第25卷 第4期 自 动 化 学 报 Vol. 25, No. 4
1999年7月 ACTA AUTOMATICA SINICA Jul., 1999

短文

具有两级线性辨识结构的极点配置自校正控制器

刘贺平
(北京科技大学自动化系 100083)

摘 要 提出了一种极点配置自校正控制器的设计方法，这种方法用两级线性辨识器可直接获得控制器参数，无需求解 Diophantine 方程，也不需要辨识多余的辅助参数，而且可以消除确定扰动的影响. 由于辨识器具有低阶、线性的特点，因此有较好的收敛性. 文中证明了辨识器的有效性，给出了仿真结果.

关键词 极点配置，自校正控制，辨识，确定性扰动.

DESIGN OF SELF-TUNING POLE PLACEMENT CONTROLLER WITH TWO LEVEL LINEAR IDENTIFICATION STRUCTURE

LIU Heping
(*Department of Automation, Beijing University of Science & Technology, Beijing* 100083)

Abstract This paper develops a new design method of self-tuning pole placement controller. In this method, parameters of the controller can be directly obtained by a two level linear identifier. It is unnecessary to find the solutions of Diophantine Equation and identify the extra auxiliary parameters. At the same time, the effect of deterministic disturbances can be eliminated. The convergence is guaranteed in this method, for the identifier is of low order and linear characteristic. The validation of the identifier is proved and the simulation results are presented.

Key words Pole placement, adaptive control, identify, deterministic disturbances.

1 引言

为了得到实现极点配置的控制参数，在极点配置自校正控制中主要有两种方法. 一种方式是间接方法，先估计过程模型参数，再通过求解 Diophantine 方程得到控制参数[1]. 这

收稿日期 1997-11-27 收到修改稿日期 1999-01-21

一过程需要求解矩阵的逆.求矩阵逆要耗费相当多的时间，而且，当辨识的过程模型含有相近零、极点时，会使计算产生困难.另一种是直接方法，即在辨识中直接获得控制器参数，这种方法的优点是避免了求解 Diophantine 方程，因此，不存在矩阵的求逆过程.但这种方式一般要在辨识的参数中增加辅助参数[2]，使辨识器的阶数增大一倍，参数的收敛速度大为降低.为了降低辨识器的阶，一类积分器型直接方法被提出[3,4]，但为了求辅助参数仍需求解线性方程组.Praly[5]采用两级双线型辨识器估计控制器参数.参数结构是过程模型与控制器多项式相乘的双线性参数形式，重复估计的参数增加很多，而且辨识后需要进行参数的分离计算来得到控制参数.

本文考虑一种用辨识器直接估计控制器参数的极点配置自校正控制的设计方法.这种方法是采用两级线性辨识器来获得控制器参数的，因此不存在分离问题，不需要求任何辅助方程，也不需要估计任何辅助参数，因此辨识器具有最低阶次，算法得到简化，而且可以有效地消除确定扰动的影响.

2　设计问题

考虑单输入单输出系统的极点配制自校正控制的设计问题.其数学模型为

$$\begin{cases}A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + d(t),\\ D(z^{-1})d(t) = 0.\end{cases} \tag{1}$$

上式中 $A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i z^{-i}$;　$B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{m} b_j z^{-j}$;　$z^{-1}y(t) = y(t-1)$;　$u(t), y(t)$ 分别表示 t 时刻系统的输入、输出信号；$d(t)$ 为确定性扰动信号；$D(z^{-1})$ 是 $d(t)$ 的动态特征多项式，次数为 n_D.设 $B(z^{-1})$ 与 $A(z^{-1})D(z^{-1})$ 互质；n, m, d 已知.

