

短文

# 基于神经网络模型的最小预测误差 非线性自适应控制器<sup>1)</sup>

戴宪华

(汕头大学电子工程系 汕头 515063)

**摘 要** 主要研究基于神经网络模型的最小预测误差非线性自适应控制算法. 利用神经网络激励函数的分段局部线性近似, 将基于神经网络的非线性系统一步前向预测控制转化为一组局部的线性预测控制问题. 利用线性系统参数估计方法获得神经网络预测模型的参数估计. 在此基础上利用并联线性系统的预测控制方法设计全局收敛的非线性系统预测控制器.

**关键词** 最小预测误差, 非线性系统, 分段局部线性近似.

## MINIMUM PREDICTION ERROR ADAPTIVE CONTROLLER BASED ON NEURAL NETWORK MODEL

DAI Xianhua

(Dept. of Electronic Eng., Shantou University, Shantou 515063)

**Abstract** The paper mainly investigates the minimum prediction error adaptive controller based on the neural network model. With the help of local linearization of activation function, complicated nonlinear adaptive controller is transformed into an adaptive controller of a series of linear systems in parallel form. Hence, the parameter estimation and control law are straightforwardly implemented with the linear prediction control algorithm.

**Key words** Minimum prediction error, nonlinear system, multiple-segment local linearization.

### 1 引言

在实际工程应用中,经常遇到的许多物理系统或多或少地存在非线性特性,其中大多数系统不能近似线性化,而只能利用非线性模型来表示. 在众多的非线性模型中,神经网络是一类十分有效的非线性系统描述方法,它的研究及应用一直是众多学者研究的重点.

目前,非线性系统的自适应控制尚无普遍适用的控制方法可有效地解决控制问题的

1) 国家自然科学基金和广东省自然科学基金资助项目.

全局收敛性等问题. 在处理非线性问题的众多方法中, 基于局部线性近似一直是一种十分有效的处理方法. 其最大优点是, 非线性系统局部线性化后, 可以直接利用大量成熟的线性系统控制技术方法解决控制问题. 本文就是基于这一思想, 将神经网络的激励函数在一系列充分小的局域内利用线性函数来近似, 最终利用线性系统预测控制方法解决非线性系统的控制问题.

## 2 基于神经网络模型的最小预测误差非线性自适应控制器

假设基于神经网络模型最小预测误差非线性自适应控制器的被控系统满足

$$r(t) = \sum_{i=1}^I w_i(t) g \left( \sum_{n=1}^N a_{i,n}(t) r(t-n) + \sum_{m=0}^M b_{i,m}(t) u(t-m) \right), \quad (1)$$

其中函数  $g(x)$  称为激励函数, 这里取为 Sigmoidal 函数形式<sup>[4,5]</sup>,  $r(t)$  为期望信号. 基于(1)式的一步前向预测输出为

$$y(t) = \sum_{i=1}^I \hat{w}_i(t) g \left( \sum_{n=1}^N \hat{a}_{i,n}(t) r(t-n) + \sum_{m=0}^M \hat{b}_{i,m}(t) u(t-m) \right), \quad (2)$$

其中参数  $\hat{w}_i(t)$ ,  $\hat{a}_{i,n}(t)$ ,  $\hat{b}_{i,m}(t)$  为待估计参数. 控制的目的是选择适当的控制输入信号  $u(t)$ , 使满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - r(t)] = 0$ . 如果(2)式的参数  $\hat{w}_i(t)$ ,  $\hat{a}_{i,n}(t)$ ,  $\hat{b}_{i,m}(t)$  是已知的, 那么满足  $y(t) = r(t)$  的(2)式输入信号  $u(t)$  将是最佳控制输入信号. 但由于(2)式中激励函数  $g(x)$  的非线性性质, 直接从(3)式解出控制输入信号  $u(t)$  通常是较为困难的, 利用(2)式输入信号的控制系统的稳定性分析通常也十分复杂.

在(2)式中, 假设参数  $\hat{w}_i(t)$ ,  $\hat{a}_{i,n}(t)$ ,  $\hat{b}_{i,m}(t)$  是已知的, 但该假设在实际自适应控制中通常是不满足的, 需要利用参数估计算法估计参数  $\hat{w}_i(t)$ ,  $\hat{a}_{i,n}(t)$ ,  $\hat{b}_{i,m}(t)$ , 可参考文献[4, 5, 6]. 综合以上分析知道, 在非线性系统最小预测误差控制中存在两个问题. 一是基于(2)式的控制信号是一非线性的函数关系, 控制信号通常不易求出. 二是非线性系统的参数估计通常不能获得全局收敛的结果, 使得自适应控制器工作于次最佳状态.

