第25卷 第4期
1999年7月
自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA
Vol. 25, No. 4
Jul., 1999

研究简报

一种时滞连续系统零极点辨识算法

杨志远
(华北电力大学动能系 北京 100085)
宋春平
(清华大学热能工程系 北京 100084)
田 涛
(华北电力大学动能系 北京 100085)

关键词 连续系统，零极点，时滞，参数辨识，收敛性.

IDENTIFICATION OF CONTINUOUS SYSTEMS WITH POLES-ZEROS AND TIME DELAYS

YANG Zhiyuan
(*Department of Power Engineering, North China University of Electric Power, Beijing* 100085)
SONG Chunping
(*Department of Thermal Energy Engineering, Tsinghua University, Beijing* 100084)
TIAN Tao
(*Department of Power Engineering, North China University of Electric Power, Beijing* 100085)

Key words Continuous systems, identification of poles-zeros and delays, convergence.

1 前 言

在工程应用中，相当一部分工业过程可由带有实零极点及时滞的传递函数描述，一些典型的控制算法也是基于系统的实零极点进行设计的[1-3]. 虽然我们可通过对分子、分母多项式构成的传递函数进行因式分解间接求得过程的零极点，但在实时辨识中却很难做到求得的零极点均为实零极点. 本文针对时滞连续系统，提出了一种模型参考自适应递推辨识算法. 该算法可对包括增益、时滞和实零极点在内的连续系统模型参数进行在线辨识. 辨识算法采用误差积分形式的目标函数，并给出了实现积分约束的辨识算法的实现形式.

收稿日期 1997-12-02 收到修改稿日期 1999-03-04

2 辨识算法

考虑下列具有实零极点的时滞连续系统

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=K\cdot\frac{\prod_{i=1}^{r}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)}e^{-\tau s},\qquad (n>r) \tag{1}$$

式中 $Y(s)$,$R(s)$分别是被辨识过程输出 $y(t)$和输入 $r(t)$的拉氏变换,K 是过程模型增益,τ 为滞后时间,$z_i>0(i=1,2,\cdots,r)$和 $p_j>0(j=1,2,\cdots,n)$分别是过程模型的零点和极点.

取与(1)式相对应的参考模型为辨识模型,K_m,τ_m,$z_{mi}>0(i=1,2,\cdots,r)$和 $p_{mj}>0(j=1,2,\cdots,n)$分别为参考模型的增益、滞后时间和零极点,$y_m(t)$是参考模型的输出.

令 $\boldsymbol{\theta}=[z_1,z_2,\cdots,z_r,p_1,p_2,\cdots,p_n,K,\tau]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{\theta}_m(t)=[z_{ml}(t),\cdots\cdots,z_{mr}(t),p_{m1}(t)\cdots\cdots,p_{mn}(t),K_m(t),\tau_m(t)]^{\mathrm{T}}$ 分别为过程和模型参数矢量;$e(t)=y_m(t)-y(t)$及 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)=\boldsymbol{\theta}_m(t)-\boldsymbol{\theta}$ 分别是模型误差和参数偏差矢量. 显然,$e(t)$是模型参数 $\boldsymbol{\theta}_m(t)$的函数. 选择具有积分误差形式的目标函数

$$J=\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}e^2(\boldsymbol{\theta}_m,\beta)\mathrm{d}\beta \tag{2}$$

由最速下降法,使(2)式极小的参考模型参数调整律为

$$\boldsymbol{\theta}_m(t+\Delta t)=\boldsymbol{\theta}_m(t_0)-\boldsymbol{\lambda}(t)c(t)\int_{t_0}^{t}e(\beta)\boldsymbol{h}(\beta)\mathrm{d}\beta. \tag{3}$$

上式中 t_0是 $\boldsymbol{\theta}_m$ 上一次被调整时的时间(若 $\boldsymbol{\theta}_m$ 在每次计算时均被调整,则 $t_0=t$);Δt 为计算间隔时间;$\boldsymbol{\lambda}(t)=\mathrm{diag}[\lambda_1(t),\lambda_2(t),\cdots,\lambda_{r+n+2}(t)]$为权矩阵,且 $\lambda_i>0$;$c(t)$是自适应增益系数;

$$h(t)=\left[\frac{\partial y_m(t)}{\partial z_{m1}(t)},\cdots\cdots,\frac{\partial y_m(t)}{\partial z_{mr}(t)},\frac{\partial y_m(t)}{\partial p_{m1}(t)},\cdots\cdots,\frac{\partial y_m(t)}{\partial p_{mn}(t)},\frac{\partial y_m(t)}{\partial K_m(t)},\frac{\partial y_m(t)}{\partial \tau_m(t)}\right]^{\mathrm{T}}\Bigg|_{\theta_m(t)=\theta_m(t_0)}. \tag{4}$$