为了实现极点配置控制，在过程参数和扰动模型已知时，可采用以下控制律

$$D(z^{-1})L(z^{-1})u(t) = H(z^{-1})y_r(t) - R(z^{-1})y(t). \tag{2}$$

(2)式中 $y_r(t)$ 为参考输入信号；控制多项式 $L(z^{-1})$，$R(z^{-1})$ 应满足下式的 Diophantine 方程

$$A(z^{-1})D(z^{-1})L(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1}) = T(z^{-1}); \tag{3}$$

各多项式的次数限定为 $n_L = m+d-1$，$n_R = n+n_D-1$，$n_T \leqslant n+n_D+n_L$.$T(z^{-1})$ 的零点均位于 z 平面的单位圆内，用来指定系统的闭环极点的位置.$H(z^{-1})$ 为 n_H 次的前置补偿多项式.为实现对参考输入的无静差跟踪，$H(z^{-1})$ 可按下式确定.

$$\begin{cases}z^{-d}B(z^{-1})H(z^{-1}) = T(z^{-1}) - S(z^{-1})M(z^{-1}),\\ M(z^{-1})y_r(t) = 0,\end{cases} \tag{4}$$

$n_H = n_M - 1$，$n_s = \max(m+d-1, n_T - n_M)$，$M(z^{-1})$ 为 $y_r(t)$ 的动态特征多项式.由(1)—(4)式得到的闭环控制系统可实现极点配置控制，而且使得输出对参考输入的跟踪得到保证.

3　控制器参数的估计方法

当参数未知时，(2)式的各多项式需采用适当的估计方法得到.一般的间接法是先辨识出过程模型 $\hat{A}(z^{-1})$，$\hat{B}(z^{-1})$，再解方程(3)求出 $\hat{L}(z^{-1})$，$\hat{R}(z^{-1})$.本文考虑一种不求解

Diophantine 方程,而是利用估计器估计控制参数的方法.为此,需将(1)式表述的模型重新参数化.首先用 $D(z^{-1})$乘(1)式的两边可得到增广 DARMA 模型

$$A(z^{-1})D(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})D(z^{-1})u(t-d). \tag{5}$$

当扰动模型 $D(z^{-1})$已知时,设

$$[y_d(t), u_d(t)] = D(z^{-1})[y(t),\ u(t)],$$

于是,可以将(5)式表示为

$$A(z^{-1})y_d(t) = B(z^{-1})u_d(t), \tag{6}$$

写成辨识方程的形式

$$y_d(t) = \boldsymbol{\Phi}_1^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{\theta}_1, \tag{7}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Phi}_1^{\mathrm{T}}(t-1) = [-y_d(t-1), \cdots, -y_d(t-n), u_d(t-d), \cdots, u_d(t-d-m)], \\ \boldsymbol{\theta}_1^{\mathrm{T}} = [a_1, \cdots, a_n, b_0, \cdots, b_m].\end{cases} \tag{8}$$

扰动模型未知时,令

$$[A^*(z^{-1}), B^*(z^{-1})] = D(z^{-1})[A(z^{-1}), B(z^{-1})], \tag{9}$$

可将(5)式改写成

$$A^*(z^{-1})y(t) = B^*(z^{-1})u(t-d).$$

其辨识方程为

$$y(t) = \boldsymbol{\Phi}_2(t-1)\boldsymbol{\theta}_2, \tag{10}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Phi}_2(t-1) = [-y(t-1), \cdots - y(t-n^*), u(t-d), \cdots u(t-d-m^*)]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{\theta}_2 = [a_1^*, \cdots, a_{n^*}^*, b_0^*, \cdots b_{m^*}^*]^{\mathrm{T}}, n^* = n + n_D, \quad m^* = m + n_D.\end{cases} \tag{11}$$

当扰动的模型参数已知时,可以利用(7),(8)式作为辨识方程,利用适当的辨识方法得到过程模型的估计 $\hat{A}(z^{-1}), \hat{B}(z^{-1})$.当扰动的模型参数未知时,依据(10),(11)式辨识出的参数是将扰动模型以公因式的形式包含在内的.分离后,可分别得到过程模型 $\hat{A}(z^{-1}), \hat{B}(z^{-1})$的参数与扰动模型 $\hat{D}(z^{-1})$的参数[6].

