

短文

# 一类模糊非线性系统自适应输出反馈控制<sup>1)</sup>

佟绍成

(辽宁工学院基础部 锦州 121001)

**摘要** 针对一类未知非线性系统,利用模糊逻辑系统、 $H^\infty$ 控制和高增益观测器,提出了一种模糊自适应输出反馈控制方法.证明了所设计的输出反馈控制器可以获得状态反馈控制器的性能.仿真结果证明了所提出方法是有效的.

**关键词** 模糊控制,非线性系统,输出反馈,观测器.

## FUZZY ADAPTIVE OUTPUT TRACKING CONTROL OF NONLINEAR SYSTEMS

TONG Shaocheng

(Liaoning Institute of Technology, Jinzhou 121001)

**Abstract** In this paper, by using fuzzy logic systems,  $H^\infty$  control and high-gain observer, a stable adaptive fuzzy output tracking control scheme is developed for an unknown nonlinear system. It is proven that the proposed scheme can recover the tracking performance of the state feedback control.

**Key words** Fuzzy control, adaptive control, high-gain observer, nonlinear systems, output feedback.

### 1 引言

近年来,在模糊控制系统的稳定性方面发表了一些重要的成果<sup>[1-3]</sup>,但目前所提出的设计方法和稳定性分析中,均假设了系统的状态可观测,在实际中,许多系统的状态是部分可测或完全不可测,因此就限制了这些方法的应用范围.

本文针对一类单输入单输出非线性系统<sup>[1,2]</sup>,提出了一种模糊自适应输出反馈控制设计方法.设计中,通过引入高增益观测器来估计系统的状态,进而设计自适应输出反馈控制器.考虑到模糊系统逼近误差的存在,引入  $H^\infty$  补偿器来减小对输出误差的影响.证明

1) 国家自然科学基金项目资助.

了在一定条件下,输出反馈控制器能够恢复状态反馈控制器所取得的跟踪性能.

## 2 控制问题的描述

考虑文[1,2]中的非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u, \\ y &= x, \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $f, g$  为未知的连续函数,  $u \in R$  和  $y \in R$  分别为系统的输入和输出. 设  $\underline{x} = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$  是系统的状态, 并假设是不可测的.

对于给定的有界参考信号  $y_r$ , 假设  $y_r, y_r^{(1)}, \dots, y_r^{(n-1)}$  均有界可测, 定义跟踪误差为  $e = y_r - y$ .  $\underline{y} = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)}]$ ,  $\underline{e} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]$ .

**假设1.**  $\forall \underline{x} \in R^n, |g(\underline{x})| > 0$ .

控制任务: 利用系统的输入和输出, 设计模糊控器  $u = u(\underline{y} | \theta_f, \theta_g)$  及参数向量  $\theta_f, \theta_g$  的自适应律, 满足

- 1) 闭环系统中所涉及的所有变量一致有界.
- 2) 对于给定的减弱水平  $\rho > 0$ , 输出跟踪误差取得  $H^\infty$  性能指标<sup>[2]</sup>.

## 3 模糊自适应输出反馈控制的设计与稳定性分析

把(1)式表示为如下的状态方程

$$\dot{\underline{e}} = A_m \underline{e} + \underline{b} \{ K \underline{e} + f(\underline{e} + \underline{y}_r) + g(\underline{e} + \underline{y}_r)u - y_r^{(n)} \}, \quad (2)$$

其中  $A_m = A - \underline{b}K$ ,  $(A, \underline{b})$  可控标准型, 它们的具体形式为

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{n \times 1}.$$

选取矩阵  $K$  使得  $A_m = A - \underline{b}K$  为 Hurwitz 矩阵, 即它的特征值都位于左半平面.

