第25卷 第5期 自 动 化 学 报 Vol. 25, No. 5
1999年9月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sep., 1999

研究简报

带有初始误差修正的迭代学习控制

黄宝健 孙明轩 张学智
（西安工业学院电子系 西安 710032）

关键词 初始条件，迭代学习控制，收敛性.

ITERATIVE LEARNING CONTROL ALGORITHMS WITH INITIAL UPDATE ACTION

HUANG Baojian SUN Mingxuan ZHANG Xuezhi
(*Department of Electronics, Xi'an Institute of Technology, Xi'an* 710032)

Key words Initial condition, iterative learning control, convergence.

1 引言

在利用迭代学习算法设计控制器时，为了保证算法的收敛性，常对系统的初态限定一定的条件，这就是所谓的初始条件问题. 目前发表的文献大都要求迭代初态严格重复期望初态[1-5]. 然而，实际的重复定位操作往往会引起迭代初态相对于期望初态的偏移. 在很多情况下期望初态是未知的，而系统初态也是固定的. 本文研究在迭代初态任意固定的情况下迭代学习控制问题，提出了带有初始误差修正的迭代学习算法，讨论了这种算法的收敛性，给出了算法的极限轨迹.

2 主要结果

考虑一类非线性系统

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t)) + B(\boldsymbol{x}(t))\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(t)), \end{cases} \tag{1}$$

其中 $t \in [0,T]$，$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \in R^n$，$B(\boldsymbol{x}) \in R^{n\times r}$，$\boldsymbol{y}, \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \in R^m$，$\boldsymbol{u} \in R^r$. 对于该系统，作如下假定：$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$关于 $\boldsymbol{x}$ 的导数 $\boldsymbol{g}_x(\boldsymbol{x})$存在；$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$，$\boldsymbol{g}_x(\boldsymbol{x})$，$B(\boldsymbol{x})$关于 $\boldsymbol{x}$ 满足全局一致 Lipschitz 条件，即对于 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2 \in R^n$，$\|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_1) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_2)\| \leqslant k_f \|\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2\|$，$\|h(\boldsymbol{x}_1) - h(\boldsymbol{x}_2)\| \leqslant k_h \|\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2\|$，$h \in \{B,$

收稿日期 1997-03-28 收修改稿日期 1998-09-28

$g_x\}$;$B(x)$,$g_x(x)$有界:$\|B(x)\| \leqslant M_1$,$\|g_x(x)\| \leqslant M_2$.

对该系统采用如下形式的学习律:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma(y_k(t))\dot{e}_k(t) + \theta_h(t)\Gamma(y_k(t))e_k(0), \tag{2}$$

其中 $t \in [0,T]$,$e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$,$\Gamma(y(t))$为学习增益矩阵,满足$\|\Gamma(y(t))\| \leqslant \gamma$,而

$$\theta_h(t) = \begin{cases} \dfrac{2}{h}\left(1 - \dfrac{t}{h}\right), & 0 \leqslant t < h, \\ 0, & h \leqslant t \leqslant T, \end{cases} \tag{3}$$

称为“初始修正函数”.

定理1. 对于由式(1)所描述的系统及学习律(2),如果满足

c1)　$\|I - \Gamma(g(x))g_x(x)B(x)\| \leqslant \rho < 1, x \in R^n$;

c2)　$x_k(0) = x^0, k = 0,1,2,\cdots$,

则当 $k \to \infty$时 $y_k(t)$在$[0,T]$上的极限轨迹为

$$y_d^*(t) = \begin{cases} y_d(t) + \displaystyle\int_h^t \theta_h(\tau)\mathrm{d}\tau(y_d(0) - g(x^0)), & 0 \leqslant t < h, \\ y_d(t), & h \leqslant t \leqslant T, \end{cases} \tag{4}$$

即当 $k \to \infty$时 $y_k(t)$在$[h,T]$上一致收敛于 $y_d(t)$.