在上述处理的基础之上,可以进一步考虑估计控制器参数的方法.为此,需要构造描述控制参数与观测向量关系的模型.由(3),(5),(9)式可以得到另一种参数形式

$$T(z^{-1})y(t) = z^{-d}B^*(z^{-1})L(z^{-1})u(t) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})y(t).$$

根据(3)式,当 $T(z^{-1})$采用首一多项式形式时,$L(z^{-1})$的首项系数 $l_0=1$,于是可将上式写成

$$T(z^{-1})y(t) - z^{-d}B^*(z^{-1})u(t) = z^{-d}B^*(z^{-1})L'(z^{-1})u(t) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})y(t),$$

其中 $L'(z^{-1})=L(z^{-1})-1$,辨识方程和估计误差为

$$\begin{cases}T(z^{-1})y(t) - z^{-d}B^*(z^{-1})u(t) = \boldsymbol{\Phi}_3^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{\theta}_3, \\ \varepsilon_3(t) = T(z^{-1})y(t) - z^{-d}\hat{B}^*(z^{-1})u(t) - \boldsymbol{\Phi}_3^{\mathrm{T}}(t-1)\hat{\boldsymbol{\theta}}_3(t-1),\end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{\Phi}_3^{\mathrm{T}}(t-d) = [B(z^{-1})y(t-d), \cdots, B(z^{-1})y(t-d-n_R), \\ \qquad\qquad B^*(z^{-1})u(t-d-1), \cdots, B^*(z^{-1})u(t-d-n_L)], \\ \boldsymbol{\theta}_3^{\mathrm{T}} = [r_0, \cdots, r_{n_R}, l_1, \cdots, l_{n_L}],\end{cases} \tag{13}$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_3(t-1)$为 $\boldsymbol{\theta}_3$在 $t-1$时刻的估计值.按照前述方法,在得到 $\hat{B}(z^{-1}), \hat{D}(z^{-1})$或者 $D(z^{-1})$的情况下,在(13)式中用 $\hat{B}(z^{-1})$代替 $B(z^{-1})$,用 $\hat{D}(z^{-1})$代替 $D(z^{-1})$或直接使用$D(z^{-1})$,采

用适当形式的估计器可以估计控制器 $\hat{L}(z^{-1})$和 $\hat{R}(z^{-1})$的参数.

虽然实际应用时在(13)式中是用估计值代替真值来构成观测向量的,但由于估计值 $\hat{B}(z^{-1})$和 $\hat{D}(z^{-1})$可收敛于真值,因此,当 t 充分大时在(13)式中用估计值代替真值具有渐近等价性.

4 自适应控制算法性质

下面分析根据(8),(13)式进行辨识和估计参数是否具备与常规形式相同的可辨识性.

定义1. 由 P 维向量 $\Phi(k)$组成的信号向量集合

$$\{\Phi(k),N\} = \{\Phi(k),\Phi(k+1),\cdots,\Phi(k+N-1)\}, \tag{14}$$

如果存在有界的正整数 N,使得

$$\operatorname{rank}\{\Phi(k),N\} = P, \quad \forall\, k,$$

则称辨识信号向量 $\Phi(k)$具有 P. S. (Persistently Spanning)性[7].

引理1. 对于充分大的正整数 N,任意的多项式 $F(z^{-1})\neq 0$,如果 $F(z^{-1})$不是 $\Phi(k)$的动态多项式,则 $F(z^{-1})\Phi(k)$与 $\Phi(k)$具有相同的 P. S. 性.