根据拉氏变换性质,有

$$\frac{\partial y_m(t)}{\partial z_{mi}(t)}\bigg|_{z_{mi}(t)=z_{mi}(t_0)}=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty}R(s)K_m\frac{\prod_{q=1}^{r}(s+z_{mq})}{(s+z_{mi})\prod_{p=1}^{n}(s+p_{mp})}e^{(t-\tau_m)s}\mathrm{d}s\Bigg|_{z_{mi}(t)=z_{mi}(t_0)}=$$

$$L^{-1}\left[\frac{1}{s+z_{mi}(t_0)}Y_m(s)\right],\qquad (i=1,2,\cdots,r) \tag{5}$$

同理可得 $\dfrac{\partial y_m(t)}{\partial p_{mj}(t)}\bigg|_{p_{mj}(t)=p_{mj}(t_0)}=-L^{-1}\left[\dfrac{1}{s+p_{mj}(t_0)}Y_m(s)\right],(j=1,2,\cdots,n)$,

$$\frac{\partial y_m(t)}{\partial K_m(t)}\bigg|_{K_m(t)=K_m(t_0)}=\frac{1}{K_m(t_0)}y_m(t),\quad \frac{\partial y_m(t)}{\partial \tau_m(t)}\bigg|_{\tau_m(t)=\tau_m(t_0)}=-y_m'(t_0).$$

很显然,$y_m(t)$对自适应参数 $z_i(t)(i=1,2,\cdots,r)$和 $p_j(t)(j=1,2,\cdots,n)$的敏感度函数

$\boldsymbol{h}(t)$，实质上是分别由滤波器$\frac{1}{s+z_{mi}(t_0)}$及$\frac{1}{s+p_{mj}(t_0)}$对参考模型的输出进行滤波而构成的. 由于 $z_{mi}(t_0)>0$ 及 $p_{mj}(t_0)>0$，并且滤波器仅为一阶惯性环节，因此可方便地构成敏感度函数.

设 T 是采样时间，且令 $\Delta t=T$，可得到辨识算法(3)的计算机实现的离散形式

$$\boldsymbol{\theta}(k+1)=\boldsymbol{\theta}(k_0)-c(k)\boldsymbol{\lambda}(k)\sum_{i=k_0}^{k}\boldsymbol{h}(i)e(i)T, \tag{6}$$

式中 k_0，k 和 $d_m(k)$分别是 t_0/T，t/T 及 $\tau_m(t)/T$ 的整数部分.

依据递推自适应辨识算法(3)或(6)，我们可计算得到任一时刻$(t+\Delta t>t_0)$的可调参数值，并将该值和该时刻作为下一次计算的初值. 然而，如果每次计算后都做这样的赋值，算法(3)或(6)中的积分将失去意义，因为此时积分或求和的上、下限为同一值.

在实际应用中，失去误差积分约束的模型参考自适应辨识算法很容易受到噪声干扰和建模误差的影响而产生错误信息. 例如，即使当 $\boldsymbol{\theta}_m(k)$与其真值 $\boldsymbol{\theta}$ 完全匹配时，由于噪声和非建模误差的影响，总有 $\boldsymbol{h}(k)e(k)\neq 0$，从而使辨识算法的鲁棒性降低，甚至无法使用. 这是采用非积分目标函数约束的自适应辨识算法普遍存在的问题.

为了切实体现误差积分作用，增强其鲁棒性，我们对算法(6)做如下规定：

设 $t_{0i}(i=1,2,\cdots,r+n+2)$为 θ_{mi}上一次被调整时的时间，$k_{0i}=\mathrm{int}(t_{0i}/T)$为与 t_{0i}对应的离散时间，则

$$\boldsymbol{\theta}_{mi}(k+1)=\boldsymbol{\theta}_{mi}(k_{0i})\ \text{且不置换}\ k_{0i},\left|\sum_{j=k_{0i}}^{k}h_i(j)e(j)T\right|\leqslant\xi_i\quad(i=1,2,\cdots,r+n+2), \tag{7}$$

式中 $\xi_i(i=1,2,\cdots,r+n+2)$为积分分量的门槛值，可根据实际情况设定.