由于  $f(\cdot)$  和  $g(\cdot)$  是未知的连续函数, 为此用文[1,2]中的模糊逻辑系统  $\hat{f}(\underline{e} + \underline{y}_r | \theta_f), \hat{g}(\underline{e} + \underline{y}_r | \theta_g)$  分别逼近  $f(\underline{e} + \underline{y}_r)$  和  $g(\underline{e} + \underline{y}_r)$ . 设

$$\hat{f}(\underline{e} + \underline{y}_r, | \theta_f) = \sum_{i=1}^N \theta_{fi} \xi_i(\underline{y}, \underline{z}) = \theta_f^T \phi(\underline{y}, \underline{z}) \hat{g}(\underline{e} + \underline{y}_r | \theta_g) = \sum_{i=1}^N \theta_{gi} \xi_i(\underline{y}, \underline{z}) = \theta_g^T \Phi(\underline{y}, \underline{z}),$$

代入(2)中得

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= A_m \underline{e} + \underline{b} \{ K \underline{e} + \hat{f}(\underline{e} + \underline{y}_r | \theta_f) + \hat{g}(\underline{e} + \underline{y}_r | \theta_g)u + (f - \hat{f}) + (g - \hat{g})u + y_r^{(n)} \} \\ &= A_m \underline{e} + \underline{b} \{ K \underline{e} + \theta_f^T \Phi(\underline{e} + \underline{y}_r) + \theta_g^T \Phi(\underline{e} + \underline{y}_r)u - y_r^{(n)} + w \}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $w = (f - \hat{f}) + (g - \hat{g})u$  为模糊系统的逼近误差.

在系统的状态可测的条件下,文[2]设计了如下的模糊自适应控制方案

$$u = \frac{1}{\theta_g^T \Phi(\cdot)} [-K e + y_r^{(n)} - \theta_f^T \Phi(\cdot)] + \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\theta_g^T \Phi(\cdot)} e^T P b, \quad (4)$$

$$\dot{\theta}_f = \eta_1 e^T P b \Phi(y, z), \quad (5)$$

$$\dot{\theta}_g = \eta_2 e^T P b \Phi(y, z) u, \quad (6)$$

式中  $\lambda > 0$  为设计参数,  $P = P^T > 0$ , 且满足下面的 Recciti 方程

$$P A_m + A_m^T P + Q - \frac{2}{\lambda} P b b^T P + \frac{2}{\rho^2} P b b^T - P = 0, \quad (7)$$

使得系统的跟踪误差达到事先给定的性能指标.

在文[2]的基础上,研究如何在系统状态不可测的情况下实现系统的输出反馈控制. 因此要对控制器中所涉及的变量进行估计,由于  $y_r$  是可以利用的,所以只需估计  $\underline{x}$ , 即估计  $\underline{e}$ . 设计如下高增益观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}_i = \hat{e}_{i+1} + \frac{\alpha_i}{\epsilon} (e_1 - \hat{e}_1) & 1 \leq i \leq n-1, \\ \dot{\hat{e}}_n = \frac{\alpha_n}{\epsilon} (e_1 - \hat{e}_1), \end{cases} \quad (8)$$

其中  $\epsilon$  是要设计的比较小的正参数,选择  $\alpha_i > 0$  使得如下的多项式

$$s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n = 0 \quad (9)$$

的所有根在左半平面内. 取模糊系统中参数向量的可行域为

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \{\theta_f \mid \|\theta_f\|^2 \leq M_f\} & \Omega_{\delta_1} &= \{\theta_f \mid \|\theta_f\|^2 \leq M_f + \delta_1\}, \\ \Omega_2 &= \{\theta_g \mid \|\theta_g\|^2 \leq M_g\} & \Omega_{\delta_2} &= \{\theta_g \mid \|\theta_g\|^2 \leq M_g + \delta_2\}, \end{aligned}$$

其中  $\theta_f^* \in \Omega_1, \theta_g^* \in \Omega_2$ .

