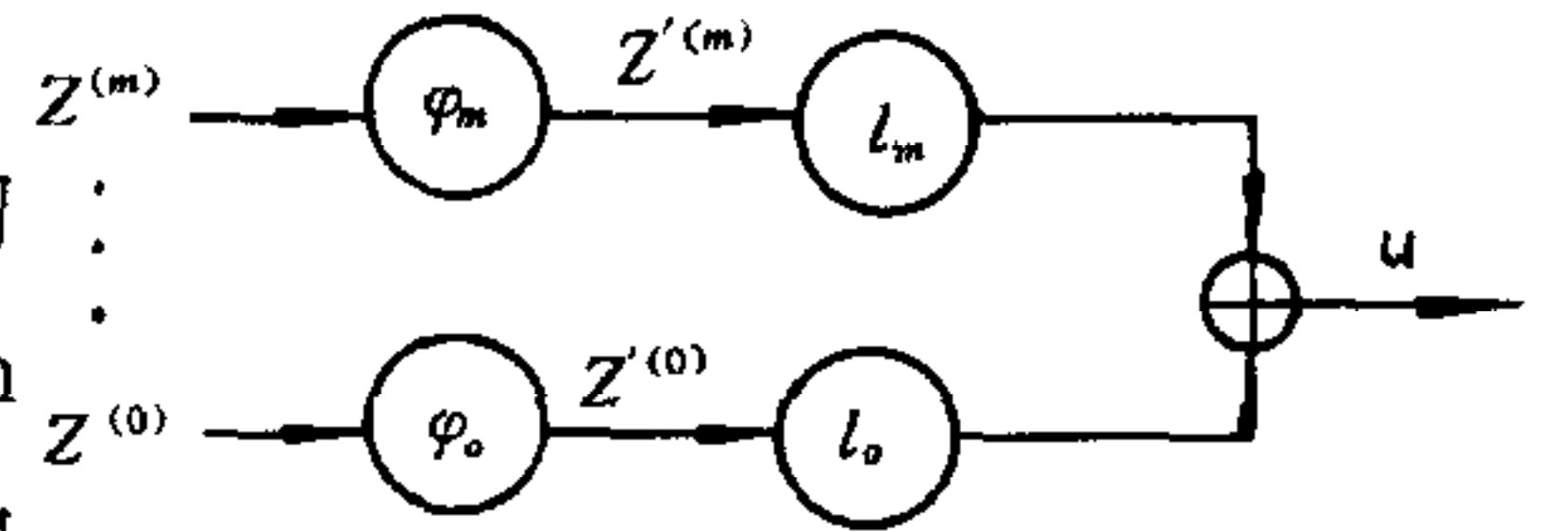


图3 逻辑切换系统

以上分析表明适当选择 $L(s)$ 可保证 $y \mapsto x$ 严格无源, 且其无源度是可以选择的. 只要 A, B 始终保持渐进稳定, 在使 $y \mapsto x$ 严格无源的前提下, 再采用 bang-bang 控制或 SFS, 或两者兼用, 使 $e \mapsto y$ 严格无源, 最终使 $e \mapsto x$ 严格无源, 这就实现了鲁棒控制.