由以上规定可知，在积分下限 k_{0i}到上限 k 的每一个采样点 j_i 上$(k_{0i}\leqslant j_i\leqslant k,i=1,2,\cdots,r+n+2)$，$\boldsymbol{\theta}_m(j)$保持不变，因此有

$$\theta_{mi}(k_{0i})=\theta_{mi}(k_{0i}+1)=\cdots\cdots=\theta_{mi}(k)\qquad(i=1,2,\cdots\cdots,r+n+2), \tag{8}$$

由此得到

$$\boldsymbol{\theta}_m(k+1)=\boldsymbol{\theta}_m(k)-c(k)\boldsymbol{\lambda}(k)\Big[\sum_{i=k_{01}}^{k}h_1(i)e(i)T,\ \sum_{i=k_{02}}^{k}h_2(i)e(i)T,\cdots\cdots,\sum_{i=k_{0n+r+2}}^{k}h_{r+n+2}(i)e(i)T\Big]^{\mathrm{T}}. \tag{9}$$

(7)和(9)式即为切实体现积分误差约束作用的递推辨识算法. 该算法注重跟踪过程参数变化的总体趋势，较少受随机噪声和建模误差的影响，增强了算法的鲁棒性.

3　收敛性分析

定理1. 对于被辨识系统(1)，若由(3)式及(7)～(9)式所描述的参数辨识算法满足

A1) 在 $\lambda_i(k)>0$中至少有一个 $\lambda_m(k)$使得

$$\frac{\lambda_m(k)-\lambda_m(k-1)}{\lambda_m(k)}\geqslant\frac{\lambda_i(k)-\lambda_i(k-1)}{\lambda_i(k)},(i=1,\cdots,r+n+2);$$

A2) $$0 < c(k) \leqslant \frac{2\sum\limits_{i=k_0}^{k} e^2(i)}{\sum\limits_{i=1}^{N} \lambda_i(k)\Big[\sum\limits_{j=k_{0i}}^{k} h_i(j)e(j)T\Big]^2}; \tag{10}$$

A3) $\tilde{\theta}(k)$与$\boldsymbol{h}(k)$不正交;则可调参数$\theta_m(k)$是一致渐近收敛的.

证明. 事实上,若选取$\lambda_i>0(i=1,\cdots,r+n+2)$分别为等值常数,条件A1即可满足.另外,当过程输入信号满足充分激励条件时,A3也即满足.因此,这里着重证明条件A2.

先利用台劳展式将$y(\theta,t)$在θ_m处展开,并注意到$y_m(t,\theta_m)=y(t,\theta_m)$,得

$$\boldsymbol{\theta}_m(t+\Delta t) \approx \boldsymbol{\theta}_m(t_0) - \boldsymbol{\lambda}(t)c(t)\int_{t_0}^{t} \boldsymbol{h}(t)\{y_m(t,\boldsymbol{\theta}_m) - y(t,\boldsymbol{\theta}_m) - \boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}_m(t)]\}\mathrm{d}t =$$

$$\boldsymbol{\theta}_m(t_0) - \boldsymbol{\lambda}(t)c(t)\int_{t_0}^{t} \boldsymbol{h}(t)\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\mathrm{d}t, \tag{11}$$

上式的离散形式为

$$\boldsymbol{\theta}_m(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k_0) - c(k)\boldsymbol{\lambda}(k)\sum_{i=k_0}^{k}[\boldsymbol{h}(i)\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(i)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(i)T]. \tag{12}$$

由(8)式易知,在求和区域$k_0\leqslant j\leqslant k$,$\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k_0)=\tilde{\boldsymbol{\theta}}(j)=\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k)$,(12)式可进一步表示为

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k+1) = \Big[I - c(k)\boldsymbol{\lambda}(k)\sum_{i=k_0}^{k}\boldsymbol{h}(i)\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(i)T\Big]\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k). \tag{13}$$

令 $$V[\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k),k]=\lambda_m(k)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(k)\lambda^{-1}(k)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k)=\lambda_m(k)\sum_{i=1}^{N}\frac{\tilde{\theta}_i^2(k)}{\lambda_i(k)},\quad (N=r+n+2), \tag{14}$$

$$\Delta V[\boldsymbol{\theta}(k),k]=V[\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k+1),k+1]-V[\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k),k],$$

$$\Delta V_m[\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k),k]=\frac{V[\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k+1),k+1]}{\lambda_m(k+1)}-\frac{V[\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k),k]}{\lambda_m(k)},$$

由式(13),(14)式得

$$\Delta V_m[\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k),k] = \Omega + \sum_{i=1}^{N}\Big[\frac{\lambda_i(k)-\lambda_i(k+1)}{\lambda_i(k)\lambda_i(k+1)}\tilde{\theta}_i^2(k+1)\Big], \tag{15}$$