定义

$$\psi_1 = e^T P b \Phi(\cdot), \quad \psi_2 = e^T P b \Phi(\cdot) v. \quad (10)$$

由于高增益观测器的引入,闭环系统将出现冲击现象,为了避免这种现象,我们在感兴趣的范围内对控制器  $v$  及向量  $\psi_i$  进行饱和处理. 具体作法如下:假定所有的初始值有界,且  $\theta_f(0) \in \Omega_1, \theta_g(0) \in \Omega_2, e(0) \in E_0$ , 其中  $E_0$  为  $R$  的紧集.

定义

$$c_1 = \max_{e \in E_0} (e^T P e), \quad c_2 = \frac{1}{2\eta_1} \max_{\theta_f^* \in \Omega_f, \theta_f \in \Omega_{\delta_1}} (\tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f),$$

$$c_3 = \frac{1}{2\eta_2} \max_{\theta_g^* \in \Omega_g, \theta_g \in \Omega_{\delta_2}} (\tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g),$$

令  $c_4 > c_1 + c_2 + c_3$ , 则对于  $t \geq 0$ , 设  $e(0) \in E = \{e \mid e^T P e \leq c_4\}$ , 且  $e(t) \in E$ . 由于  $u$  及  $\psi_i$  是紧集  $E \times \Omega_{\delta_1} \times \Omega_{\delta_2}$  上的连续函数, 则它们的最大值存在, 记为

$$S = \max |v(e, y_r, \theta_f, \theta_g)|, \quad S_i = \max |\psi_i(e, \theta_f, \theta_g)|_{(i=1,2)}.$$

定义饱和函数

$$u^s(e, y_r, \theta_f, \theta_g) = S \text{sat}(u/S), \quad \psi_i^s(e, y_r) = S_i \text{sat}(\psi_i/S_i),$$

其中  $\text{sat}(\cdot)$  为饱和函数. 把(8)式写成如下的奇异摄动模型



$$\begin{cases} \varepsilon \dot{q}_i = q_{i+1} + \alpha_i(e_1 - q_1), 1 \leq i \leq n-1, \\ \varepsilon \dot{q}_n = \alpha_n(e_1 - q_1), \end{cases} \quad (11)$$

其中  $\dot{e}_i = \frac{q_i}{\varepsilon^{i-1}}, (1 \leq i \leq n)$ .

从上式可知,当  $\underline{e}$  及初始条件是  $\varepsilon$  的有界函数时,(11)可有效地避免峰值现象的发生.

基于观测器的输出反馈控制策略为

$$u = u^s(\underline{\hat{e}}, \underline{y}_r, \theta_f, \theta_g), \quad (12)$$

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} \eta_1 \psi^s(\underline{\hat{e}}, \underline{y}_r) \text{ if } (\theta_f \in \Omega_1) \text{ or } (\theta_f \notin \Omega_1 \text{ and } \psi^s(\underline{\hat{e}}, \underline{y}) \theta_f^T \leq 0), \\ P_{r1}[\cdot] \text{ otherwise,} \end{cases} \quad (13)$$

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases} \eta_2 \psi^s(\underline{\hat{e}}, \underline{y}) u^s(\underline{\hat{e}}, \underline{y}, \theta_f, \theta_g) \text{ if } (\theta_g \in \Omega_2) \text{ or } (\theta_g \notin \Omega_2 \text{ and } \underline{e}^T P b \psi^s(\underline{e}, \underline{y}) u^s \leq 0), \\ P_{r2}[\cdot] \text{ otherwise.} \end{cases} \quad (14)$$

其中  $P_{r1}$  为文[4]中的投影算子. 引进投影算子的目的是使得参数保持在给定的区域  $\theta_f \in \Omega_{\delta_1}, \theta_g \in \Omega_{\delta_2}$  内. 定义广义观测误差为

$$\xi_i = \frac{e_i - \hat{e}_i}{\varepsilon^{i-1}} \quad (1 \leq i \leq n), \quad (15)$$