证明. 用反证法,设 $\Phi(k)$具有 P. S. 性,则 $\operatorname{rank}\{\Phi(k),N\}=\dim\theta$. 而 $F(z^{-1})\Phi(k)$是非 P. S. 性的,于是 $F(z^{-1})\{\Phi(k),N\}$是行线性相关的,必存在非零向量 α 使得 $\alpha^{T}F(z^{-1})\{\Phi(k),N\}=0$,而 $F(z^{-1})$不是 $\Phi(k)$的动态多项式,$F(z^{-1})\Phi(k+i)\neq 0,\forall\, i,0\leqslant i<N$,可得到 $F(z^{-1})\{\Phi(k),N\}\neq 0$,又由于 $\alpha^{T}F(z^{-1})\neq 0$,故应有 $\alpha^{T}(\Phi(k),N)=0$,这与$\{\Phi(k),N\}$行满秩相矛盾,因此 $\alpha^{T}F(z^{-1})\{\Phi(k),N\}\neq 0$,即 $F(z^{-1})\{\Phi(k),N\}$是行满秩的. 证毕.

定理1. 在扰动存在的情况下,辨识结构(7),(8)是有效的,其可辨识性与无扰动信号时效果相同.

证明. 根据(7),(8)两式及 $y_d(t)$,$u_d(t)$的定义可将(8)式的 $\Phi_1(t-1)$改写成

$$\begin{aligned}\Phi_1(t-1) = & D(z^{-1})[-y(t-1),\cdots,-y(t-n),\\ & u(t-d)\cdots,u(t-d-m)]^{T} = D(z^{-1})\Phi_0(t-1).\end{aligned}$$

$D(z^{-1})$是扰动信号的动态多项式,而不是 $\Phi_0(t-1)$中各元的动态多项式,因此根据引理1,$D(z^{-1})$操作并不改变 $\Phi_0(t-1)$的可辨识性,因此 $\Phi_1(t-1)$与 $\Phi_0(t-1)$具有相同的 P. S. 性. 而 $\Phi_0(t-1)$相当于 $D(z^{-1})=1$,即扰动 $d(t)=0$情况的辨识观测向量. 证毕.

引理2. 设 $A_{1,k}=\prod_{i=1}^{k}A_i$,$A_i\in R^{n_i\times m_i}$,其中 $m_i=n_{i+1}$,若 $n_i\leqslant m_i$,$\operatorname{rank}A_i=n_i$, $\forall\, i,i=1,\cdots,k$,则有

$$\operatorname{rank}A_{1,k} = n_1. \tag{15}$$

证明. 由已知条件知 $k=1$时成立,以下考虑 $k>1$的一般情况. 利用归纳法来证明,首先考虑 $k=2$,即 $A_{1,2}=A_1A_2$的情况. 基于行满秩的先提条件,所以 $\operatorname{rank}A_1=n_1$,$\operatorname{rank}A_2=n_2$,$A_{1,2}\in R^{n_1\times m_2}$,利用 Sylvester 不等式[8]有

$$\operatorname{rank}A_1+\operatorname{rank}A_2-m_1\leqslant\operatorname{rank}A_{1,2}\leqslant\min\{\operatorname{rank}A_1,\operatorname{rank}A_2\}, \tag{16}$$

将给定条件代入可得 $\operatorname{rank}A_{1,2}=n_1$. 其次,假设 $k=j$ 时成立,则有 $\operatorname{rank}A_{1,j}=n_1$,当 $k=j+$

1时 $A_{1,j+1}=\prod_{i=1}^{j+1}A_i=A_{1,j}A_{j+1}\in R^{n_1\times m_{j+1}}$，其中 $A_{1,j}\in R^{n_1\times m_j}$，$A_{j+1}\in R^{n_{j+1}\times m_{j+1}}$. 由假设及给定条件可知，$\mathrm{rank}A_{j+1}=n_{j+1}$，利用(16)式得 $\mathrm{rank}A_{1,j+1}=n_1$. 于是根据归纳法原理得出结论：对于所有 $k\geqslant 1$的正整数(15)式均成立. 证毕.

