



# 一类非自衡对象的 PID 控制<sup>1)</sup>

张卫东 孙优贤

(浙江大学工业控制研究所, 工业控制技术国家重点实验室 杭州 310027)

许晓鸣

(上海交通大学自动化系 上海 200030)

**摘 要** 本文讨论非自衡对象 PID 控制器设计问题. 首先在鲁棒控制理论的基础上定义了最优性能指标, 然后针对控制系统性能传递函数的特点发展了两种设计方法, 通过引入2型滤波器使系统满足了渐近跟踪的要求, 并解析地得到了 PID 控制器. 控制器的特点是标称性能可以定量地估计, 鲁棒性可以方便地调节.

**关键词** 过程控制, PID 控制器, 非自衡对象.

## PID CONTROL FOR INTEGRATOR AND DEAD TIME PROCESS

ZHANG Weidong SUN Youxian

(*Institute of Industrial Process Control of Zhejiang University,  
National Laboratory of Industrial Control Technology, Hangzhou 310027*)

XU Xiaoming

(*Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 310027*)

**Abstract** A PID controller design procedure is developed in this paper for the control of processes with integrator and time delay. First, an optimal performance index is defined based on robust control theory. Second, two methods are proposed in the light of the characteristics of the system loop transfer function. A type 2 filter is introduced to meet the requirement of trajectory asymptotically tracking. And a PID controller is obtained analytically. The feature of the controller is that the nominal performance can be evaluated quantitatively and the robustness can be adjusted conveniently.

**Key words** Process control, PID control, integrator and time delay plant.

1) 本文研究得到国家“九五”攻关项目(95-728-01-04)和国家自然科学基金项目(69804007)资助.

## 1 引言

在过程控制中,存在一类非自衡对象,其基本特征是,在阶跃变化作用下,过程输出不能到达稳态值,而是无限地增大或减小,这样的控制对象,其模型中一般包含一个积分项<sup>[1,2]</sup>. 目前讨论非自衡对象控制的文献不多. 文[3]在内模控制的基础上利用 Taylor 展开讨论了一种 PID 控制器设计方法. 文[4]指出,如果控制器参数选择不当,文[3]给出的方法可能会导致差的控制效果. 它在 Zigler-Nichols 方法的基础上给出一套整定 PID 控制器的经验公式,据称有较好的控制效果. 本文将文[5]和[6]的设计方法推广到非自衡对象的控制中,提出两种 PID 控制器解析设计方法,同样可以获得很好的控制效果. 与文[4]的方法相比,本文方法的优点是控制器的标称性能可以定量地估计,鲁棒性可以方便地调节.

## 2 $H_\infty$ 设计方法

考虑图1所示的单位反馈控制回路,其中  $C(s)$  是控制器,  $G(s)$  是控制对象. 系统灵敏度函数为

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)}, \quad (1)$$

余灵敏度函数为

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)}. \quad (2)$$

假定控制对象的传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{T_s} e^{-\theta s}, \quad (3)$$

如果干扰  $d_1$  是阶跃信号,那么  $d_2(s) = d_1(s)G(s) = \frac{1}{T_s^2} e^{-\theta s}$ , 所以该系统是个 2 型系统<sup>[1]</sup>.

利用 Pade 近似展开,有  $G(s) = (1 - \frac{\theta}{2}s)/T_s(1 + \frac{\theta}{2}s)$ . 控制系统性能指标取作  $\min \|W(s)S(s)\|_\infty$ . 如果直接按照鲁棒控制理论的方法<sup>[7]</sup>设计,要做互质分解,比较复杂,得到的控制器阶次较高. 我们将在这里给出一种修正算法. 在过程控制中,控制器都是针对阶跃信号设计的,所以这里也假设输入信号是阶跃信号. 首先,按阶跃输入的情况设计控制器,得到  $Q_{im}(s)$ . 其次,引入合适的滤波器  $J(s)$ , 使系统满足渐近跟踪斜坡函数的要求.

