第25卷 第4期
1999年7月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 25, No. 4
Jul., 1999

短文

非线性随机时滞系统族的鲁棒稳定性[1)]

沈 轶 廖晓昕
（华中理工大学控制科学与工程系 武汉 430074）

摘 要 研究了不确定性的一族非线性随机时滞系统的指数稳定性，建立了这种系统的均方指数稳定和几乎必然指数稳定的时滞相关的充分准则；然后应用这些充分条件到一类不确定性的随机时滞神经网络，得到了这种神经网络指数稳定的实用判据. 最后一个数值例子说明所给准则的有效性.

关键词 非线性随机时滞系统，指数稳定性，随机时滞神经网络.

ROBUST STABILITY OF A FAMILY OF NONLINEAR STOCHASTIC DELAY SYSTEMS

SHEN Yi LIAO Xiaoxin
(*Dept. of Auto. Control, Huazhong Univ. of Sci. & Tech.*, *Wuhan* 430074)

Abstract In this paper we investigate exponential stability of a family of nonlinear stochastic delay systems with uncertainties. For such systems, we establish sufficient criteria for the exponential stability in mean square and the almost sure exponential stability. These criteria are dependent of delay. Furthermore, we apply these sufficient condtions to a class of stochastic delay neural networks with uncertainties and obtain practical criteria to test exponential stability of these stochastic delay neural networks. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the obtained criteria.

Key words Nonlinear stochastic delay system, exponential stability, stochastic delay neural network.

1 引言

考虑非线性随机时滞系统

$$dx(t) = [g(t, x(t)) + h(t-\tau, x(t-\tau))]dt + f(t, x(t), x(t-\tau))d\omega(t). \tag{1}$$

1）国家自然科学基金资助（69674008和69874016），及高等学校博士学科点专项基金资助（97048722）.
收稿日期 1998-01-19 收到修改稿日期 1998-11-27

这里 $g,h\in C^1[R^+\times R^n,R^n]$, $f:R^+\times R^n\times R^n\to R^{n\times m}$是局部 Lipschitz 连续的,且满足线性增长条件[1],$\tau>0$表示时滞,$f(t,x(t),x(t-\tau))\mathrm{d}\omega(t)$表示随机扰动,$\omega$ 是定义在完备的概率空间$(\Omega,\mathscr{F},P)$上具有自然流$\{\mathscr{F}_t\}_{t\geqslant 0}$的 m 维 Brown 运动. 系统(1)的一种重要的特殊情形是随机时滞神经网络

$$\mathrm{d}x(t)=[-Ax(t)+B\sigma(x(t-\tau))]\mathrm{d}t+f(t,x(t),x(t-\tau))\mathrm{d}\omega(t). \tag{2}$$

其中 $A=\mathrm{diag}(a_1,\cdots,a_n)$, $a_i>0$, $1\leqslant i\leqslant n$; $B=(b_{ij})_{n\times n}\in R^{n\times n}$, $\sigma(x)=(\sigma_1(x_1),\cdots,\sigma_n(x_n))^{\mathrm{T}}$, 且$\forall$ $1\leqslant i\leqslant n$: $\sigma_i(0)=0$, $\sigma_i(x_i)$单调不减; f 的意义与系统(1)中 f 相同. 最近文献[2—4]已对系统(2)这种随机时滞神经网络的稳定性进行了研究. 系统(1)的另一种重要的特殊形式是线性时滞系统

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bx(t-\tau). \tag{3}$$

这里 A,B 为常数矩阵. 近年来人们对系统(3)的稳定性已进行了广泛而深入的研究[5]. 本文的目的是研究一般的非线性随机时滞系统(1)的稳定性,为此设$\forall$ $t\in R^+$:

$$g(t,0)=0,\ h(t,0)=0,\ f(t,0,0)=0, \tag{4}$$

即 $x=0$为系统(1)的平衡点,此时系统(1)能等价地表示为

$$\mathrm{d}x(t)=[A(t,x(t))x(t)+B(t-\tau,x(t-\tau))x(t-\tau)]\mathrm{d}t+f(t,x(t),x(t-\tau))\mathrm{d}\omega(t). \tag{5}$$