定理2. 利用(12)，(13)式进行参数估计时，观测向量 $\Phi_3(t-1)$与常规的观测向量

$$\Phi_4^{\mathrm{T}}(t-1)=[-y(t-1),\cdots,-y(t-n^*),u(t-1),\cdots,u(t-d-m^*)]$$

具有相同的 P. S. 性.

证明. 由(13)得

$$\Phi_3^{\mathrm{T}}(t-d)=B(z^{-1})[-y(t-d),\cdots,-y(t-n_R),\\ D(z^{-1})u(t-d-1),\cdots,D(z^{-1})u(t-d-n_L)].$$

将 $\Phi_3(t-d)$用 $\Phi_4(t-1)$表示，并考虑到 $n_R=n^*-1$，$n_L=d+m-1$，则

$$\{\Phi_3(t-d),N\}=z^{-d+1}B(z^{-1})\Omega\{\Phi_4(t-1),N\},\tag{17}$$

式中

$$\Omega=\left[\begin{array}{cccccccccccccc}
1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0\\
0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0\\
\vdots & & \ddots & & & \cdots & \cdots & \cdots & & & & & & \vdots\\
0 & 0 & \cdots 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0\\
0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & d_0 & \cdots & d_{n_D} & 0 & \cdots & \cdots 0 & 0 & \cdots & 0\\
0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & d_0 & \cdots & d_{n_D} & 0 & \cdots 0 & 0 & \cdots & 0\\
\vdots & & \cdots & \cdots & \cdots & & \ddots & & & \ddots & & & & \vdots\\
0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & 0 & d_0 & & \cdots & d_{n_D} & 0 & \cdots & 0
\end{array}\right].\tag{18}$$

$\Omega\in R^{(n^*+d+m-1)\times(n^*+d+m^*)}$且 $n^*+d+m-1<n^*+d+m^*$. 由(18)的结构可知，矩阵 Ω 是行满秩的，$\mathrm{rank}\Omega=n^*+d+m-1$. 若 $\Phi_4(t-1)$具有 P. S. 特性，则 $\mathrm{rank}\{\Phi_4(t-1),N\}=\dim\theta_4=n^*+m^*+d$，在(17)式中利用引理1和引理2可得出

$$\mathrm{rank}\{\Phi_3(t-1),N\}=n^*+d+m-1=\dim\theta_3,$$

即(12)，(13)的辨识器与常规的辨识器具有渐近的等效性. 证毕.

定理3. 本文提出的自适应控制算法将使得控制系统具有以下性质：

1) $|u(t)|,|y(t)|<\infty,\forall\ t$;

2) $\lim\limits_{t\to\infty}[y(t)-y_r(t)]=0$.

证明. 参见参考文献[6].

5 仿真结果

仿真试验采用了以下模型的控制对象

$$(1+1.1z^{-1})y(t)=z^{-1}(1-1.7z^{-1})u(t)+0.1\sin 1.5t.$$

这是一个不稳定的、非最小相位系统，采样时间取 $T=1$，$T(z^{-1})=1-0.6\,z^{-1}$. 利用本文中(7)，(8)，(12)，(13)的算法进行了仿真试验，参考输入为周期方波，结果示于图1中.

