



Sugeno 模糊模型的辨识与控制¹⁾

李少远 王群仙 李焕芝

(河北工业大学自动化系 天津 300130)

陈增强 袁著祉

(南开大学计算机与系统科学系 天津 300071)

摘要 提出了一种新的 Sugeno 模糊模型辨识算法和对非线性系统进行并行化设计的方法。在 Sugeno 模糊模型辨识中,应用模糊聚类方法可将其前提结构和结论参数的辨识分开进行,减少了计算量;对于非线性系统的控制,Sugeno 模糊模型实际上是动态系统的局部线性化,可采用并行设计的方法设计控制器,然后通过模糊推理得到全局控制量。最后通过倒立摆系统的控制说明了本文算法的有效性。

关键词 模糊控制,Sugeno 模糊模型,系统辨识,非线性系统控制.

IDENTIFICATION AND CONTROL BASED ON SUGENO'S FUZZY MODEL

LI Shaoyuan WANG Qunxian LI Huanzhi

(Department of Automation, Hebei University of Technology, Tianjin 300130)

CHEN Zengqiang YUAN Zhuzhi

(Department of Computer and System Science, Nankai University, Tianjin 300071)

Abstract A new identification method of Sugeno's fuzzy model and parallel design for nonlinear system control are presented in this paper. For Sugeno's system identification, it is possible to separate the premise identification from the consequential identification using fuzzy cluster to simplify the calculation. In fact, the Sugeno's fuzzy model is a local linear model of the dynamical nonlinear control system, A parallel design method is proposed, and the total control law can be obtained by fuzzy inference. An inverted pendulum system control example is given to show the effectiveness.

Key words Fuzzy control, Sugeno's fuzzy model, system identification, nonlinear system control.

1) 河北省自然科学基金资助课题(698004).

1 引言

自从六十年代以来,研究者已经提出了许多动态系统的辨识方法,但是,总的来说,系统辨识无论在理论上还是实际应用中,还远没有达到完善的程度,对于非线性时变动态系统的辨识,是实际应用中经常遇到的困难,目前常见的有两种方法:一是用多个线性模型在平衡点附近近似描述非线性系统,这对于有严重非线性的系统如何做到平稳切换,减小系统误差仍然缺乏有效的方法;二是根据被控对象已知的信息,选择与之相近的非线性数学模型,显然有其局限性。Takagi 和 Sugeno 于1985年在文[1]中曾经提出了一种 T-S 模糊模型,后来研究者称之为 Sugeno 模糊模型,它是一种本质非线性模型,宜于表达复杂系统的动态特性,被认为是解决此类问题的一种可行方法。

另外,Sugeno 模糊模型的结论部分采用线性方程式描述,因此便于采用传统的控制策略设计相关的控制器和对控制系统进行分析。

2 Sugeno 模糊模型的辨识

不失一般性,MIMO 系统可以看成是多个 MISO 系统,具有 p 个输入、单个输出的 MISO 系统离散时间模型可以由 n 条模糊规则组成的集合来表示^[1],其中第 i 条模糊规则的形式为

$$\begin{aligned} R^i: \quad & \text{if } x_1 \text{ is } A_1^i, x_2 \text{ is } A_2^i, \dots, x_m \text{ is } A_m^i, \\ & \text{then } y^i = p_0^i + p_1^i x_1 + p_2^i x_2 + \dots + p_m^i x_m. \end{aligned} \quad (1)$$

以往建立 Sugeno 模型,需要前提部分结构、参数和结论部分的参数联合辨识^[1,2],在这种辨识方法中,前提语言变量的划分和参数与结论部分的参数辨识相互影响,建立的模型对特定的数据有较高的精度,但工况的改变又会影响到模糊集合的划分,为此本文提出 Sugeno 模糊模型前提部分和结论部分分开辨识,其基本思想是,根据系统的特征或某种指标,对输入变量先进行模糊聚类,确定前提部分输入变量的隶属度函数分布,在这种划分下,再辨识结论部分的参数。

