第25卷 第5期 自 动 化 学 报 Vol. 25, No. 5
1999年9月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sep., 1999

离散 Hopfield 双向联想记忆神经网络的稳定性分析

金 聪

(湖北大学数学与计算机科学学院 武汉 430062)

摘 要 首先将离散 Hopfield 双向联想记忆神经网络转化成一个特殊的离散 Hopfield 网络模型. 在此基础上,对离散 Hopfield 双向联想记忆神经网络的全局渐近稳定性和全局指数稳定性进行了新的分析. 证明了神经网络连接权矩阵在给定的约束条件下有唯一的而且是渐近稳定的平衡点. 利用 Lyapunov 方程正对角解的存在性得到了几个判定平衡点为全局渐近稳定和全局指数稳定的充分条件. 这些条件可以用于设计全局渐近稳定和全局指数稳定的神经网络. 所做的分析扩展了以前的稳定性结果.

关键词 神经网络,双向联想记忆(BAM),稳定性.

STABILITY ANALYSIS OF DISCRETE-TIME HOPFIELD BAM NEURAL NETWORKS

JIN Cong

(*College of Mathematics and Computer Science, Hubei University, Wuhan* 430062)

Abstract In this paper, we consider the that discrete-time Hopfield bidirectional associative memory(BAM) neural networks as a special Hopfield network model. We present a novel globally asymptotical stability and globally exponential stability analysis of the equilibrium points for discrete-time Hopfield BAM neural networks. A constraint on the connection matrix has been found under which the neural network has a unique and asymptotically stable equilibrium point. Some sufficient conditions for the globally asymptotical stability and globally exponential stability of equilibrium points are derived using the existence of the positive diagonal solutions of the Lyapunov equations. These conditions can be used to design globally asymptoticaliy stable and globally exponentially stable networks. Analysis in this paper extends the previously known stability results.

Key words Neural networks, bidirectional associative memory (BAM), stability.

收稿日期 1997-10-20 收修改稿日期 1998-08-13

1 引言

双向联想记忆(BAM)模型是一种常用的神经网络,具有信息记忆和信息联想的特点.由于信息的分布式存储,网络能够从一个不完整的或模糊的模式中联想出存储在记忆中的某个完整的清晰的模式.1987年 B. Kosko 将单层单向联想记忆网络推广到一种双向双层结构,即双向联想记忆(BAM)网络[1].从那时起,人们对离散型 BAM 网络做了大量的研究,得到了很多有意义的结果.在以往的讨论中有一个共同特点,其神经网络的 I/O 函数均为阈值型函数,这对于直接用软件或专用硬件实现有一定的困难.与以往的讨论不同,本文中所讨论的离散型 Hopfield 双向联想记忆神经网络其 I/O 函数使用的是 S 型函数.在此基础上,利用 Lyapunov 函数方法分析了离散型 Hopfield 双向联想记忆网络的全局渐近稳定性和全局指数稳定性,得到了保证网络平衡点为全局渐近稳定和全局指数稳定的充分条件.利用这些条件,可以设计出满足要求的离散型 Hopfield BAM 神经网络.

2 网络模型描述和平衡态的存在性

连续型 BAM 可用如下非线性微分方程来描述

$$\dot{\boldsymbol{x}} = -A\boldsymbol{x} + Wf(\boldsymbol{y}) + \boldsymbol{i}, \tag{1a}$$

$$\dot{\boldsymbol{y}} = -B\boldsymbol{y} + Vg(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{j}, \tag{1b}$$

其中 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}\in R^n$;$\boldsymbol{y}=(y_1,y_2,\cdots,y_m)^{\mathrm{T}}\in R^m$;$f(\boldsymbol{y})=(f_1(y_1),f_2(y_2),\cdots,f_m(y_m))^{\mathrm{T}}$;$g(\boldsymbol{x})=(g_1(x_1),g_2(x_2),\cdots,g_n(x_n))^{\mathrm{T}}$. f_i,g_i 是 $R\to R$ 连续可微单调递增 S 型函数,且 $f_i(0)=g_i(0)=0$,$\boldsymbol{i}=(i_1,i_2,\cdots,i_n)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{j}=(j_1,j_2,\cdots,j_m)^{\mathrm{T}}$,$i_i,j_i$ 表示外界恒定的输入. W,V 分别是 $n\times m,m\times n$ 的实矩阵;$A=\mathrm{diag}(a_1,a_2,\cdots,a_n)>0$;$B=\mathrm{diag}(b_1,b_2,\cdots,b_m)>0$.

式(1a)可等价地写成

$$\dot{x}_i = -a_ix_i + \sum_{j=1}^{m} w_{ij}f_j(y_j) + i_i,\quad 1\leqslant i\leqslant n.$$

利用 Euler 法则有

$$\dot{x}_i(k) \approx \frac{x_i((k+1)T) - x_i(kT)}{T},\quad kT\leqslant t\leqslant (k+1)T, \tag{2}$$

其中 T 为采样周期,当 $T\to 0$时,即为准确值.将上式代入式(1a)可得

$$\frac{x_i((k+1)T) - x_i(kT)}{T} = -a_ix_i(kT) + \sum_{j=1}^{m} w_{ij}f_j(y_j(kT)) + i_i, 1\leqslant i\leqslant n. \tag{2a}$$

因此

$$x_i(k+1) = (1-a_iT)x_i(k) + \sum_{j=1}^{m} w_{ij}f_j(y_j(k)) + i_i, \tag{2b}$$

即

$$x_i(k+1) = a'_ix_i(k) + \sum_{j=1}^{m} w_{ij}f_j(y_j(k)) + i_i, 1\leqslant i\leqslant n, \tag{3a}$$

其中 $a'_i=1-a_iT$,$x_i(k)=\frac{1}{T}x_i(kT)$,$f_j(y_j(k))=f_j(y_j(kT))$.