考虑图2所示的内模控制结构,其中  $G_m(s)$  是模型,在标称情况下,该结构与图1有如下联系

$$C(s) = \frac{Q(s)}{1 - G(s)Q(s)}. \quad (4)$$

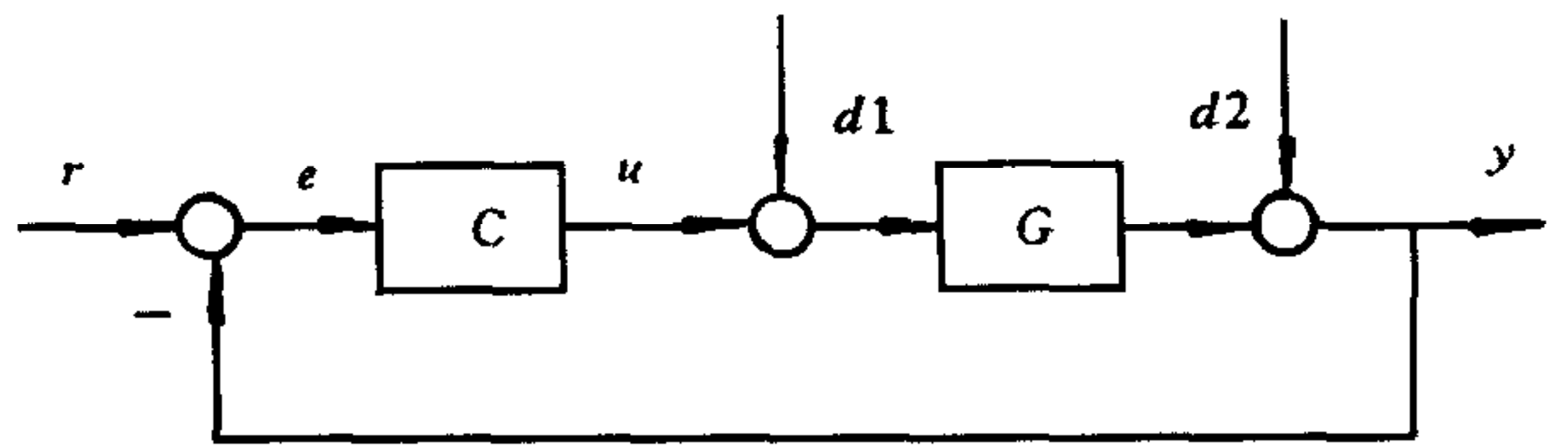


图1 单位反馈控制回路

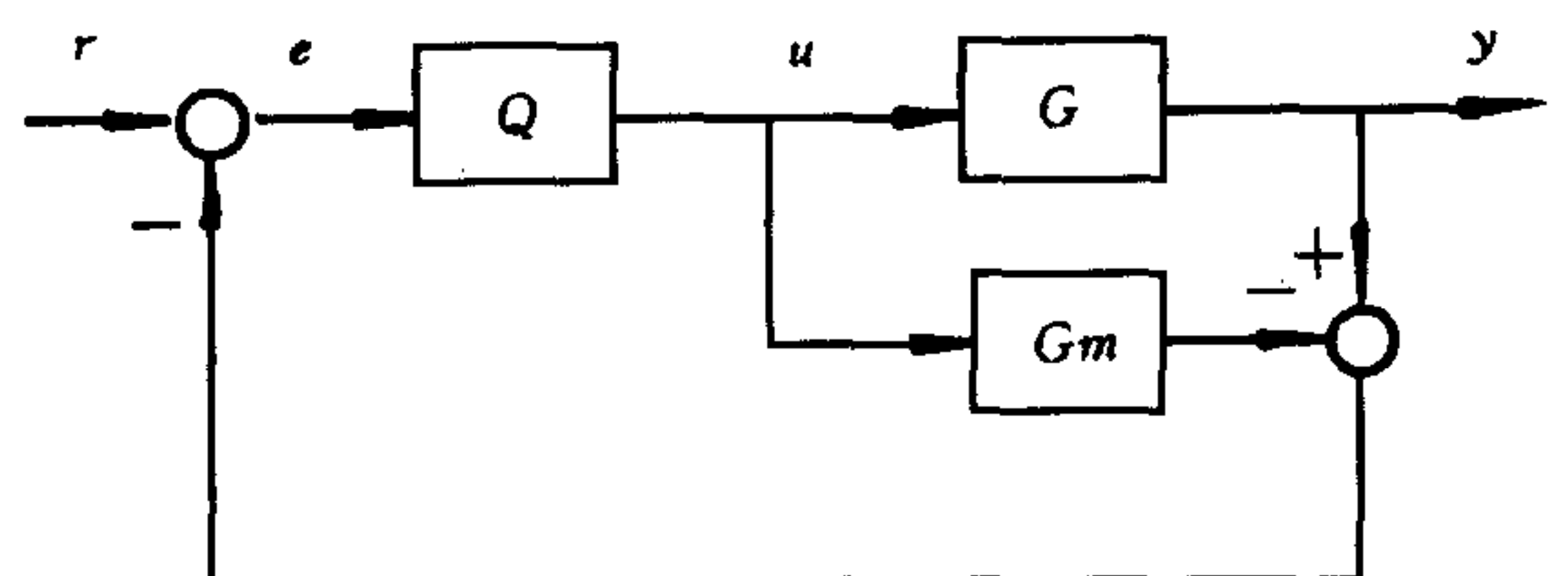


图2 内模控制结构

因为  $G(s)$  不是稳定的, 所以  $Q(s)$  的稳定不能保证闭环控制系统是稳定的, 但是如果令  $Q(s) = sQ_1(s)$ , 那么  $Q_1(s)$  稳定就等价于闭环控制系统的稳定.

设系统输入为阶跃信号, 则  $W(s) = 1/s$ , 根据最大模定理有

$$\|W(s)S(s)\|_{\infty} = \|W(s)(1 - G(s)Q(s))\|_{\infty} \geq \left|W\left(\frac{2}{\theta}\right)\right|, \quad (5)$$

最小化等式的左边, 得到

$$\min \|W(s)(1 - sG(s)Q_1(s))\|_{\infty} = \left|W\left(\frac{2}{\theta}\right)\right|,$$

则最优的  $Q_1(s)$  为

$$Q_{\text{lim}}(s) = \frac{W(s) - \frac{\theta}{2}}{W(s)G(s)} = T\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right), \quad (6)$$

所以

$$Q_{\text{im}}(s) = Ts\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right). \quad (7)$$