3 逆不稳定系统的控制

设 $B(s, x)$ 为不稳定算子, $A(s, x)$ 仍为稳定算子, 要控制的是一非最小相位系统. 用

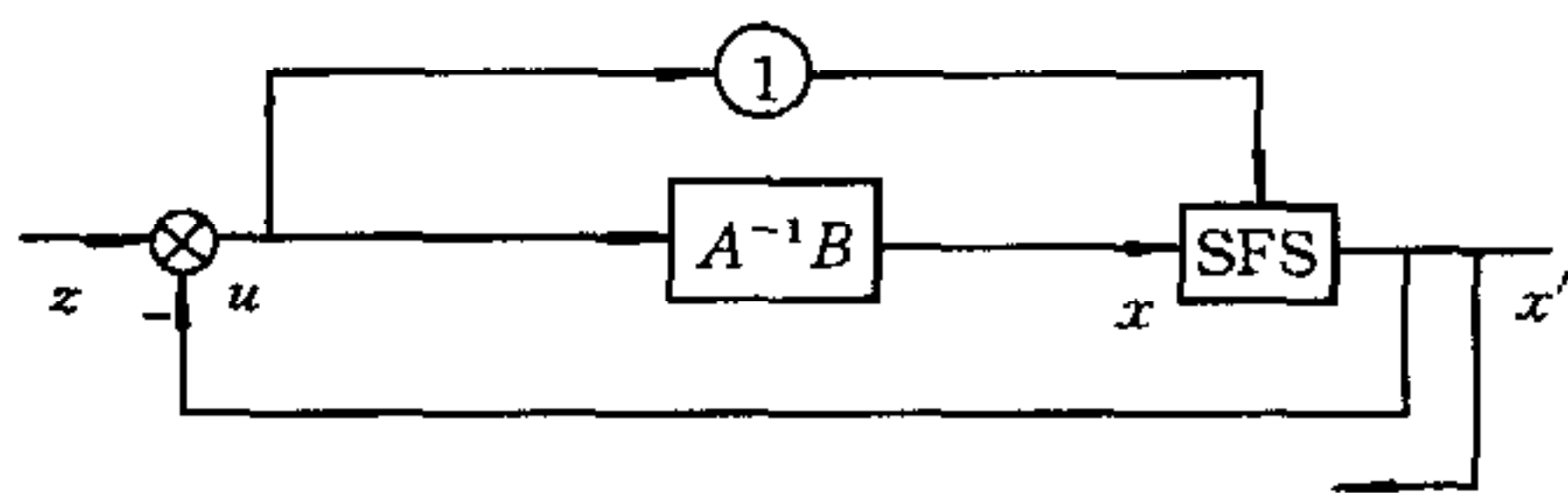


图4 逆不稳定系统的控制结构

常规方法控制这类非最小相位系统有一定的难度, 文献[6]提出了一种采用 SFS 的控制方案, 原理是采用一严格无源的参考模型接在相同的输入端, 然后比较系统输出和模型输出的符号, 用 SFS 使最后输出的符号和模型输出的符号一致, 这就可使整个系统严格

无源化了. 最简单并且有效的参考模型是1, 于是采用图4所示形式的控制由于此时 u 和 x' 的符号总是一致的, 因此当 A 为稳定算子时, 根据无源性定义, $u \mapsto x'$ 是严格无源的. 采用上述 SFS 的优点从物理上是容易理解的: 控制的目的是力求 x 跟随 z , 当 x, u 的符号不一致时, SFS 使负反馈变为正反馈, 有利于消除误差, 于是性能改善. 本控制系统中其余部分仍和图1所示相同, 但略去了 φ .

4 不稳定系统的控制

设 $A(s, x)$ 为不稳定算子, $B(s, x)$ 稳定. 此时可采用图5所示的控制结构, 其中 $L(s)$ 为 m 阶, 此时 $g \mapsto x: A^{-1}BL$, 记 $g \mapsto x$ 以输出 x 表示的无源度为 ϵ_x , 由于 BL 稳定, 且和 A 同阶, 在一定条件下 ϵ_x 可以定义, 即在一定条件下可设

$$\langle g | x \rangle_T \geq \epsilon_x \|x\|_T^2, \tag{5}$$

由于 A 不稳定, 因此 ϵ_x 为负. 但根据文献[5]中的定理3.6.3, 此时有

$$\langle y|x \rangle_T \geq (\epsilon_x + 1) \|x\|_T^2. \quad (6)$$

显然,调整 $L(s)$ 可使 $\epsilon_x + 1 > 0$. 于是 $y \mapsto x$ 严格无源. 全系统其它部分的设计依旧,这样就实现了全系统的鲁棒控制. 需要指出,对于线性系统 ϵ_x 是可以定义的,但对于非线性系统是否存在 $L(s)$ 使 ϵ_x 可以定义,则取决于 A , 若它的非线性是有界的,则根据文献[5]及引理2可以理解此时负的 ϵ_x 是可以定义的.