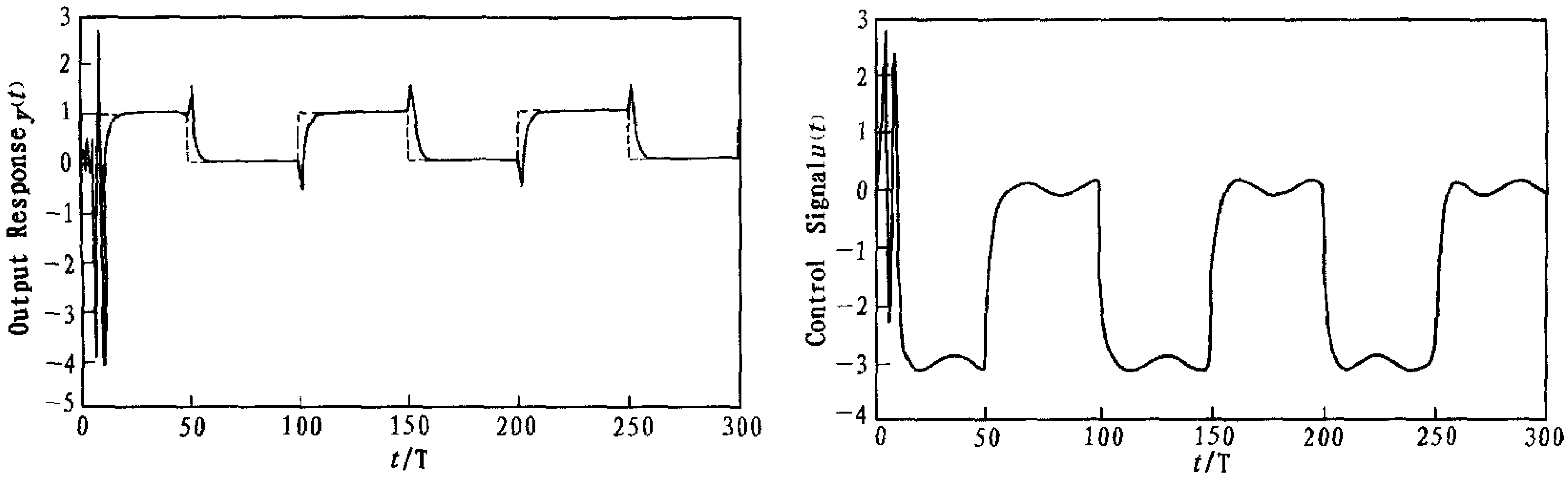

图1　输出信号和控制信号响应过程

6 结论

通过对辨识方程参数结构的重新设计,得到了避免求方程、矩阵逆等运算而直接用低阶、线性化辨识器估计控制参数的极点配置自校正控制算法,与同类方案相比,减少了双线性辨识或增加辅助参数辨识的复杂运算,提高了控制器在线工作的实时性,而且还兼顾了消除确定性扰动的控制性能.文中对辨识器信号向量的 P.S 性进行了分析,表明所设计的辨识器结构与常规辨识器具有相同的可辨识性.需要说明的是本文在被控对象模型中没有引入随机扰动,针对这个问题作者将作进一步的研究工作.

参 考 文 献

1 Goodwin G C, Sin K S. Filtering Prediction and Control. USA:Prentice-Hall Inc,1984

2 Elliott H. Direct adaptive pole placement with application to nonminimum phase systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1982,**AC-27**(3):720—722

3 Kim H. Direct adaptive control with integral action for nonminimum phase systems *IEEE Trans. Autom. Control*, 1982,**AC-32**(2):438—442

4 刘贺平,孙一康.广义积分器型直接极点配置自适应控制.北京科技大学学报,1995,**17**(1):72—76

5 Praly L. Towards a globally stable direct adaptive control scheme for not necessarily minimum phase systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1984,**AC-29**(10):946—949

6 刘贺平,孙一康.抑制未知确定扰动的极点配置自适应控制.自动化学报,1996,**22**(4):401—409

7 Shinaka S, Yanaka K, Suzuki T. A simple order determinination method based on a generalized adaptive law. *Int, J. of Control*, 1985,**41**(4):1037—1050

8 须田　信英著,曹长修译.自动控制中的矩阵理论.北京:科学出版社,1979

刘贺平　1951年生,男.1992年获名古屋工业大学博士学位,1995年完成北京科技大学博士后研究工作,现任北京科技大学副教授.感兴趣的研究领域为自适应控制、预测控制、模糊系统辨识与控制.神经网络在系统辨识和控制中的应用等.