令  $\xi = [\xi_1, \dots, \xi_n]^T$ , 则闭环系统(5)可表示为如下的奇异摄动模型

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= A_m \underline{e} + b \{ K \underline{e} + \theta_f^T \Phi(\underline{e} + \underline{y}_r) + \\ &\quad \theta_g^T \Phi(\underline{e} + \underline{y}_r) u^s(\underline{e} - D(\varepsilon) \xi, \underline{y}_r, \theta_f, \theta_g) - y_r^{(n)} + w, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{\xi} &= (A - HC) \xi + \varepsilon b \{ \theta_f^T \Phi(\underline{e} + \underline{y}_r) + \\ &\quad \theta_g^T \Phi(\underline{e} + \underline{y}_r) u^s(\underline{e} - D(\varepsilon) \xi, \underline{y}_r, \theta_f, \theta_g) - y_r^{(n)} + w \}. \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $H = [\alpha_1, \dots, \alpha_n]^T$ , 矩阵  $A - HC$  的特征方程为式(9), 因此是 Hurwitz 矩阵,  $D(\varepsilon)$  是对角阵, 对角线上第  $i$  个元素为  $\varepsilon^{n-i}$ .

由上式可以看出, 闭环系统(16)的降阶方程恰好是状态反馈控制情况下的闭环系统(4). 另外, 由式(17)可知,  $\xi$  的变化依赖于  $\varepsilon$ , 当  $\varepsilon \rightarrow 0$  时, 将出现冲击现象, 而由于  $\xi$  是通过饱和函数作用进入慢变方程(16)中, 所以慢变量  $\underline{e}, \theta_f, \theta_g$  不会出现类似的冲击现象. 下面定理给出了输出反馈控制器的性质.

**定理1.** 考虑(1)的控制对象, 满足假设1的条件, 取初始值  $\theta_f(0) \in \Omega_1, \theta_g(0) \in \Omega_2, \underline{e}(0) \in E_0$ , 采用输出反馈控制策略(12)–(14), 则存在  $\varepsilon^* > 0$ , 当  $\varepsilon \in (0, \varepsilon^*]$  时, 有如下性质:

- 1)  $\theta_f \in \Omega_{\delta_1}, \theta_g \in \Omega_{\delta_2}, x, v \in L_\infty$ .
- 2) 对于给定的干扰消弱水平  $\rho$ , 输出跟踪误差能恢复  $H^\infty$  跟踪性能指标[2].

证明. 下面分三步给出定理的证明.

1) 证明快变量  $\xi$  在有限的时间内衰减到  $O(\varepsilon)$  的水平, 而慢变量仍保持在感兴趣的集合内. 等价于证明下面的命题.

设  $\bar{b}_1$  是一个正常数, 取  $b_1$  满足  $0 < \bar{b}_1 < b_1 < c_4$ , 取初始值为

$$(\underline{e}(0), \theta_f(0), \theta_g(0)) \in A = E\{\underline{e}(t) | \underline{e}^T P \underline{e} \leq \bar{b}_1\} \times \Omega_{\delta_1} \times \Omega_{\delta_2}.$$

记  $T_2$  表示  $(\underline{e}(t), \underline{\theta}_f(t), \underline{\theta}_g(t))$  首次离开集合  $A$  的时间, 则  $T_2 > 0$ , 对于充分小的  $\epsilon > 0$ , 存在有限时间  $T_1$ , 使得对于任意  $t \in [T_1, T_2)$  时,  $\|\underline{\xi}\| \leq K\epsilon$ .