## 3 基于分段线性近似的全局收敛的控制算法

从上面的分析可看出, 基于神经网络模型自适应控制的全局收敛性依赖于神经网络激励函数的非线性性质. 当激励函数取为连续函数时, 可将非线性系统局部线性化处理.

基于非线性激励函数局部线性近似的思想, 我们可以将  $g[x_i(t)]$  的输入信号  $x_i(t)$  所属集合分割为一系列充分小的子集. 在每一子集内, 非线性激励函数利用线性函数来近似.

假设(1), (2)式描述的神经网络模型非线性激励函数  $g[x_i(t)]$  的输入信号  $x_i(t)$  所属集合为  $A_i = [-U, +U]$ , 那么输入集合  $A_i$  可分割为如下子集

$$A_{i,l} = \left[ -U + (l-1) \frac{\Delta}{2}, -U + l \frac{\Delta}{2} \right]; \quad \Delta = \frac{2U}{L}; \quad i = 1, \dots, I, \quad l = 1, \dots, L. \quad (3)$$

这里  $L$  为一充分大的正整数, 当  $L$  充分大时, 子集  $A_{i,l}$  将充分小. 在充分小的子集  $A_{i,l}$  中, 非线性函数  $g[x_i(t)]$  可用一阶 Taylor 级数近似, 其近似函数记为

$$g[x_i(t)] = g(x_{i,l}(t)) + k_{i,l}(t)[x_i(t) - x_{i,l}(t)], \quad x_i(t) \in A_{i,l}, \quad (4)$$

式中  $x_{i,l}(t)$  表示第  $l$  个子集的中心,  $k_{i,l}(t)$  表示激励函数在  $x_{i,l}(t)$  点处的导数或斜率.

经如此线性化处理, 控制系统的期望信号(1)式与预测输出信号(2)式都可近似表示为

$$y(t) = \hat{C}_l(t) + \sum_{i=1}^I \hat{w}_i(t) \sum_{l=1}^L \hat{k}_{i,l}(t) \hat{x}_i(t) + \epsilon_1(t), \quad (5)$$

$$r(t) = C_l(t) + \sum_{i=1}^I w_i(t) \sum_{l=1}^L k_{i,l}(t) x_i(t) + \epsilon_2(t). \quad (6)$$

$$\text{这里 } \hat{x}_i(t) = \sum_{n=1}^N \hat{a}_{i,n}(t) r(t-n) + \sum_{m=0}^M \hat{b}_{i,m}(t) u(t-m), \quad x_i(t) = \sum_{n=1}^N a_{i,n}(t) r(t-n) + \sum_{m=0}^M b_{i,m}(t) u(t-m); \hat{C}_l(t) = \sum_{l=1}^L [g(\hat{x}_{i,l}) - \hat{k}_{i,l}(t) \hat{x}_{i,l}] \delta_{i,l}, \quad \hat{C}_l(t) = \sum_{l=1}^L [g(x_{i,l}) - k_{i,l}(t) x_{i,l}] \delta'_{i,l}.$$

$\hat{x}_{i,l}, \hat{k}_{i,l}(t), \hat{x}_{i,l}, \hat{k}_{i,l}(t)$  分别为  $A_{i,l}$  子集中心点的参数,  $\delta_{i,l} = \begin{cases} 1 & x_{i,l} \in A_{i,l} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$ ,

$\delta'_{i,l}$  意义与  $\delta_{i,l}$  相同, 但它是关于  $r(t)$ . 当分段线性近似的区域充分小时, 误差  $\epsilon_1(t), \epsilon_2(t)$  将充分小并趋于零. 因此, 线性系统(5), (6)可完全近似原始的非线性系统式(1), (2).