$Q_{\text{im}}(s)$  是非正则的, 必须引入一个低通滤波器对它衰减. 我们知道, 如果控制系统能够渐近跟踪斜坡函数, 那么灵敏度函数要满足

$$\lim_{s \rightarrow 0} S(s) = 0, \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} S(s) = 0. \quad (8)$$

根据以上要求可以得到如下的滤波器

$$J(s) = \frac{(3\lambda + \frac{\theta}{2})s + 1}{(\lambda s + 1)^3}, \quad (9)$$

因此

$$Q(s) = Q_{\text{im}}(s)J(s) = \frac{Ts\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)\left[(3\lambda + \frac{\theta}{2})s + 1\right]}{(\lambda s + 1)^3}. \quad (10)$$

单位反馈控制回路的控制器为

$$C(s) = \frac{Ts\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)\left[(3\lambda + \frac{\theta}{2})s + 1\right]}{(\lambda s + 1)^3 - \left(1 - \frac{\theta}{2}s\right)\left[(3\lambda + \frac{\theta}{2})s + 1\right]} = \frac{T\left(\frac{3\lambda\theta}{2} + \frac{\theta^2}{4}\right)s^2 + (3\lambda + \theta)s + 1}{\lambda^3 s^2 + \left(3\lambda^2 + \frac{3\lambda\theta}{2} + \frac{\theta^2}{4}\right)s}. \quad (11)$$