上式中 $A(t,x(t))=[a_{ij}(t,x(t))]_{n\times n}$, $B(t,x(t))=[b_{ij}(t,x(t))]_{n\times n}$, 且 $a_{ij}(t,x),b_{ij}(t,x)\in C[R^+\times R^n,R^n]$, $1\leqslant i,j\leqslant n$. 注意这里 A,B 的选择不是唯一的,例如 A,B 的一种选择是:

$$A(t,x)=[(\int_0^1\nabla_x g_1(t,sx)\mathrm{d}s)^{\mathrm{T}},\cdots,(\int_0^1\nabla_x g_n(t,sx)\mathrm{d}s)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$B(t,x)=[(\int_0^1\nabla_x h_1(t,sx)\mathrm{d}s)^{\mathrm{T}},\cdots,(\int_0^1\nabla_x h_n(t,sx)\mathrm{d}s)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

其中 $h(t,x)=(h_1(t,x),\cdots,h_n(t,x))^{\mathrm{T}}$, $g(t,x)=(g_1(t,x),\cdots,g_n(t,x)^{\mathrm{T}}$, $\nabla_x g_i(t,x)=[\frac{\partial}{\partial x_1}g_i(t,x),\cdots,\frac{\partial}{\partial x_n}g_i(t,x)]^{\mathrm{T}}$, $\nabla_x h_i(t,x)$仿此.

由于建模时参数的不精确及测量误差等因素的影响,系统(5)中的 A,B 往往具有不确定性,本文设系统(5)中不确定性与随机扰动满足条件(H):

$$\text{(H)}\quad \forall\ (t,x)\in R^+\times R^n,\ (t,x,y)\in R^+\times R^n\times R^n:$$

$$a_{ij}^m\leqslant a_{ij}(t,x)\leqslant a_{ij}^M,\ b_{ij}^m\leqslant b_{ij}(t,x)\leqslant b_{ij}^M, \tag{6}$$

$$\mathrm{trace} f^{\mathrm{T}}(t,x,y)f(t,x,y)\leqslant \alpha_1\|x\|^2+\alpha_2\|y\|^2. \tag{7}$$

这里,$a_{ij}^m,a_{ij}^M,b_{ij}^m,b_{ij}^M(1\leqslant i,j\leqslant n)$为常数,$\alpha_1$与 α_2为非负常数,值得注意的是满足条件(H)的 $A(t,x)$与 $B(t,x)$可以是非线性函数.

本文设系统(5)有初始条件 $x(s)=\xi(s)$, $-\tau\leqslant s\leqslant 0$, $\xi\in L^2_{\mathscr{F}_0}([-\tau,0];R^n)$,而 $L^2_{\mathscr{F}_0}([-\tau,0];R^n)$是 R^n 值的随机过程 $\xi(s)$, $-\tau\leqslant s\leqslant 0$,并使 $\xi(s)$, $-\tau\leqslant s\leqslant 0$是 $\mathscr{F}_0$可测, $\int_{-\tau}^0 E\|\xi(s)\|^2\mathrm{d}s<\infty$($E$ 示期望),由文献[1]知,对任意满足条件(H)的 $A(t,x)$, $B(t,x)$与 $f(t,x,y)$, 系统(5)有唯一解,记为 $x(t;\xi)$, 简记为 $x(t)$, 且$\forall$ $t>0$, $x(t)$满足 $\int_0^t E\|x(s)\|^2\mathrm{d}s<\infty$. 本文的目的是研究对任意满足条件(H)的 $A(t,x)$, $B(t,x)$与 $f(t,x,$

y),系统(5)的均方指数稳定性与几乎必然指数稳定性[1],建立了不确定性随机时滞系统(5)指数稳定的时滞相关的充分条件,并给出了所得结果在随机时滞神经网络中的应用.本文的结果涵盖并推广了现有文献[5—7]中许多已知的结果,关于不确定性随机时滞神经网络的稳定性的讨论在文献中还未见到.