根据分段局部近似线性系统式(5), (6), 新的控制规律为

$$u(t) = \frac{1}{\sum_{i=1}^I \hat{w}_i(t) \sum_{l=1}^L \hat{k}_{i,l}(t) \delta_{i,l} \hat{b}_{i,0}(t) + \sum_{i=1}^I \hat{w}_i(t) \sum_{l=1}^L \hat{k}_{i,l}(t) \delta_{i,l} \left[ \sum_{n=1}^N \hat{a}_{i,n}(t) r(t-n) + \sum_{m=1}^M \hat{b}_{i,m}(t) u(t-m) \right]}. \quad (7)$$

根据局部近似线性系统式(5), (6), 参数估计可利用线性系统参数估计方法获得

$$\hat{W}(t+1) = \hat{W}(t) + \mu e'(t) D(t); \quad (8)$$

$$D(t) = \left[ \hat{d}_{1,l}(t) + \sum_{l=1}^L \hat{k}_{1,l}(t) \delta_{1,l} \hat{x}_1(t), \dots, \hat{d}_{I,l}(t) + \sum_{l=1}^L \hat{k}_{I,l}(t) \delta_{I,l} \hat{x}_I(t), \dots \right]^T; \quad (9)$$

$$\hat{\theta}_i(t+1) = \hat{\theta}_i(t) + \mu e'(t) R_{i,l}(t), \quad i = 1, \dots, I; \quad (10)$$

$$R_{i,l}(t) = \left[ \hat{w}_i(t) \sum_{l=1}^L \hat{k}_{i,l}(t) \delta_{i,l} r(t-1), \dots, \hat{w}_i(t) \sum_{l=1}^L \hat{k}_{i,l}(t) \delta_{i,l} r(t-N), \right. \\ \left. \hat{w}_i(t) \sum_{l=1}^L \hat{k}_{i,l}(t) \delta_{i,l} x(t), \dots, \hat{w}_i(t) \sum_{l=1}^L \hat{k}_{i,l}(t) \delta_{i,l} x(t-M) \right]^T. \quad (11)$$

其中  $e'(t) = r(t) - y(t); \hat{d}_{i,l}(t) = \sum_{l=1}^L [g(\hat{x}_{i,l}) - k_{i,l} \hat{x}_{i,l}] \delta_{i,l};$

$$\hat{\theta}_i(t) = [\hat{a}_{i,1}(t), \dots, \hat{a}_{i,N}(t), \hat{b}_{i,0}(t), \dots, \hat{b}_{i,M}(t)]^T; \hat{W}(t) = [\hat{w}_1(t), \dots, \hat{w}_I(t)]^T.$$

为分析自适应控制算法的收敛性质, 作如下假设:

A. 1) 神经网络系统(1), (2)的阶次  $I, N, M$  为已知.

A. 2) 多项式  $\sum_{i=1}^I w_i(t) \sum_{l=1}^L \hat{k}_{i,l}(t) \delta'_{i,l} \sum_{m=0}^M \hat{b}_{i,m}(t) z^{-m}$  为最小相位多项式.

在满足上假设的条件下, 自适应控制算法(7)和(8)~(11)的收敛性质以一定理形式给出.

**定理1.** 在满足假设 A. 1和 A. 2的情况下, 自适应控制律(7)和(8)~(11)有如下收

敛性质:

1)  $y(t), u(t)$  为有界序列.

2)  $\lim |y(t) - r(t)| < \epsilon(t)$ , 其中  $\epsilon(t)$  依赖于分段局部线性近似区域的大小, 当分段局部线性近似的区域充分小时, 上式中的误差  $\epsilon(t)$  将充分小并趋于零.

根据分段线性近似, 系统(5), (6) 参数估计实际上就是带有充分小干扰的线性系统的参数估计问题. 根据带有充分小干扰的线性系统的参数估计的性质<sup>[3]</sup>, 参数估计(8) — (11) 式必定具有文献[1]中的全局收敛性质. 控制规律(7) 式实际上是线性系统的最小预测误差控制, 在满足假设 A. 1 和 A. 2 的情况下, 根据文献[1]中的证明, 定理1的结论显然成立. 定理1的证明可参考文献[1].

在定理1中, 假设 A. 2 在实际工程中不一定都可以满足. 在不满足该假设时, 控制规律可利用极点配置的方法来设计<sup>[1]</sup>. 在获得真实参数估计后, 可利用本文类似的方法, 设计分段局部线性近似系统的极点配置的控制律. 可以证明, 在满足持续激励的条件下, 上述分段局部线性近似系统参数估计(8) — (11) 收敛于真实参数  $w_i(t), a_{i,n}(t), b_{i,m}(t)$ . 下面对于(1), (2) 描述的非线性系统和(5), (6) 描述的线性系统的持续激励条件作一讨论.