模糊离散化(Fuzzy Discretization)在以往辨识模糊关系中是常用的方法^[3],首先将输入变量在论域上分为 c 个模糊集合 A_1, A_2, \dots, A_c ,称为参考模糊集合,满足完备性条件

$$\forall x \in \Omega \quad \exists 2 \leq i \leq c \quad \text{s. t.} \quad A_i(x) > 0. \quad (2)$$

设在论域 Ω 中有 c 个参考模糊集合,则任一模糊集合可以用 c 个模糊集合的隶属度表示,即

$$\mu_{A(k)}(A_1, A_2, \dots, A_c) = [\mu_{11}(k), \mu_{21}(k), \dots, \mu_{c1}(k)]^T, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

其中, N 为输入变量数据个数, c 为参考模糊集合的个数,则在 Sugeno 模糊模型中有 $n=c$ 条规则。

按照三角形隶属度函数,关键是确定 c 个模糊集合的中心值 c_i ,可以用模糊聚类的方法确定 c_i ,也可按非线性划分模糊语言变量区间的参数化方法。设有一模糊变量 A ,首先将其论域通过比例因子变换到 $[-1, 1]$ 区间上,在该论域上分成 $N=2n+1$ 个语言变量,取三角形隶属度函数,则第 i 个语言变量的中心点为

$$a_i = \frac{i}{n} r^{n-|i|}, \quad i = -n, -n+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, n-1, n. \quad (4)$$

根据(3)和(4)式, 定义 $\beta_i \triangleq \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i}$, 则系统的输出可以写成

$$y_k = \sum_{i=1}^n \beta_i y_i = \sum_{i=1}^n \beta_i (p_{i0} + p_{i1}x_1 + \dots + p_{im}x_m), \quad (5)$$

其中

$$\begin{cases} \theta = [p_{10}, \dots, p_{n0}, p_{11}, \dots, p_{n1}, p_{1m}, \dots, p_{nm}]^T \in R^{(m+1) \times n}, \\ \phi_k^T = [\beta_1^k, \dots, \beta_n^k, \beta_1^k x_1^k, \dots, \beta_n^k x_1^k, \dots, \beta_1^k x_m^k, \dots, \beta_n^k x_m^k], \\ y[y_1, y_2, \dots, y_N]^T. \end{cases} \quad (6)$$

将(6)式简记为

$$\theta \triangleq [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r], \quad \phi_k^T \triangleq [f_{1k}, f_{2k}, \dots, f_{rk}], \quad r = (m+1) \times n. \quad (7)$$

(5)可写成 $y_k = \sum_{i=1}^r f_{ik} \theta_i$, $i = 1, 2, \dots, r$, $k = 1, 2, \dots, N$, r 是被辨识参数的个数, N 为样本个数. 根据文献[4], 此式转化为 $y_k = \sum_{i=1}^r w_{ik} \theta_i$, 其中 w_{ik} 是一组正交基, 可按下述公式计算:

$$\begin{cases} w_{1k} = f_{1k}, \\ w_{hk} = f_{hk} - \sum_{i=1}^{h-1} \alpha_{ih} w_{ik}, \end{cases} \quad \alpha_{ih} = \frac{\sum_{k=1}^N w_{ik} f_{hk}}{\sum_{k=1}^N w_{ik}}, \quad i < h, h = 2, 3, \dots, r. \quad (8)$$

则被辨识参数 θ_i 由下式给出:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_r = \hat{g}_r, \\ \hat{\theta}_i = \hat{g}_i - \sum_{j=j+1}^r \alpha_{ij} \hat{\theta}_j, \quad i = r-1, r-2, \dots, 1. \end{cases} \quad (9)$$

3 基于 Sugeno 模糊模型的控制

张化光等在文献[5]中由 Sugeno 模糊模型的辨识过程将(1)~(4)式通过模糊模型的等价转换, 将局部模型参数转换成全局模型参数, 得到全局系统的 CARIMA 模型, 再用广义预测控制算法设计控制器, 这种算法最终仍是线性系统的建模和控制.