2　主要结果

在叙述主要结果之前,首先介绍本文所需的记号,并给出两个重要的引理.令 I_1,I_2是$\{1,2,\cdots,n\}$的两子集,$\bar{I}_1,\bar{I}_2$为其补集,定义 $A_{I_1I_2}=[a_{ij}^{I_1I_2}]_{n\times n}$,其中

$$a_{ij}^{I_1I_2}=\begin{cases}a_{ij}^M, & (i,j)\in(I_1\times I_2)\cup(\bar{I}_1\times\bar{I}_2)\triangleq I_1I_2,\\ a_{ij}^m, & (i,j)\in(\bar{I}_1\times I_2)\cup(I_1\times\bar{I}_2)\triangleq\overline{I_1I_2},\end{cases}\tag{8}$$

$B_{I_1I_2}=[b_{ij}^{I_1I_2}]_{n\times n}$的定义类似于式(8).对矩阵 G,$\|G\|\triangleq\sqrt{\lambda_{\max}(G^TG)}$,$\lambda_{\max}(G)$记 G 的最大特征值,$\lambda_{\min}(G)$记 G 的最小特征值,并约定:

$$l(A)=\max\{\|A_{I_1I_2}\|:I_1,I_2\text{ 是}\{1,\cdots,n\}\text{ 的两独立子集}\},\tag{9}$$

$$l(B)=\max\{\|B_{I_1I_2}\|:I_1,I_2\text{ 是}\{1,\cdots,n\}\text{ 的两独立子集}\},\tag{10}$$

$$l(GB)=\max\{\|GB_{I_1I_2}\|:I_1,I_2\text{ 是}\{1,\cdots,n\}\text{ 的两独立子集}\},\tag{11}$$

$$\lambda=\max\{\lambda_{\max}[A_{I_1I_2}+B_{I_1I_2})^TG+G(A_{I_1I_2}+B_{I_1I_2})]:I_1,I_2\text{ 是}\{1,\cdots,n\}\text{ 的两独立子集}\}.\tag{12}$$

引理1. 对满足式(6)的 $A=(a_{ij}(t,x))_{n\times n}$及任意 $y,z\in R^n$,必存在$\{1,\cdots,n\}$的子集 I_1,I_2,使$\forall(t,x)\in R^+\times R^n$:

$$y^TA(t,x)z\leqslant y^TA_{I_1I_2}z,\tag{13}$$

$$\|A(t,x)\|\leqslant l(A).\tag{14}$$

对于满足式(6)的 $B=(b_{ij}(t,x))_{n\times n}$有类似于式(13),式(14)的结论.

由于篇幅所限,证明略.

引理2. 对任意 $\varepsilon>0$, $\varepsilon_i>0(i=1\sim3)$,满足条件(H)的系统(5)的解 $x(t)$,当 $t\geqslant0$时,有

$$\int_0^te^{\varepsilon s}E\|x(s)-x(s-\tau)\|^2\mathrm{d}s\leqslant C_2+C_3+C_4\int_0^te^{\varepsilon s}E\|x(s)\|^2\mathrm{d}s,\tag{15}$$

其中

$$C_1=\int_{-\tau}^0E\|x(s)\|^2\mathrm{d}s,\tag{16}$$

$$C_2=\int_0^\tau e^{\varepsilon s}E\|x(s)-x(s-\tau)\|^2\mathrm{d}s,\tag{17}$$

$$C_3=(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\varepsilon_3^2)(\varepsilon_2^{-2}\tau l^2(B)+\varepsilon_3^{-2}\alpha_2)\tau C_1e^{2\varepsilon\tau},\tag{18}$$

$$C_4=(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\varepsilon_3^2)[(\varepsilon_1^{-2}\tau l^2(A)+\varepsilon_3^{-2}\alpha_1)+(\varepsilon_2^{-2}\tau l^2(B)+\varepsilon_3^{-2}\alpha_2)e^{\varepsilon\tau}]\tau e^{\varepsilon\tau}.\tag{19}$$

由于篇幅所限,证明略.

定理1. 若存在正定阵 G,使

$$\lambda + \|G\|(\alpha_1 + \alpha_2) + 2l(GB)[\tau(l(A) + l(B)) + \sqrt{\tau(\alpha_1 + \alpha_2)}] < 0, \tag{20}$$

其中各符号的意义见式(7)与式(9)—(12)，则满足条件(H)的不确定性随机时滞系统(5)是均方指数稳定的，也是几乎必然指数稳定的.