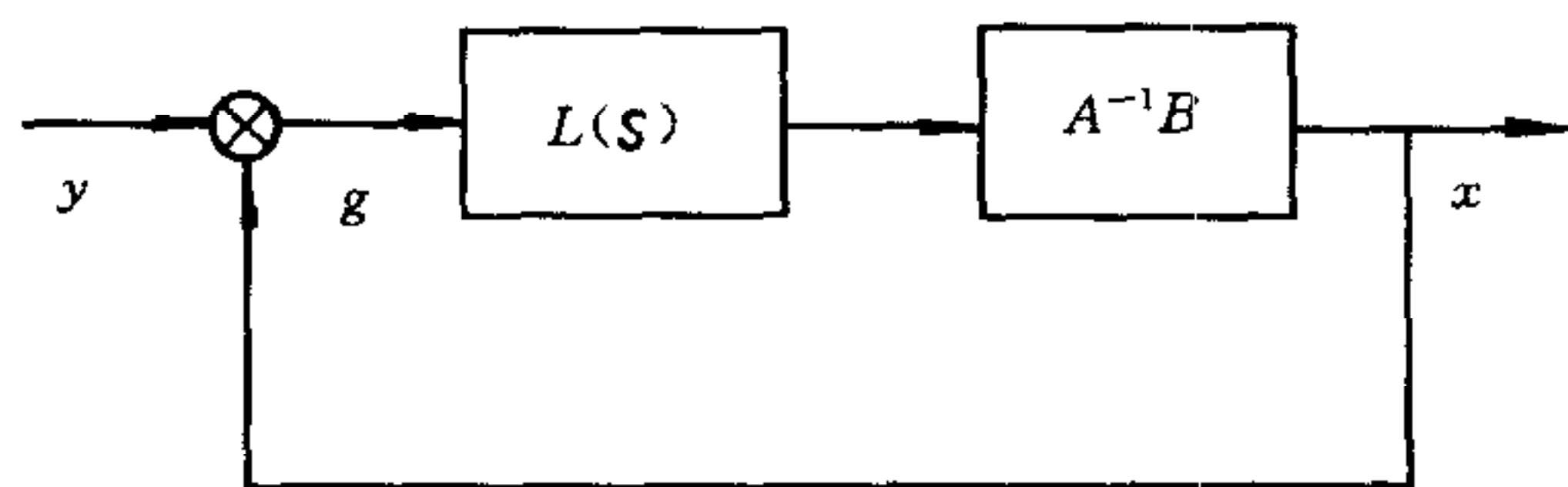


图5 不稳定系统的控制结构

5 仿真结果

对于非线性对象 $B(s, x)/A(s, x) = 1/(s^2 + (2 + 0.5 \sin x)s + 1 + e^{-0.2|x|})$,

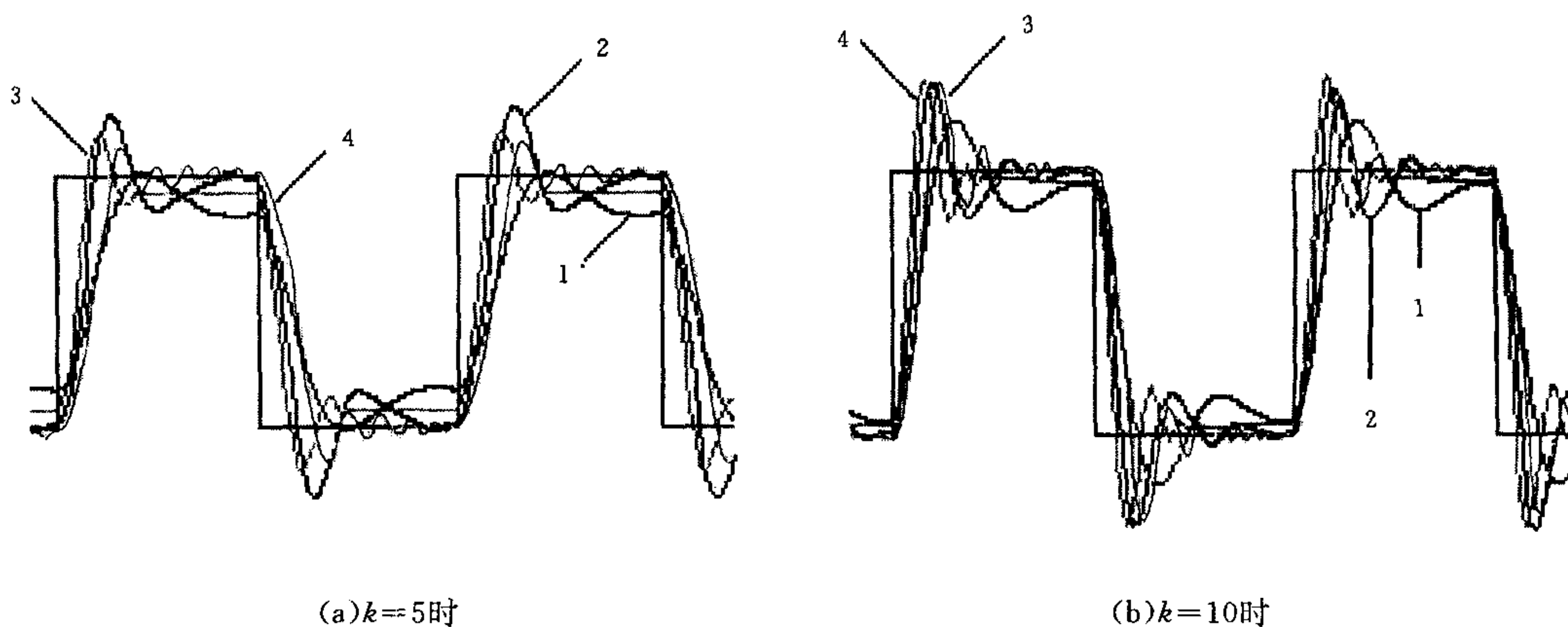


图6 仿真结果

取校正网络 $L(s)/D(s) = K(s^2 + 2.5s + 1)/(0.5s^2 + 1.5s + 1)$. 图6给出了上述各种校正下系统的响应曲线,图中曲线1,2,3,4分别为线性校正,利用 SFS、bang-bang 控制, SFS 和 bang-bang 控制相结合时系统的响应曲线. 从图6可以看出,加入 SFS 后系统响应较快且稳态误差小. 采用 bang-bang 控制后系统响应快,两者的控制效果都明显优于线性校正,若两者结合起来可以取得更好的控制效果.

6 结论

根据无源性分析,本文提出的非线性系统的鲁棒控制设计方案适用于相当宽的一类不确定系统,对系统的先验知识要求有限. 文中分别讨论了原系统是渐近稳定且逆稳定、逆不稳定、不稳定等情况. 可以看出设计中“符号跟随系统(SFS)”可起很大的作用. 本文提供的是设计方法,具体计算中将涉及非线性系统的无源性计算,虽然文献[7]讨论了这一问题,但一般的计算方法尚待确定.

附录 A

引理1的证明.

记 SISO 线性系统为

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad y = c^T x. \quad (\text{A1})$$

设 A 的特征值为 $-\lambda_i, \lambda_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n$, 则存在初等变换 $x = Tz$, 使上式变为

$$\dot{z} = T^{-1}ATz + T^{-1}bu = \Lambda z + b'u, \quad y = c^T Tz = c'^T z, \quad (\text{A2})$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 & \cdots & \cdots \\ 0 & -\lambda_2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -\lambda_n \end{bmatrix}.$$