Sugeno 模糊模型的本质是将全局非线性系统通过模糊划分建立多个简单的线性关系, 对多个模型的输出再进行模糊推理和判决, 可以表示复杂的非线性关系. 对于控制问题, 可以采用同样的思想, 根据 Sugeno 模糊模型的辨识过程, 得到 n 个局部线性子系统的 CARIMA 模型(对应 n 条规则), n 个简单的模型分别按 GPC 算法设计控制器, 最后总的控制量为 n 个子控制器的加权平均. GPC 算法具体设计步骤可参考有关文献[6].

由于 Sugeno 模糊模型可以任意精度逼近连续的非线性系统, 因而这种多个简单线性系统控制器通过模糊推理得到的全局控制器, 可以控制非线性系统. 当然, 在子控制器的设计中, 可以采用任意的现有的线性控制理论的方法, 可以根据子模型的特点灵活使

用,最后通过模糊推理得到整个系统的控制器,显示了良好的全局控制性能和设计方法的灵活性,但对于全局系统的稳定性仍需进一步证明.

4 仿真结果

单杆倒立摆的数学模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - amLx_2^2 \cos x_1 \sin x_1 - au \cos x_1}{L(\frac{4}{3} - am \cos^2 x_1)} \end{cases}$$

根据本文的辨识方法倒立摆的特性可用 Sugeno 的两条规则表示

R^1 : if x_1 在 0° 附近, then $\dot{x} = A_1 x + B_1 u$.

R^2 : if x_1 在 $\pm \frac{\pi}{2}$ 附近, then $\dot{x} = A_2 x + B_2 u$.

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{\frac{4L}{3} - amL} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a}{\frac{4L}{3} - amL} \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{\pi(\frac{4L}{3} - amL\beta^2)} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a\beta}{\frac{4L}{3} - amL\beta^2} \end{bmatrix}, \beta = \cos(88^\circ).$$

其隶属度函数如图1所示,在本例中,给出倒立摆的初始位置为 60° ,系统的控制结果如图2所示.