证明. 作 Lyapunov 函数 $V=x^{\mathrm{T}}Gx$，则由 Itô 公式有：

$$\begin{aligned}\mathrm{d}V =&\{2x^{\mathrm{T}}(t)G[A(t,x(t)) + B(t-\tau,x(t-\tau))]x(t) + 2x^{\mathrm{T}}(t)GB(t-\tau,x(t-\tau))\\ &\cdot(x(t-\tau) - x(t)) + \mathrm{trace} f^{\mathrm{T}}(t,x(t),x(t-\tau))Gf(t,x(t),x(t-\tau))\}\mathrm{d}t\\ &+ 2x^{\mathrm{T}}(t)Gf(t,x(t),x(t-\tau))\mathrm{d}w(t).\end{aligned} \tag{21}$$

由引理1与式(12)，易推出

$$2x^{\mathrm{T}}(t)G[A(t,x(t)) + B(t-\tau,x(t-\tau))]x(t) \leqslant \lambda\|x(t)\|^2, \tag{22}$$

同时由引理1与式(11)，也可推出

$$\begin{aligned}&2x^{\mathrm{T}}(t)GB(t-\tau,x(t-\tau))(x(t-\tau) - x(t)) \leqslant\\ &2l(GB)\|x(t)\|\|x(t-\tau) - x(t)\| \leqslant\\ &\beta\|x(t)\|^2 + \beta^{-1}l^2(GB)\|x(t-\tau) - x(t)\|^2,\end{aligned} \tag{23}$$

这里 $\beta=l(GB)[\tau(l(A)+l(B))+\sqrt{\tau(\alpha_1+\alpha_2)}]$. 将式(22)，式(23)与式(7)代入式(21)，有

$$\begin{aligned}\mathrm{d}V \leqslant&[(\lambda + \beta + \|G\|\alpha_1)\|x(t)\|^2 + \|G\|\alpha_2\|x(t-\tau)\|^2 +\\ &\beta^{-1}l^2(GB)\|x(t-\tau) - x(t)\|^2]\mathrm{d}t + 2x^{\mathrm{T}}(t)Gf(t,x(t),x(t-\tau))\mathrm{d}w(t).\end{aligned} \tag{24}$$

若在引理2中令 $\varepsilon_1=\sqrt{\tau l(A)}$，$\varepsilon_2=\sqrt{\tau l(B)}$，$\varepsilon_3=\sqrt[4]{\tau(\alpha_1+\alpha_2)}$，则由式(20)，必存在唯一的 $\varepsilon>0$：

$$\lambda + \beta + \|G\|(\alpha_1 + \varepsilon) + \|G\|\alpha_2 e^{\varepsilon\tau} + \beta^{-1}l^2(GB)C_4 = 0. \tag{25}$$

对于式(25)中的 ε，由式(24)可推出

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(e^{\varepsilon t}V) \leqslant& e^{\varepsilon t}[(\varepsilon\|G\| + \lambda + \beta + \|G\|\alpha_1)\|x(t)\|^2 + \|G\|\alpha_2\|x(t-\tau)\|^2 +\\ &\beta^{-1}l^2(GB)\|x(t-\tau) - x(t)\|^2]\mathrm{d}t + 2e^{\varepsilon t}x^{\mathrm{T}}(t)Gf(t,x(t),x(t-\tau))\mathrm{d}w(t),\end{aligned} \tag{26}$$

应用 Itô 公式，引理2，从式(26)可推出

$$Ee^{\varepsilon t}V(x(t)) \leqslant C_5, \tag{27}$$

其中 $C_5=E\xi^{\mathrm{T}}(0)G\xi(0)+\|G\|\alpha_2C_1e^{\varepsilon\tau}+\beta^{-1}l^2(GB)(C_2+C_3)$，且式(27)中已应用式(25). 显然，从式(27)易推出，当 $t\geqslant0$时，有

$$E\|x(t)\|^2 \leqslant C_5[\lambda_{\min}(G)]^{-1}e^{-\varepsilon t}. \tag{28}$$

即系统(5)均方指数稳定，其 Lyapunov 指数 ε 由式(25)确定.

由文献[8]中引理2.7，并应用本文的引理1及条件(H)，从式(28)易推出系统(5)几乎必然指数稳定，其 Lyapunov 指数为$\frac{\varepsilon}{2}$. 证毕.

注1. 定理1涵盖并推广了文献[5—7]中的主要结果.