证明. 令 $e_k^*(t) = y_d^*(t) - y_k(t)$. 由式(4)知,$y_d^*(0) = g(x^0)$,因此,$e_k^*(0) = y_d^*(0) - y_k(0) = 0$,$y_d^*(h) = y_d(h)$,$\dot{y}_d^*(h) = \dot{y}_d(h)$. 取一控制输入 $u_d^*(t)$,使系统初态位于 x^0的输出轨迹为 $y_d^*(t)$. 记 $\Delta u_k^* = u_d^* - u_k$,$e_k^* = y_d^* - y_k$. 于是由式(2)当$0 \leqslant t < h$ 时

$$\begin{aligned} \Delta u_{k+1}^*(t) = &\Delta u_k^*(t) - \Gamma(y_k(t))\dot{e}_k(t) - \theta_h(t)\Gamma(y_k(t))e_k(0) = \\ &\Delta u_k^*(t) - \Gamma(y_k(t))\dot{e}_k^*(t) - \theta_h(t)\Gamma(y_k(t))e_k^*(0) - \\ &\Gamma(y_k(t))(\dot{y}_d(t) - \dot{y}_d^*(t)) - \\ &\theta_h(t)\Gamma(y_k(t))(y_d(0) - y_d^*(0)) = \\ &\Delta u_k^*(t) - \Gamma(y_k(t))\dot{e}_k^*(t). \end{aligned} \tag{5}$$

当 $h \leqslant t \leqslant T$ 时,由于 $y_d^*(t) = y_d(t)$,即 $e_k^*(t) = e_k(t)$,而 $\theta_h(t) = 0$,故式(5)也成立,即式(5)对任何 $t \in [0,T]$均成立. 由此可证定理1的结论.

3　结论

文中所提出的学习算法适用于存在初态偏移的学习控制系统,定理1的条件放松了对迭代初态的要求. 函数 $\theta_h(t)$的引入可以实现在区间$[h,T]$上对期望轨迹的完全跟踪,这表明此种学习算法对于克服初态偏移的影响是十分有效的,但 h 过小会产生较大的控制量. 文中的结果包含了迭代初态严格重复时的有关结论.

参 考 文 献

1　Ahn H S, Choi C H. Iterative learning control for linear systems with a periodic disturbance. *Electronics Letters*, 1990, **26**(18):1542—1554

2　Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of dynamic systems by learning: A new control theory for servomechanism or mechatronics systems. In: Proc. of 23rd IEEE Conf. on Decision and Control. Las Vegas, NV, 1984, 1064—1069.

3 Ortega J M, Rheinboldt W C. Iterative Solution of Nonlinear Equations in Severial Variables. Academic Press, 1970

4 Poter B, Mohamed S S. Iterative learning control of partially irregular mutivariable plants with initial state shifting. *Int. J. Systems Sci.*, 1991, **22**(2):229—235

5 Sugie T, Ono T. An iterative learning control law for dynamic systems. *Automatica*, 1991, **27**(4):729—732

黄宝健 男,1961年12月生. 硕士,副教授. 研究领域:几何函数论,迭代学习控制.

孙明轩 男,1961年6月生. 硕士,副教授. 研究领域:迭代学习控制,最优控制,计算机仿真.

(上接第639页)

5. 参考文献按文中出现的先后次序排列,文献如为期刊,按[编号],作者(姓在前如 Wiener. L. N. Kalman. R. E. and Wang, H. 等),文章题目,期刊名(外文可根据国际惯例使用缩写词),卷号(年份),期号,页码顺序编排。文献如为图书,则按[编号],作者(姓在前),书名,版次(初版不写),出版者,地点,年份,页码顺序排列。文中未引用的文献不得列入参考文献栏目。

6. 文末附英文文摘。文摘包括英文标题、作者姓名和工作单位、文章摘要、关键调整(和中文文摘一致)。论文文摘一般不超过250词,短文150词左右。

7. 来稿务必用16开20×20标准绿格稿纸誊写清楚。打印稿亦应按此规格每页打400字。外文摘要及外文参考文献请间行打字。

六、作者必须对稿件内容的真实性和可靠性负责。

七、本编辑部在收稿后一周内通知作者,并在稿件修订过程中与作者保持联系。如果作者在来稿中不作特殊说明,编辑部将只与第一作者联系。

八、已被本刊接受发表的稿件,按审查意见和"作者加工稿件须知"修改后一式两份寄编辑部。其中按论文类发表的稿件尚需附所有作者的近照(按护照规格)和120字的作者简介。

九、来稿刊登与否由编委会最后审定。编委会有权对来稿作适当文字删改或退请作者修改。来稿一经发表,按篇酌致稿费,并赠送30本抽印本。经审查后不拟刊登的文稿,一般情况在半年内退还。

十、来稿(一式两份)请寄北京市中关村中国科学院自动化研究所转《自动化学报》编辑部,邮政编码100080。