考虑 Lyapunov 函数  $V = \underline{e}^T P \underline{e}$ , 对  $V$  求微分, 并结合式(16)得

$$\dot{V} = -\underline{e}^T Q \underline{e} + 2\underline{e}^T P b [K\underline{e} - y_r^{(n)} + \underline{\theta}_f^T \Phi(\cdot) + \underline{\theta}_g^T \Phi(\cdot) + w]. \quad (18)$$

由于  $u^s, \underline{\theta}_f^T \Phi(\cdot), \underline{\theta}_g^T \Phi(\cdot) u^s, w$  都是有界函数, 不妨设

$$\|K\underline{e} - y_r^{(n)} + \underline{\theta}_f^T \Phi(\cdot) + \underline{\theta}_g^T \Phi(\cdot) u^s + w\| \leq K_1, \quad (19)$$

所以

$$\dot{V} \leq -\underline{e}^T Q \underline{e} + 2K_1 \|Pb\| \|\underline{e}\| \leq -2\gamma_1 V + 2\beta_1 \sqrt{V}, \quad (20)$$

其中  $\gamma_1 = \frac{1}{2\lambda_{\max}(P)}$ ,  $\beta_1 = K_1 \|Pb\| / \sqrt{\lambda_{\min}(P)}$ . 由式(20)进一步可得

$$\sqrt{V(t)} \leq \sqrt{V(0)} e^{-\gamma_1 t} + \frac{\beta_1}{\gamma_1} (1 - e^{-\gamma_1 t}).$$

由于  $V(0) \leq \bar{b}_1 < b_1$ , 所以存在  $T_2 > 0$ , 使得对于任意  $t \in [0, T_2)$ , 有  $V(t) < b_1$ .

下面进一步研究快变量  $\underline{\xi}$  在区间  $[0, T_2)$  内的变化情况, 取 Lyapunov 函数为  $W = \underline{\xi}^T \bar{P} \underline{\xi}$ , 其中  $\bar{P}$  满足下面方程

$$\bar{P}(A_m - HC) + (A_m - HC)^T \bar{P} = -I.$$

当  $t \in [0, T_2)$  时, 设

$$\|K\underline{e} - y_r^{(n)} + \underline{\theta}_f^T \Phi(\cdot) + \underline{\theta}_g^T \Phi(\cdot) u^s + w\| \leq K_2,$$

那么当  $t \in [0, T_2)$ , 对于任意的  $(\underline{e}, \underline{\theta}_f, \underline{\theta}_g) \in A$  及  $W > \epsilon^2 \beta_2$  时

$$\dot{W} \leq -\frac{1}{\epsilon \lambda_{\max}(\bar{P})} W + \frac{2\|\bar{P}b\|K_2}{\sqrt{\lambda_{\min}(\bar{P})}} \sqrt{W} \leq -\frac{\gamma_2}{\epsilon} W, \quad (21)$$

其中  $\beta_2 = 16\|\bar{P}b\|^2 K_2^2 \lambda_{\max}^2(\bar{P}) / \lambda_{\min}(\bar{P})$ ,  $\gamma_2 = \frac{1}{2\lambda_{\max}(\bar{P})}$ .

所以只要  $(\underline{e}, \underline{\theta}_f, \underline{\theta}_g) \in A$ , 就有

$$W(t) \leq W(0) e^{-\gamma_2 t / \epsilon} \leq (K_3 / \epsilon^{2\gamma_2 - 2}) \cdot e^{-\gamma_2 t / \epsilon}. \quad (22)$$

设  $T_1(\epsilon) = \epsilon / \gamma_2 \ln(K_4 / \beta_2 \epsilon^{2\gamma_2})$ ,  $\epsilon \in (0, \epsilon^*)$ ,  $\epsilon^*$  是充分小的正数, 所以存在不依赖于  $\epsilon$  的正数

$T_1$ , 对于  $0 < \epsilon < \epsilon^*$  时, 有  $T_1 \leq \frac{1}{2} T_2$ . 因此在区间  $[T_1, T_2)$  内, 有  $W \leq \epsilon^2 \beta_2$ , 进而可得  $\|\underline{\xi}\| \leq K\epsilon$ , 即  $\underline{\xi}$  是关于  $\epsilon$  的高阶无穷小.