3 应 用

考虑不确定性随机时滞神经网络

$$\mathrm{d}x(t) = [-Ax(t) + B\sigma(x(t-\tau))]\mathrm{d}t + f(t,x(t),x(t-\tau))\mathrm{d}w(t), \tag{29}$$

其中 $A=\mathrm{diag}(a_1,\cdots,a_n)$，$a_i>0(1\leqslant i\leqslant n)$，$B=(b_{ij})_{n\times n}\in R^{n\times n}$，$\sigma(x)=(\sigma_1(x_1),\cdots,\sigma_n(x_n))^{\mathrm{T}}$，且$\forall\ 1\leqslant i\leqslant n:\sigma_i(0)=0$，$\sigma_i$ 单调不减，$\tau>0$是时滞，f 与 ω 的意义与系统(1)相同，并设系统(29)满足适当的初始条件及如下的不确定性条件($\overline{\mathrm{H}}$)：

$$(\overline{\mathrm{H}})\quad \forall\ 1\leqslant i,j\leqslant n,\ (t,x,y)\in R^+\times R^n\times R^n:$$

$$0<a_i^m\leqslant a_i\leqslant a_i^M,\ b_{ij}^m\leqslant b_{ij}\leqslant b_{ij}^M, \tag{30}$$

$$0\leqslant\sigma_i^m\leqslant(x_i-y_i)^{-1}(\sigma_i(x_i)-\sigma_i(y_i))\leqslant\sigma_i^M,$$

$$\mathrm{trace}f^{\mathrm{T}}(t,x,y)f(t,x,y)\leqslant\alpha_1\|x\|^2+\alpha_2\|y\|^2. \tag{31}$$

这里 $a_i^m,a_i^M,b_{ij}^m,b_{ij}^M,\sigma_i^m,\sigma_i^M(1\leqslant i,j\leqslant n)$均为常数；$\alpha_1,\alpha_2$为非负常数. 下面约定：$C(x)=-A+BF(x)$，而 $F(x)=\mathrm{diag}(x_1^{-1}\sigma_1(x_1),\cdots,x_n^{-1}\sigma_n(x_n))$，此时系统(29)可以写成

$$\mathrm{d}x(t)=[C(x(t))x(t)+B(\sigma(x(t-\tau))-\sigma(x))]\mathrm{d}t+$$
$$f(t,x(t),x(t-\tau))\mathrm{d}w(t), \tag{32}$$

并且对 $C=(C_{ij})_{n\times n}$，有

$$C_{ij}^m\leqslant C_{ij}(x)\leqslant C_{ij}^M,\ (1\leqslant i,j\leqslant n). \tag{33}$$

这里

$$C_{ij}^m=-a_i^M\delta_{ij}+b_{ij}^m\sigma_{ij}^m,\ C_{ij}^M=-a_i^m\delta_{ij}+b_{ij}^M\sigma_{ij}^M, \tag{34}$$

$$\delta_{ij}=\begin{cases}1,\ i=j,\\0,\ i\neq j,\end{cases}\quad \sigma_{ij}^m=\begin{cases}\sigma_j^m,\ b_{ij}\geqslant 0,\\\sigma_j^M,\ b_{ij}<0,\end{cases}\quad \sigma_{ij}^M=\begin{cases}\sigma_j^M,\ b_{ij}\geqslant 0,\\\sigma_j^m,\ b_{ij}<0.\end{cases}$$

对$\{1,\cdots,n\}$的两子集 I_1,I_2，定义 $C_{I_1I_2}=[C_{ij}^{I_1I_2}]_{n\times n}$，其中

$$C_{ij}^{I_1I_2}=\begin{cases}C_{ij}^M,\quad (i,j)\in(I_1\cup I_2)\cup(\overline{I_1}\cup\overline{I_2}),\\C_{ij}^m,\quad (i,j)\notin(I_1\cup I_2)\cup(\overline{I_1}\cup\overline{I_2}).\end{cases} \tag{35}$$

定理2. 若存在正定阵 G，使

$$\overline{\lambda}+\|G\|(\alpha_1+\alpha_2)+2\overline{M}l(GB)[\tau(l(A)+\overline{M}l(B))+\sqrt{\tau(\alpha_1+\alpha_2)}]<0, \tag{36}$$

其中 $\overline{\lambda}=\max\{\lambda_{\max}(GC_{I_1I_2}+C_{I_1I_2}^{\mathrm{T}}G):I_1,I_2$是$\{1,\cdots,n\}$的两独立子集$\}$，$\overline{M}=\max\sigma_i^M$，$l(A)$，$l(B)$，$l(GB)$由式(9)—(11)定义. 则不确定性随机时滞神经网络系统(29)均方指数稳定，几乎必然指数稳定.