参数估计(8) — (11) 的持续激励条件<sup>[1]</sup> 为矩阵  $\frac{1}{P} \sum_{t'=t-P+1}^t \nabla_y(t') \nabla_y^T(t')$  是正定矩阵, 其中矢量  $\nabla_y(t) = [R_{1,i}^T(t), \dots, R_{I,i}^T(t)]^T$ ,  $P$  为一充分大的正整数.

为确保满足上述持续激励条件, 对期望信号(1) 式作如下假设:

参数  $\theta_i(t) = [a_{i,1}(t), \dots, a_{i,N}(t), b_{i,0}(t), \dots, b_{i,M}(t)]^T$ ,  $i=1, \dots, I$  应是互异的, 即

$\Delta\theta(t) = \min\{\theta_i(t) - \theta_j(t), \quad i \neq j\} \neq 0$ , 而且参数的差异  $\Delta\theta(t)$  将使得满足,

$\Delta x(t) = \min\{x_i(t) - x_j(t), \quad i \neq j\} > \Delta$ , 其中,  $\Delta$  为(3), (4) 式中分割的子集大小.

另外, 我们还需要加入检验是否有  $\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_j(t)$ ,  $i \in \{1, \dots, I\}, j \in \{1, \dots, I\}$  的运算. 若出现, 则应改变梯度计算的参数  $\hat{k}_{i,i}(t)$ , 使得参数估计梯度改变, 从而避免降阶的出现.

## 4 实验结果

实验模型的期望信号取为(1) 式的形式, 其中  $I=3, N=4, M=3$ , 并且参数满足假设 A. 1 和 A. 2. 期望信号取为方波信号, 并假定激励函数的定义域为  $[-1, +1]$ , 在实验中该定义域将被分割为20 个子集.

实验结果示于图1 和图2. 从实验结果可见, 控制算法是可行的, 控制器输出信号可以很好跟踪期望信号, 验证了定理1 的结论.