式中

$$\Omega = \sum_{i=1}^{N}\frac{\tilde{\theta}_i^2(k+1)-\tilde{\theta}_i^2(k)}{\lambda_i(k)} = \sum_{i=1}^{N}\Big\{\lambda_i(k)c^2(k)\Big[\sum_{j=k_{0i}}^{k}h_i(j)e(j)T\Big]^2 -$$

$$2c(k)\Big[\sum_{j=k_{0i}}^{k}h_i(j)e(j)T\Big]\tilde{\theta}_i(k)\Big\}. \tag{16}$$

根据(11)式的推导可知

$$e(k) = y(k) - y_m(k) \approx \boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(k)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k)T = \sum_{i=1}^{N}h_i(k)\tilde{\theta}_i(k)T, \tag{17}$$

利用(8)和(17)式,并变换(16)式的求和次序,得

$$\Omega = c(k)\Big[\sum_{i=1}^{N}\lambda_i(k)c(k)\Big[\sum_{j=k_{0i}}^{k}h_i(j)e(j)T\Big]^2 - 2\sum_{j=k_0}^{k}e^2(j)\Big]. \tag{18}$$

利用条件A1不难证明,若$\Omega\leqslant 0$,必有$\Delta V[\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k),k]\leqslant 0$.因此,令$\Omega\leqslant 0$,并考虑到$c(k)>0$及条件A3,有$e^2(k)\neq 0$,此即证得条件A2成立.根据Lyapunov稳定性定理,参数偏差方

程(13)是一致渐近稳定的(注意到(13)式是自由运动方程),亦即 $\theta_m(k)$是一致渐近收敛的. 证毕.

参 考 文 献

1 Wang S S, Chen B S. Optimal model-matching control for time delay systems. *Int. J. Control*, 1988, **47**(3):883—894

2 Zguang M, Atherton D P. Automatic tuning of optimum PID controllers. IEE Proceedings-D, 1993, **140**(3): 216—224

3 历隽怿,裕席庚. 串联时滞工业系统的预测控制设计. 自动化学报,1995,**21**(2):129—136

杨志远　1955年生,1982年毕业于东北电力学院热工自动化专业,1987年于华北电力学院北京研究生部获硕士学位. 1995年在美国伦斯利尔理工学院作访问学者. 现为华北电力大学教授,博士生导师. 主要研究方向为系统辨识、自适应控制、智能控制理论在火电厂中的应用.

宋春平　1973年生,1993年毕业于华北电力学院热工自动化专业,1996年在华北电力大学北京研究生部获硕士学位,现为清华大学热能工程系博士研究生. 主要研究方向为系统辨识、神经网络控制、遗传算法的理论与应用和热工过程自动化.

(上接第563页)

5. 参考文献按文中出现的先后次序排列,文献如为期刊,按[编号],作者(姓在前如 Wiener. L. N. Kalman. R. E. and Wang, H. 等),文章题目,期刊名(外文可根据国际惯例使用缩写词),卷号(年份),期号,页码顺序编排。文献如为图书,则按[编号],作者(姓在前),书名,版次(初版不写),出版者,地点,年份,页码顺序排列。文中未引用的文献不得列入参考文献栏目。

6. 文末附英文文摘。文摘包括英文标题、作者姓名和工作单位、文章摘要、关键调整(和中文文摘一致)。论文文摘一般不超过250词,短文150词左右。

7. 来稿务必用16开20×20标准绿格稿纸誊写清楚。打印稿亦应按此规格每页打400字。外文摘要及外文参考文献请间行打字。

六、作者必须对稿件内容的真实性和可靠性负责。

七、本编辑部在收稿后一周内通知作者,并在稿件修订过程中与作者保持联系。如果作者在来稿中不作特殊说明,编辑部将只与第一作者联系。

八、已被本刊接受发表的稿件,按审查意见和"作者加工稿件须知"修改后一式两份寄编辑部。其中按论文类发表的稿件尚需附所有作者的近照(按护照规格)和120字的作者简介。

九、来稿刊登与否由编委会最后审定。编委会有权对来稿作适当文字删改或退请作者修改。来稿一经发表,按篇酌致稿费,并赠送30本抽印本。经审查后不拟刊登的文稿,一般情况在半年内退还。

十、来稿(一式两份)请寄北京市中关村中国科学院自动化研究所转《自动化学报》编辑部,邮政编码100080。