取 Hamilton 函数

$$\varphi^T z = \varphi^T (\Lambda z + b'u) = \varphi^T \Lambda z + \varphi^T b'u, \quad u' = b'u,$$

其中 φ 为伴随状态 (adjoint state), 它满足

$$\dot{\varphi} = -\Lambda^T \varphi, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \varphi = e^{-\Lambda^T t} \varphi_0. \quad (\text{A3})$$

极大值原理要求

$$\varphi^T u'^* = \max_{u \in \Omega} \varphi^T u', \quad (\text{A4})$$

u'^* 表示 u 的最佳值, Ω 为可允许的集合. 上式表明 u'^* 应和 φ 同方向, 因此取

$$u'^* = P\varphi, \quad (\text{A5})$$

其中 P 应为对角线正定方阵. 因此

$$u'^* = Pe^{-\Lambda^T t} \varphi_0 = e^{-\Lambda^T t} \varphi'_0. \quad (\text{A6})$$

因 Λ 为对角线阵, 上式显然成立, $\varphi'_0 = \text{const.}$

计算此系统的无源度

$$\begin{aligned} \langle u | y \rangle_T &= \int_0^T u'^* T b^T c' z dt = b^T c' \langle u'^* | z \rangle_T = \\ &= b^T c' \int_0^T \varphi_0^T e^{-\Lambda t} \int_0^t e^{\Lambda(t-\tau)} e^{-\Lambda^T \tau} \varphi'_0 d\tau dt = \\ &= b^T c' \varphi_0^T \int_0^T \int_0^t e^{-(\Lambda + \Lambda^T)\tau} \varphi'_0 d\tau dt \geq \\ &= b^T c' \varphi_0^T \varphi'_0 \int_0^T \int_0^t e^{-2\lambda_{\max} \tau} d\tau dt > 0, \end{aligned}$$