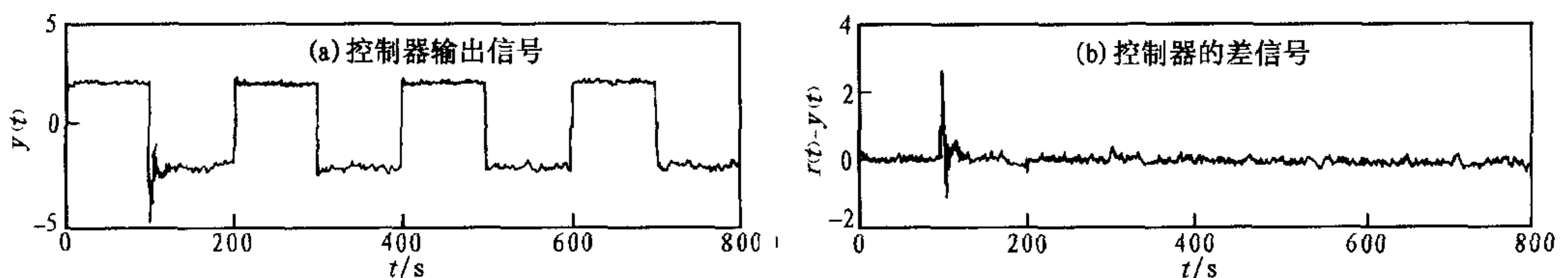


图1 自适应控制实验结果图

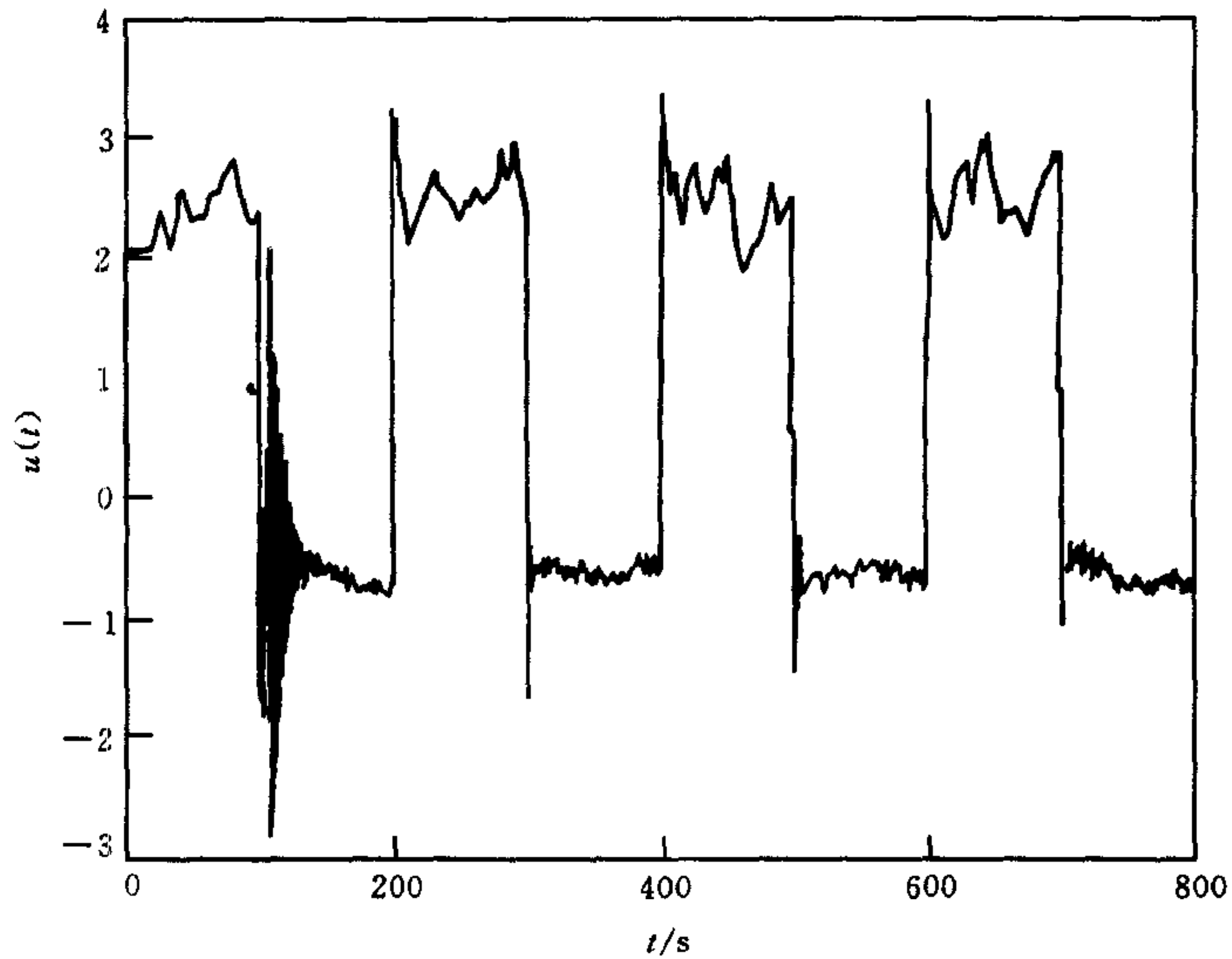


图2 控制器控制输入信号

## 5 结论

本文分析研究了基于神经网络模型的最小预测误差控制器. 利用分段局部线性近似, 将复杂的非线性系统控制问题转化为一系列线性系统的控制问题, 使问题大大简化. 最终利用线性系统控制方法提出了一最小预测误差控制算法. 最后强调, 本文提出的算法仅适应于激励函数为连续函数的情况.

## 参 考 文 献

- 1 Graham C. Goodwin. Adaptive Filtering Prediction and Control. Englewood Cliffs; Prentice-Hall, Inc., 1984
- 2 John L Casti. Nonlinear System Theory. Orlando, London; Academic Press, 1985
- 3 Anderson B D O. Stability of Adaptive Systems; Passivity and Averaging Analysis. Cambridge; The MIT Press, 1986
- 4 Stephen W. Piche. Steepest descent algorithms for neural network controllers and filters. *IEEE Trans. Neural Network*, 1994, 5(2):198—212
- 5 Simon Haykin. Neural Networks. London; Macmillan College Publishing Company, 1994
- 6 Connor J T. Recurrent neural networks and robust time series prediction. *IEEE Trans. Neural Network*, 1994, 5(2):240—253

**戴宪华** 1992年毕业于东南大学, 获博士学位. 1993—1994年华南理工大学通信与电子系博士后流动站工作. 1995年至今, 汕头大学任教. 主要研究领域: 非线性信号处理, 通信系统均衡, 语音信号处理, 自适应控制等.