2) 证明当  $\epsilon$  充分小时,  $(\underline{e}, \underline{\theta}_f, \underline{\theta}_g) \in A$ .

选取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{2\eta_1} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\eta_2} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g, \quad (23)$$

对  $V$  求微分, 结合式(16)得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \frac{1}{2} \rho^2 w^2 + K\epsilon \leq \\ &-\frac{c_0}{2} \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{2} \rho^2 w^2 + K\epsilon = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{c_0}{2}V + \frac{c_0}{2\eta_1}\tilde{\theta}_f^T\theta_f + \frac{c_0}{2\eta_2}\tilde{\theta}_g^T\theta_g + \frac{1}{2}\rho^2\omega^2 + K\epsilon \leq \\
& -\frac{c_0}{2}V + c_0c_1 + c_0c_2 + \frac{1}{2}\rho^2|\bar{w}|^2 + K\epsilon.
\end{aligned} \tag{24}$$

由上式可知,当  $V > c_1 + c_2 + (\rho^2|\bar{w}|^2 + 2K\epsilon)/c_0$  时,有  $\dot{V} < 0$ ,因此取  $\epsilon$  足够小,那么集合  $[V < c_4] \times \Omega_{\delta_1} \times \Omega_{\delta_2}$  为正的不变集,对于任意时间  $t$ ,当  $\underline{e} \in E$  时,有  $(\underline{e}, \theta_f, \theta_g) \in A = E \times \Omega_{\delta_1} \times \Omega_{\delta_2}$ ,因此  $T_2 = \infty$ ,即  $(\underline{e}, \theta_f, \theta_g)$  一直不离开集合  $A = E \times \Omega_{\delta_1} \times \Omega_{\delta_2}$ . 即定理2中的结论1成立.

3)证明当  $\epsilon \rightarrow 0$  时,输出反馈控制可恢复状态反馈性能<sup>[2]</sup>.

由以上证明可知

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\underline{e}^T Q \underline{e} + \frac{1}{2}\rho^2\omega^2 + K\epsilon, \tag{25}$$

对式(25)从  $t=0$  到  $t=T$  积分得

$$V(T) - V(0) \leq -\frac{1}{2}\int_0^T \underline{e}^T Q \underline{e} dt \leq +\frac{1}{2}\rho^2\int_0^T \omega^2 dt + TK\epsilon. \tag{26}$$

由于  $V(T) \geq 0$ ,所以根据(26)得

$$\frac{1}{2}\int_0^T \underline{e}^T Q \underline{e} dt \leq V(0) + \frac{1}{2}\rho^2\int_0^T \omega^2 dt + TK\epsilon, \tag{27}$$

即当  $\epsilon \rightarrow 0$  时,输出反馈控制恢复状态反馈性能指标,因此  $H^\infty$  跟踪性能达到.

## 4 仿真研究

例.将模糊自适应输出反馈控制用于如下的倒摆系统中<sup>[1,2]</sup>.

设  $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, y = x_1$ ,则倒摆系统可描述为如下的输入输出模型

$$\ddot{y} = \frac{g \sin y - \frac{m l \dot{y}^2 \cos y \sin y}{m_c + m}}{l(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 y}{m_c + m})} + \frac{\frac{\cos y}{m_c + m}}{l(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 y}{m_c + m})} u, \tag{28}$$

系统中有关参数的选取与文[2]中的相同,参考信号选为  $y_r = \frac{\pi}{30} \sin t$ .选择的模糊隶属函数与文[2]相同.