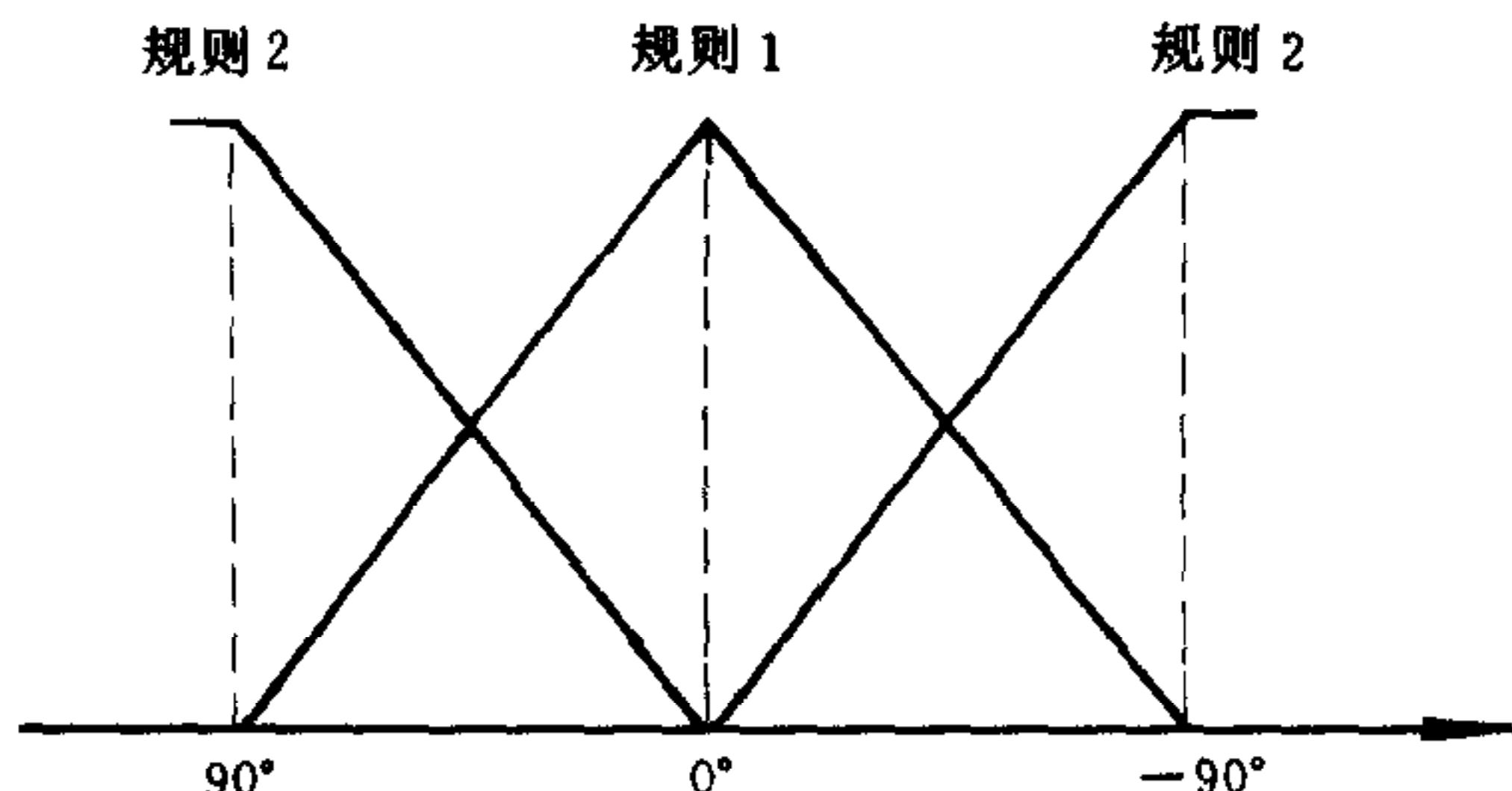


图1 隶属度函数

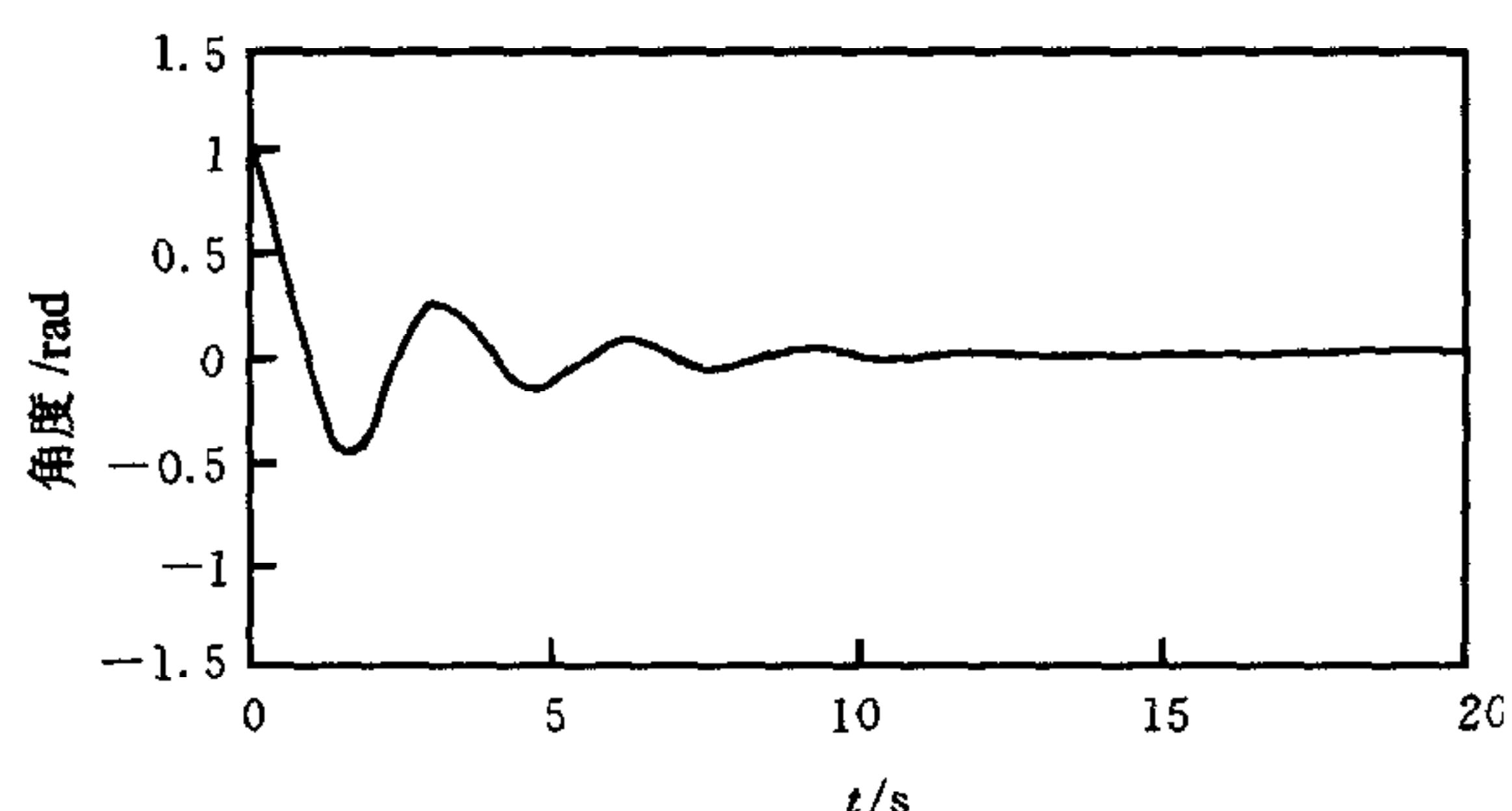


图2 倒立摆角度的仿真结果

5 结束语

对于非线性系统控制,模糊推理是一种行之有效的方法,Sugeno 模型实际上是对非线性动态过程的局部线性化表示,根据这些局部线性化模型可采用线性控制理论的方法分别设计控制器,最后通过模糊推理得到各控制器的加权平均,使各控制器之间得到平滑

切换,是解决非线性系统控制问题的一个重要方向.

参 考 文 献

- 1 Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Trans. on SMC*, 1985, **15**(1):116—132
- 2 Sugeno M, Yasukawa T. A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1993, **1**(1):7—31
- 3 Xu C W, Lu Y Z. Fuzzy model identification and self-learning for dynamic systems. *IEEE Trans. on SMC*, 1987, **17**(4):683—689
- 4 Billings S A. Identification of nonlinear output-affine systems using an orthogonal least-squares algorithm. *Int. J. Control*, 1988, **19**:1559—1568
- 5 张化光,吕剑虹,陈来九.模糊广义预测控制及其应用.自动化学报,1993, **19**(1):9—17
- 6 Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control. Part 1: the basic algorithm; Part 2: extension and interpretations. *Automatica*, 1987, **23**(1):137—160

李少远 男 1965年生,河北工业大学自动化系副教授,1997年在南开大学计算机与系统科学系获博士学位,现在上海交通大学自动化研究所做博士后研究工作.研究方向为:模糊智能控制,自适应预测控制及工程应用等.

王群仙 女 1969年生,1998年在南开大学计算机与系统科学系获得博士学位,现在河北工业大学自动化系任教,研究方向为:预测控制,智能控制等.