显然, 这是 PID 控制器. 假定 PID 控制器具有下面的形式

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s + 1}{T_F s + 1}\right), \quad (12)$$

则控制器参数为

$$T_F = \frac{\lambda^3}{3\lambda^2 + \frac{3\lambda\theta}{2} + \frac{\theta^2}{4}}, \quad T_I = \frac{\theta}{2}, \quad T_D = 3\lambda + \frac{\theta}{2}, \quad K_c = \frac{TT_I}{3\lambda^2 + \frac{3\lambda\theta}{2} + \frac{\theta^2}{4}}. \quad (13)$$

### 3 $H_2$ 设计方法

如果控制系统性能指标是  $\min \|W(s)S(s)\|_2$ , 则由式(10)可知满足条件的  $Q(s)$  为



$$Q(s) = s(T + sQ_1(s)), \quad (14)$$

所以

$$\|W(s)S(s)\|_2 = \left\| \frac{1}{s} \left[ 1 - \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{T(1 + \frac{\theta}{2}s)} (T + TsQ_1(s)) \right] \right\|_2 = \left\| \frac{\theta}{1 - \frac{\theta}{2}s} - Q(s) \right\|_2. \quad (15)$$

对方程右边进行正交展开有

$$\|W(s)S(s)\|_2 = \left\| \frac{\theta}{1 - \frac{\theta}{2}s} \right\|_2 + \|Q_1(s)\|_2,$$

对上式求极小,可以求得  $Q_{\text{lim}}(s) = 0$ , 因而  $Q_{\text{im}}(s) = Ts$ . 引入如下的 2 型滤波器对  $Q_{\text{im}}(s)$  进行衰减

$$J(s) = \frac{(2\lambda + \theta)s + 1}{(\lambda s + 1)^2}, \quad (16)$$

那么  $Q(s) = Q_{\text{im}}(s)J(s)$  满足要求, 可以使系统渐近跟踪斜坡信号. 单位反馈控制回路控制器为

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{Ts[(2\lambda + \theta)s + 1]}{(\lambda s + 1)^2(1 + \frac{\theta}{2}s) - (1 - \frac{\theta}{2}s)[(2\lambda + \theta)s + 1]} \\ &= T \frac{(2\lambda + \theta)s + 1}{\frac{\theta\lambda^2}{2}s^2 + \left(\lambda^2 + 2\lambda\theta + \frac{\theta^2}{2}\right)s}. \end{aligned} \quad (17)$$

它也是 PID 控制器, 其参数为

$$T_F = \frac{\lambda^2\theta}{2\lambda^2 + 4\lambda\theta + \theta^2}, T_1 = 2\lambda + \theta, K_C = \frac{T(2\lambda + \theta)}{\lambda^2 + 2\lambda\theta + \frac{\theta^2}{2}}. \quad (18)$$

## 4 控制器的特征

文[5]和[6]在讨论自衡对象控制时, 得到了非常好的结论, 所有控制器的标称性能都能够定量地估计. 在非自衡对象控制中, 控制器仍然保持了这个优点.

在图 2 中,  $G(s)$  是具有纯滞后的控制对象,  $G_m(s)$  是利用 Pade 近似后的  $G(s)$ . 容易求出  $H_\infty$  方法设计的系统的闭环传递函数为

$$T(s) = \frac{(1 + \frac{\theta}{2}s)[(3\lambda + \frac{\theta}{2})s + 1]e^{-\theta s}}{(\lambda s + 1)^3 + (1 + \frac{\theta}{2}s)[(3\lambda + \frac{\theta}{2})s + 1]e^{-\theta s} - (1 - \frac{\theta}{2}s)[(3\lambda + \frac{\theta}{2})s + 1]}, \quad (19)$$

$H_2$  方法设计的系统的闭环传递函数为

$$T(s) = \frac{(1 + \frac{\theta}{2}s)[(2\lambda + \theta)s + 1]e^{-\theta s}}{(\lambda s + 1)^2 + (1 + \frac{\theta}{2}s)[(2\lambda + \theta)s + 1]e^{-\theta s} + (1 - \frac{\theta}{2}s)[(2\lambda + \theta)s + 1]}. \quad (20)$$