设计如下的高增益观测器  $\hat{e}_1 = q_1, \hat{e}_2 = q_2/\epsilon$ .其中  $q_1, q_2$  满足如下动态方程

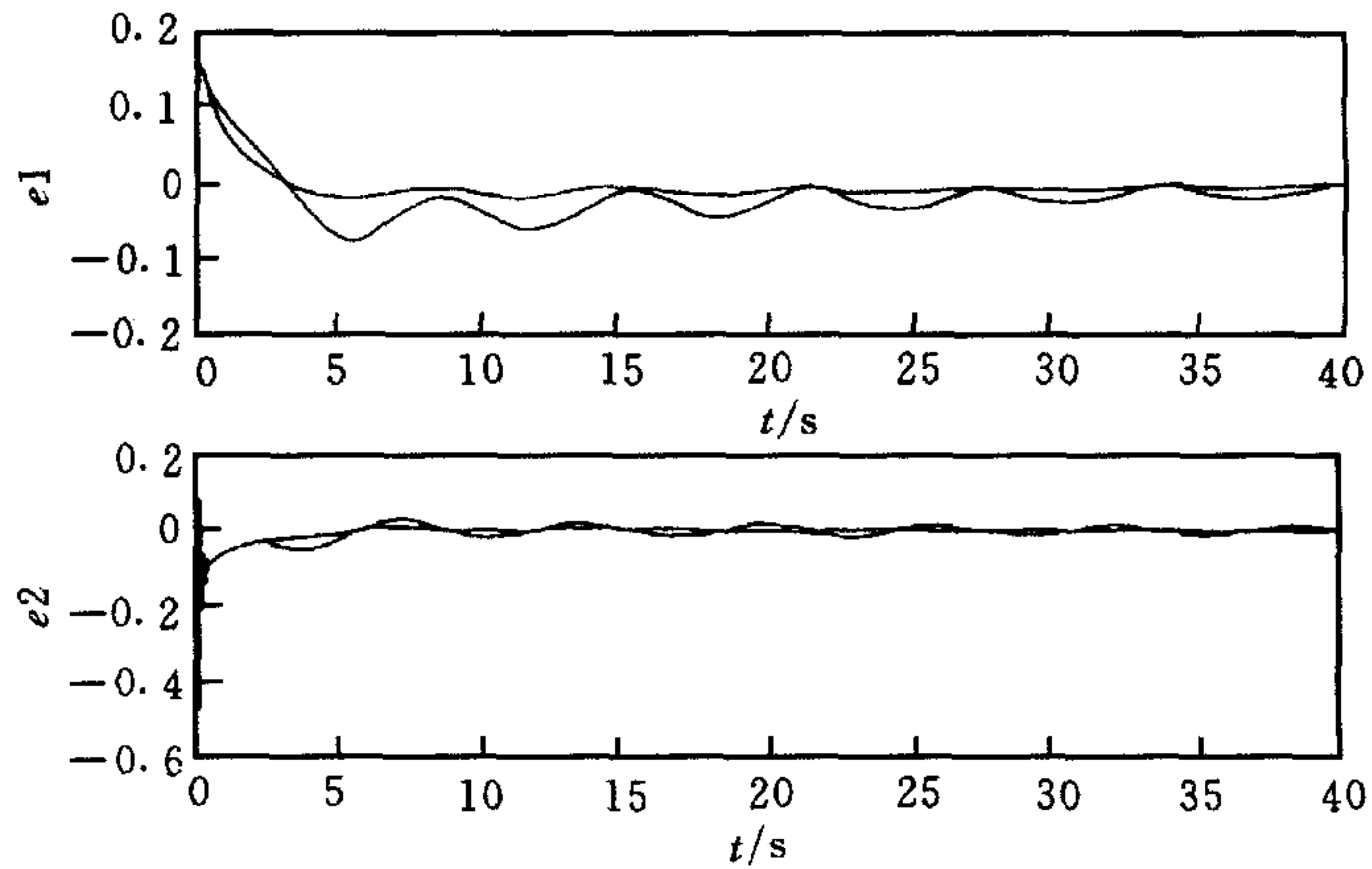
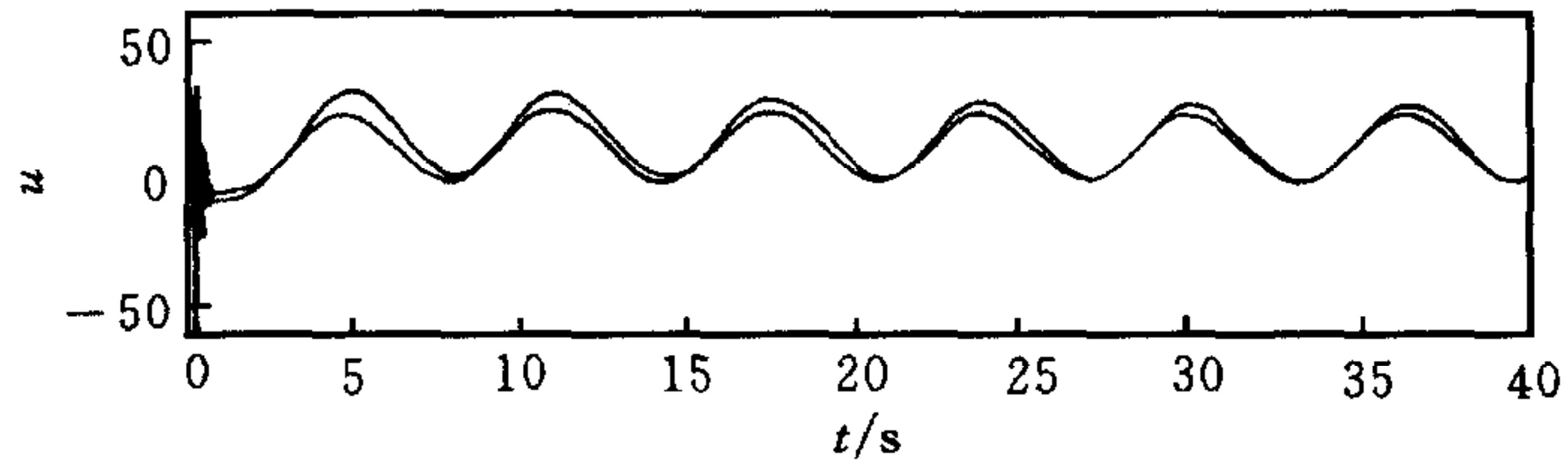
$$\epsilon \dot{q}_1 = q_2 + 2(e_1 - q_1), \epsilon \dot{q}_2 = e_1 - q_1.$$