式中 λ_{\max} 为最大值, 上式成立的理由是 Λ 为正定对角线阵, 因此上式显然定号, 同时根据时间最佳控制, y 应尽快跟上 u , 因此此定号为正, 即 $b^T c' \varphi^T \varphi > 0$. 事实上根据时间最短的 bang-bang 控制的具体计算也可证明 $b^T c' \varphi^T \varphi > 0$. 引理得证.

附录 B

引理2的证明.

根据文献[7]对于渐近稳定且有界的算子 A 存在低一阶的渐近稳定且有界的 B_1 , 使 $A^{-1}B_1$ 严格无源, B_1 并不唯一. 此时取 $L_1 = a_1 s + b_1$ 使 $A^{-1}B_1 L_1$ 严格无源, 且其无源度可以通过 a, b 任意调节, 从而 $L_1 A^{-1} B_1$ 也可能是严格无源且其无源度是可以选择的. 对 B_1 , 如上所述存在低一阶的渐近稳定且有界的 B_2 和 $L_2 = a_2 s + b_2$ 使 $B_1^{-1} B_2 L_2$ 严格无源, 且其无源度是可以选择的. 将 $L_1 A^{-1} B_1$ 与 $B_1^{-1} B_2 L_2$ 串联则得 $L_1 A^{-1} B_2 L_2$, 根据文献[5]可知两个严格无源系统的串联仍可能是严格无源的, 即存在线性算子 L_1, L_2 使 $L_2 L_1 A^{-1} B_2$ 也是严格无源的. 依次类推, 存在线性算子 L_1, L_2, \dots, L_n (n 为 A 的阶次) 使 $L_n L_{n-1} \cdots L_1 A^{-1}$ 是

严格无源的,且其无源度是可以选择的.取 $N(s) = L_n L_{n-1} \cdots L_1$,则 $N(s)A^{-1}$ 严格无源.类似上述讨论可知,对渐近稳定且有界的算子 B 存在线性算子 $M(s)$ 使 $B^{-1}M(s)$ 是严格无源的,且其无源度是可以任意选择的.同样根据文献[5]知 $NA^{-1}BM^{-1}$ 可以严格无源,因此对适当的 $p(s)$ 和 $q(s)$ 可使 $A^{-1}BLq/p$ 也是严格无源的.引理得证.

参 考 文 献

- 1 Sepulchre R, Jankovic M, Kokotovic P. Constructive Nonlinear Control. New York: Springer, 1997
- 2 Desoer C A, Vidyasagar M. Feedback Systems Input-Output Properties. New York: Academic Press, 1975
- 3 Ryan E P. Optimal Relay and Saturating Control System Synthesis. Peter Peregrinus Ltd. 1982
- 4 冯纯伯. 反馈系统的无源性分析及其应用. 自动化学报, 1985, 11(2): 111—117
- 5 冯纯伯, 费树岷. 非线性控制系统分析与设计(第2版). 北京: 电子工业出版社, 1990
- 6 冯纯伯, 徐魁. 运用逻辑切换改善反馈控制系统的动态特性. 信息与控制, 1992, 21(5): 257—260
- 7 冯纯伯. 应用无源性研究时变非线性系统的稳定性. 自动化学报, 1997, 23(6): 775—781
- 8 冯纯伯. 关于定常线性系统的正性和最优性. 南京工学院学报, 1984, 4: 99—101

冯纯伯 1928年生. 1950年浙江大学电机系毕业, 1953年哈尔滨工业大学研究生毕业, 1958年在前苏联列宁格勒大学获技术科学副博士学位, 1995年当选为中国科学院院士. 目前从事非线性控制系统的研究.

张侃健 1972年生. 1994年和1997年分别在南开大学、东南大学获学士和硕士学位. 现于东南大学自动化研究所攻读博士学位.

费树岷 1961年生. 1985年获安徽大学理学硕士学位, 1995年获北京航空航天大学工学博士学位, 1995年至1997年在东南大学自动化研究所从事博士后工作. 主要兴趣: 非线性控制系统设计与综合、鲁棒控制、自适应控制、时滞系统分析和综合等.