因为 Pade 近似保持了纯滞后传递函数的单位增益特性,所以当  $\theta$  一定时,系统性能只与

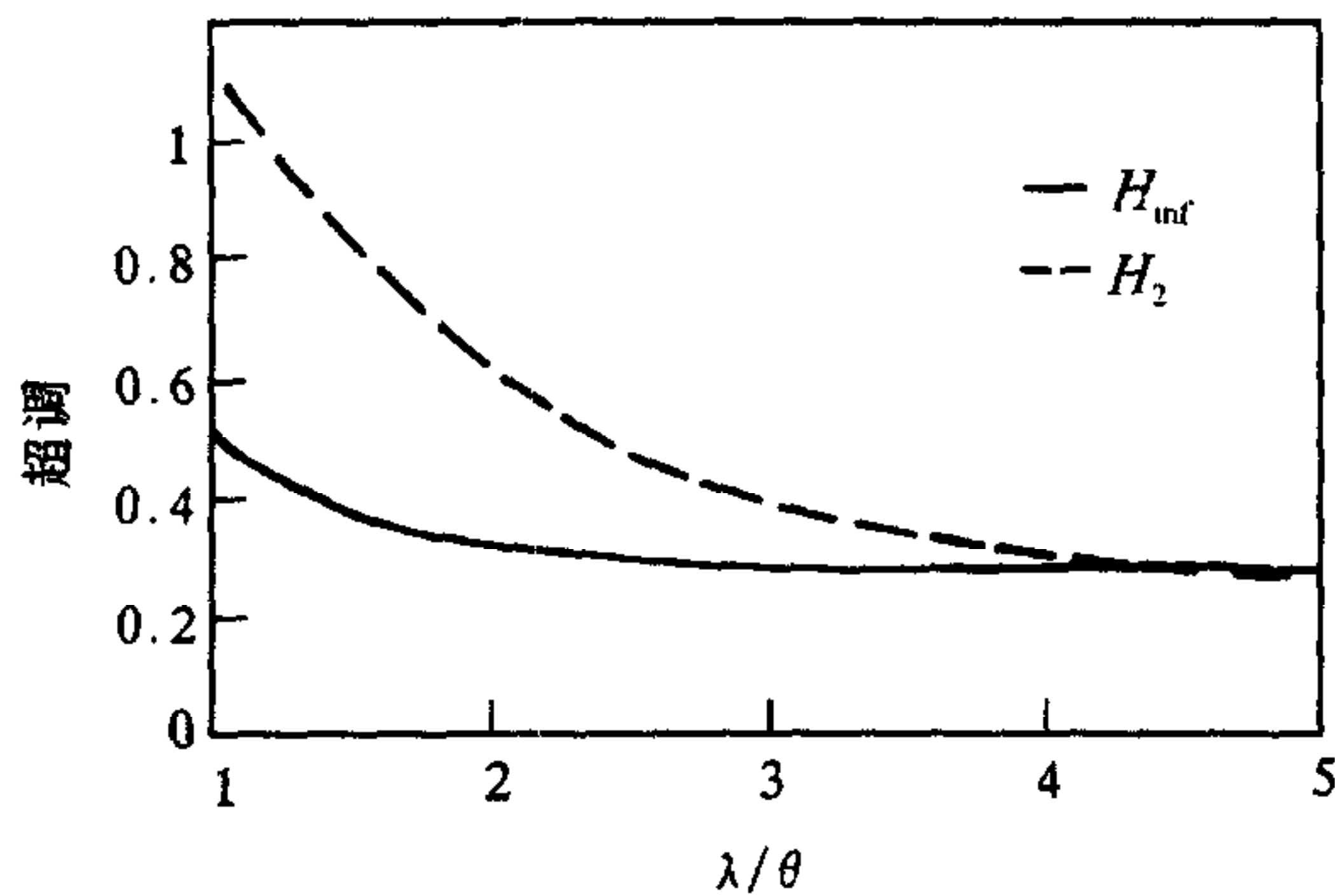


图3  $H_{\infty}$ 控制器和  $H_2$ 控制器的性能

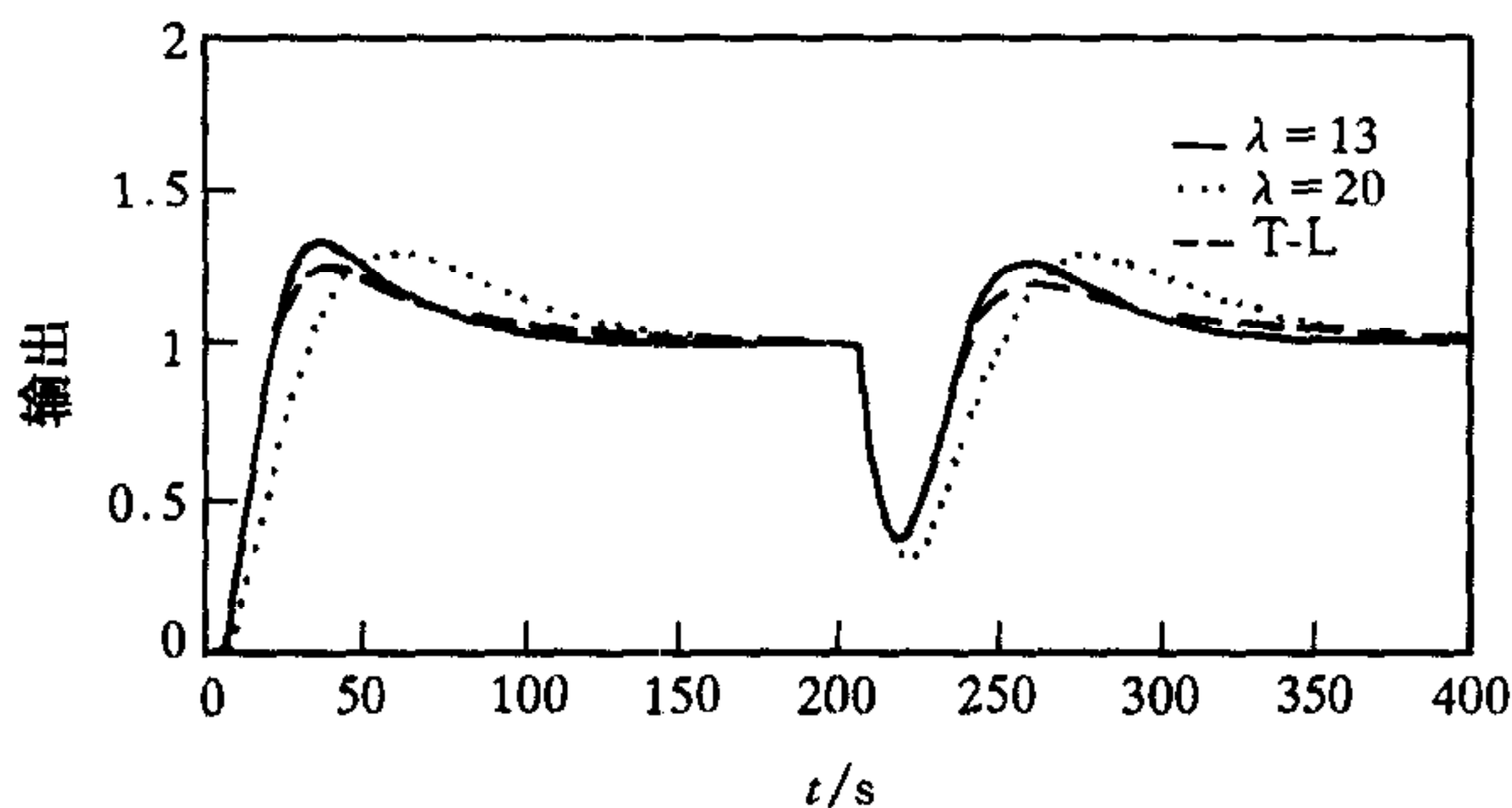


图4 不同设计方法的比较

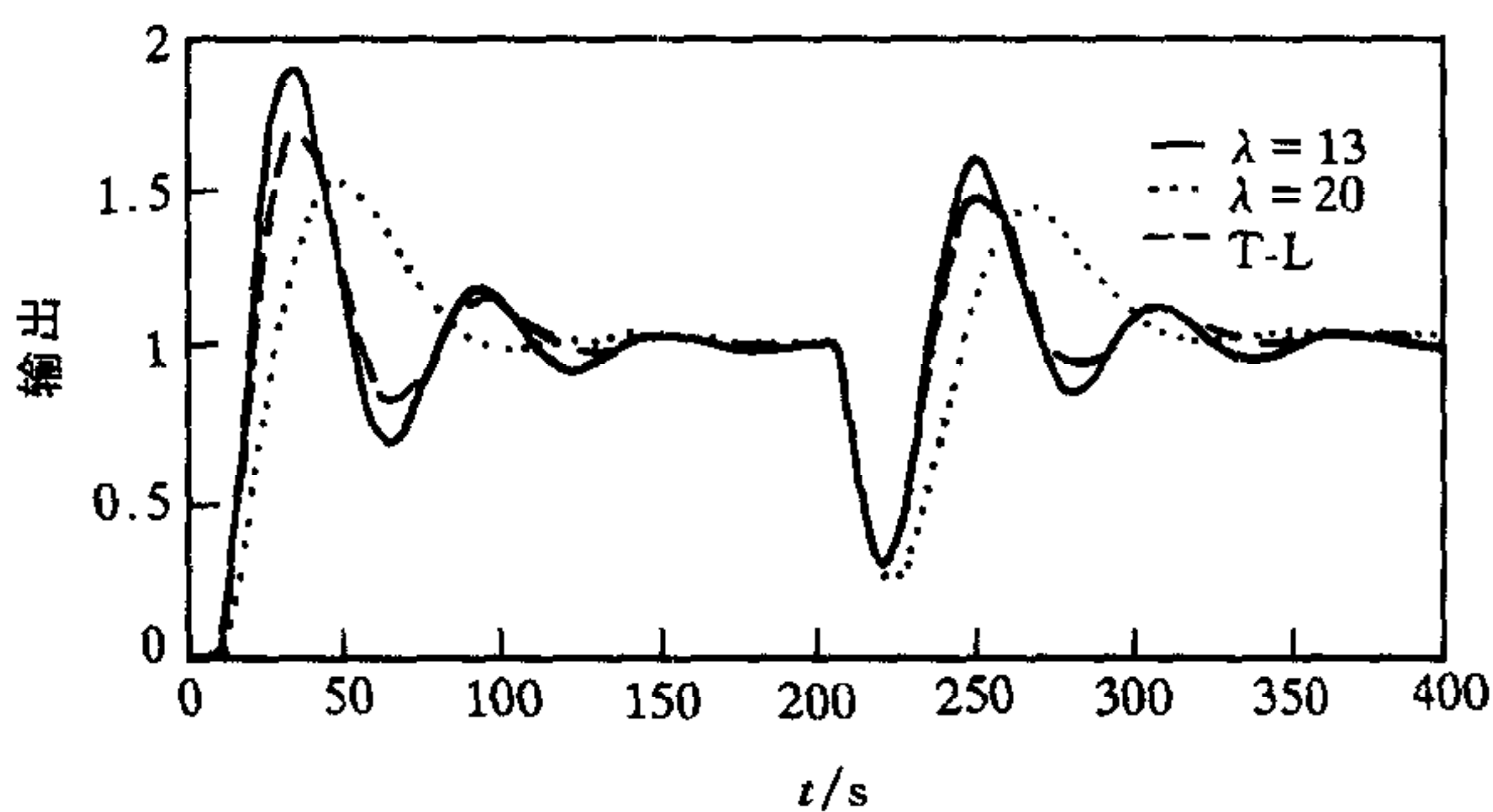


图5 不同参数的鲁棒性

$\lambda$  和  $\theta$  的比值有关(图3). 控制器参数  $\lambda$  的作用与在自衡对象控制中相同,用于单调地调节系统鲁棒性.  $\lambda$  减小时,系统标称性能趋向于最优,但鲁棒性变差;  $\lambda$  增大时,系统牺牲性能,获得了更好的鲁棒性. 在实际的控制系统中,推荐  $\lambda$  的取值在  $1.0\theta - 3.0\theta$  之间.

例1. 考虑一个精馏塔控制系统<sup>[3]</sup>. 通过开环阶跃实验,测得过程的模型为