选取  $\epsilon = 0.01$ ,选取  $S = 60, S_1 = 50, S_2 = 75$ .选取初始值:  $\theta_f(0) = 0, \theta_g(0) = 2I, y(0) = 0.2, \dot{y}(0) = 0.1, q_1(0) = 0.1, q_2(0) = 0.2$ .其它参数为:  $\eta_1 = 0.1, \eta_2 = 0.01, M_f = M_g = 15, \delta_1 = \delta_2 = 0.5, k_1 = 2, k_2 = 1$ .给定  $Q = \text{diag}[10, 10], \rho = 0.1, 0.2, 0.5, r = 0.001, 0.002, 0.004$ ,解 Riccati(15)方程得

$$P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

控制误差如图1所示,控制量如图2所示.



图1 系统的跟踪误差  $e_1, e_2$  曲线图2 系统控制  $u^s$  的曲线

## 参 考 文 献

- 1 Wang Li-xin. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear Systems. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1993, 1: 146—155
- 2 Chen B S, lee C H, Chang Y C. Tracking design of uncertain nonlinear SISO systems; Adaptive fuzzy control approach. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1996, 4: 32—43
- 3 Tong Shaocheng, Chai Tianyou. Stable direct adaptive control for a class of nonlinear systems. *The Journal of Fuzzy Mathematics*, 1998, 6: 609—619
- 4 Khail, H. K. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1996, 2: 177—188

佟绍成 简介见本刊1999年25卷第3期.