定理2的证明类似于定理1，其证明略.

注2. 若式(30)中 $a_i^m=a_i^M$，$b_{ij}^m=b_{ij}^M$，$\sigma_i^M=1$，$\sigma_i^m=0$，$1\leqslant i,j\leqslant n$，则系统(29)变成文献[2]中讨论的一类随机时滞神经网络，并且文献[2]中主要是讨论系统均方指数稳定性，所建立的条件是时滞无关的. 进一步还设 $\tau=0$，则系统(29)变成文献[3,4]中讨论的一类随机神经网络，因而本文所讨论的系统(29)比文献[2—4]中讨论的系统更具一般性，并且本文所建立的条件是时滞相关的. 若系统(29)中 $f\equiv 0,\tau=0$，则系统(29)变成文献[7]中讨论的一类神经网络

$$\dot{x}(t)=-Ax(t)+B\sigma(x(t)). \tag{37}$$

此时定理2中的条件(36)变成 $\overline{\lambda}<0$，文献[7]正是在 $\overline{\lambda}<0$时，证明了不确定性的神经网络(37)的指数稳定性，因而定理2是文献[7]中结果的推广.

4　例

考虑不确定性随机时滞神经网络

$$dx(t) = [-Ax(t) + B\sigma(x(t-\tau))]dt + f(t, x(t), x(t-\tau))dw(t), \tag{38}$$

其中

$$A^M = \begin{bmatrix} 2\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 3\frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad A^m = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B^M = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{3} & 2 \end{bmatrix}, \quad B^m = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix},$$

$\forall\ (t, x, y) \in R^+ \times R^2 \times R^2$: trace $f^T(t, x, y) f(t, x, y) \leqslant 0.1\|x\|^2 + 0.1\|y\|^2$.

若取 $G = I$,则通过简单计算可得出:$\bar{\lambda} = -1$, $l(A) = 3.500$, $l(B) = 2.216$. 由定理2可推出当 $\tau < 0.042$时,系统(38)均方指数稳定,也几乎必然指数稳定.

5 结束语

本文研究了不确定性的一族非线性随机时滞系统的指数稳定性,建立了这种系统的均方指数稳定和几乎必然指数稳定的时滞相关准则,从而将无限个系统的稳定性问题,化为有限个端点矩阵的范数的计算问题.同时也说明了对于一个稳定的不确定性系统,只要时滞与随机扰动不太大时,对应的不确定性随机时滞系统仍稳定.并且也讨论了一类具有广泛应用价值的不确定性的随机时滞神经网络,得到了这种神经网络指数稳定的实用判据.

参 考 文 献

1 Mao X. Exponential Stability of Stochastic Differential Equations. New York: Marcel Dekker, 1994

2 Liao X X, Mao X. Stability of stochastic neural networks. *Neural, Parallel & Scientific Computations*, 1996, **4**: 205—224

3 Liao X X, Mao X. Exponential stability and instability of stochastic neural networks. *Stochastic Analysis and Applications*, 1996, **14**: 165—185

4 Yang H, Dillion T S. Exponential stability and oscillation of Hopfield graded response neural network. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1994, **5**: 719—729

5 Mao X. Robustness of exponential stability of stochastic differential delay equations. *IEEE Trans. Autom. Control*. 1996, **41**: 442—447

6 Ye H, Michel A N, Wang K. Robust stability of nonlinear time-delay systems with applications to neural network. *IEEE Trans. Circuits Syst.* I, 1996, **43**: 532—543

7 Wang K, Michel A N. On the stability of a family of nonlinear time-varying systems. *IEEE Trans. Circuits Syst.* I, 1996, **43**: 517—531

8 Mao X, Shan A. Exponential stability of stochastic differential delay equations. *Stochastics and Stochastics, Rep orts*, 1997, **60**: 135—153

沈 轶 男,华中理工大学控制科学与工程系博士.主要研究方向:神经网络、随机稳定性.

廖晓昕 男,华中理工大学控制科学与工程系教授、博导.主要研究方向:神经网络数学理论、非线性控制.