$$G(s) = \frac{1}{5s} e^{-7.4s}. \quad (21)$$

按 T-L 方法<sup>[4]</sup>设计控制器得到的参数为  $P=0.33, I=64.7$ . 采用本文提出的  $H_{\infty}$  控制器,参数分别取作  $\lambda=13$  和  $\lambda=20$ , 它们的响应表示在图4中. 总的来看,本文方法与 T-L 法的差别不是很明显. T-L 法的超调稍小,但是调节时间很长;本文方法调节时间较短,但是超调较大.

现在假定控制模型中存在误差,实验控制对象的积分常数为4(即变化20%),纯滞后为11.1(即变化50%),控制系统的响应如图5所示. 对照图4和图5就可看出控制器参数  $\lambda$  对系统标称性能和鲁棒性的影响. 仿真结果和前面的理论分析是一致的.

## 5 结论

在单位反馈控制回路中,非自衡对象控制的困难在于系统是2型的,对这种系统的设计,传统的过程控制理论没有提供非常有效的方法. 我们在鲁棒控制理论的基础上,将自衡对象 PID 控制器设计方法推广到了非自衡对象的控制中,这种方法设计简单,调节方便,具有可调的鲁棒性. 仿真结果表明控制效果很好.

## 参 考 文 献

- 1 蒋慰孙,俞金寿. 过程控制工程,北京:轻工业出版社,1988
- 2 金以慧主编. 过程控制. 北京:清华大学出版社,1993
- 3 Chien I, P S Fruehauf. Consider IMC tuning to improve controller performance. *chem. eng. prog.*, 1990, **10**:33-41
- 4 Tyreus B D, W L Luyben. Tuning PI controllers for integrator/dead time processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 1992, **31**:2625-2628
- 5 张卫东,孙优贤. 一类 Smith 预估器的最优设计及其鲁棒整定. 自动化学报,1997, **23**(5):660-663
- 6 张卫东,孙优贤. 大纯滞后对象的  $H_2$  次最优控制. 控制理论及应用,1996, **13**(4):496-499
- 7 Doyle J C, B A Francis A R Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing Company, 1992

**张卫东** 男,1967年生于黑龙江. 1990年毕业于浙江大学科仪系,1992年在浙江大学电机系获硕士学位,1993年至1996年在浙江大学工业控制研究所攻读博士学位,1996年6月开始博士后研究工作. 作为第一作者发表论文近50篇. 研究方向为过程控制理论、鲁棒控制理论及其应用.

**孙优贤** 男,教授,博士生导师,中国工程院院士. 现任浙江大学工业控制技术研究所所长,国家重点实验室和国家工程研究中心主任. 1984年至1987年获德国洪堡奖学金. 长期从事过程控制理论和应用、鲁棒控制理论及应用、 $H_\infty$ 控制理论及应用、容错控制理论及应用,以及造纸过程的模型化和计算机控制研究. 获各类科技进步奖18项.

**许晓鸣** 男,教授,博士生导师. 现任上海交通大学电子信息学院副院长. 德国洪堡奖学金获得者. 长期从事电气自动化、过程控制理论、鲁棒控制理论及应用和计算机网络研究,承担多项国家重点科研项目,发表学术论文150多篇,获各类科技进步奖3项.