同理可得

$$y_i(k+1)=b'_iy_i(k)+\sum_{j=1}^{m} v_{ij}g_j(x_j(k))+j_i, 1\leqslant i\leqslant m. \tag{3b}$$

显而易见(3a),(3b)构成的离散 BAM 模型与一般的离散 BAM 模型不同. 一般的离散 BAM 模型其 I/O 函数是阈值型的,而(3a),(3b)中的 I/O 函数却是 S 型函数. 又因该两式以同步模式工作,所以它们优于一般的离散 BAM 模型,其设计也可保证对存储模式的稳定性和吸引性.

令 $\mu=(x_1,x_2,\cdots x_n,y_1,y_2,\cdots,y_m)^{\mathrm{T}}\in R^{n\times m}$, $v=F(\mu)=(g_1(x_1),\cdots,g_n(x_n),f_1(y_1),\cdots,f_m(y_m))^{\mathrm{T}}$,则(3a),(3b)可写成

$$\mu(k+1)=R\mu(k)+UF(\mu(k))+\boldsymbol{h}, \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{h}=(i_1,\cdots,i_n,j_1,\cdots,j_m)^{\mathrm{T}}$, $R=\mathrm{diag}(a'_1,a'_2,\cdots,a'_n,b'_1,\cdots,b'_m)=\mathrm{diag}(A',B')$, $U=\begin{pmatrix}0 & W\\ V & 0\end{pmatrix}$. 文中取 $0<T<\min\{\frac{2}{a_1},\frac{2}{a_2},\cdots,\frac{2}{a_n},\frac{2}{b_1},\frac{2}{b_2},\cdots,\frac{2}{b_m}\}$,则可使 $R=(\gamma_{ij})_{(n+m)\times(n+m)}$ 中的 $|\gamma_{ij}|<1$. $F_i(\mu)$均取双曲正切函数. 不难证明有如下性质:

$$\mu_i>0 \text{ 时有 } 0<F_i(\mu_i)\leqslant\mu_i, \tag{5}$$
$$\mu_i<0 \text{ 时有 } \mu_i\leqslant F_i(\mu_i)<0.$$

由式(4)可见,离散 Hopfield BAM 神经网络可以看成一个具有连接矩阵 U 的特殊的离散 Hopfield 网络模型. 因此,两个模型可以统一对待. 离散 Hopfield 网络模型的大部分结论都可以推广到离散 Hopfield BAM 模型. 为方便起见,仍记 a为 a_i, b'_i 为 b_i, A' 为 A, B' 为 B.

给系统(4)一个初态 $\mu(0)$,(4)的解为

$$\mu(k)=R^k\mu(0)+\sum_{i=1}^{k-1}R^{k-(i+1)}UF(\mu(i))+\boldsymbol{h}.$$

即当$1\leqslant j\leqslant n$ 时

$$\mu_j(k)=a_j^k\mu(0)+\sum_{i=1}^{k-1}a_j^{k-(i+1)}\sum_{l=1}^{m}w_{jl}f_l(y_l(i))+i_j; \tag{6a}$$

当 $n+1\leqslant j\leqslant n+m$ 时

$$\mu_j(k)=b_j^k\mu(0)+\sum_{i=1}^{k-1}b_j^{k-(i+1)}\sum_{l=1}^{n}v_{jl}g_l(x_l(i))+j_j, \tag{6b}$$

系统(4)的平衡点必满足 $\mu(k+1)=\mu(k)$. 因此,由(6a)有

$$a_j^{k+1}\mu(0)+\sum_{i=1}^{k}a_j^{k-i}\sum_{l=1}^{m}w_{jl}f_l(y_l(i))=a_j^k\mu(0)+\sum_{i=1}^{k-1}a_j^{k-(i+1)}\sum_{l=1}^{m}w_{jl}f_l(y_l(i)).$$

整理可得 $$\mu_j(k)=i_j+(1-a_j)^{-1}\sum_{l=1}^{m}w_{jl}f_l(y_l(k)),1\leqslant j\leqslant n,$$

同理可得 $$\mu_j(k)=j_j+(1-b_j)^{-1}\sum_{l=1}^{n}v_{jl}g_l(x_l(k)),n+1\leqslant j\leqslant n+m,$$

上两式写成矩阵形式即为

$$\mu(k)=\boldsymbol{h}+(E-R)^{-1}UF(\mu(k))\triangleq G(\mu). \tag{7}$$

综上系统(4)的平衡点恰是映射 $G(\mu)$的不动点. 反之亦然. 对任意的 $\boldsymbol{h}\in R^{n+m}$,记

$$D=\{\mu:|\mu-\boldsymbol{h}|\leqslant\frac{n+m}{1-\alpha}\|U\|\},$$

其中 $\alpha=\max\{|\gamma_{ii}|\}$. 对向量 $\boldsymbol{x}\in R^n$,取 $|\boldsymbol{x}|=\sum_{i=1}^{n}|x_i|$;对矩阵 $M=(m_{ij})_{n\times m}$,取 $\|M\|=$

$\max\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\sum\limits_{i=1}^{n}|m_{ij}|$.

因为对任意 $\mu\in D$ 有

$$|G(\mu)-\boldsymbol{h}|=|(E-R)^{-1}UF(\mu)|\leqslant\|(E-R)^{-1}\|\cdot\|U\|\cdot|F(\mu)|\leqslant\frac{n+m}{1-\alpha}\|U\|.$$

所以 $G(\mu)$是 $D\rightarrow D$ 的连续映射. 易知 D 是凸闭有界集，由 Brouwer's 不动点定理知，$G(\mu)$对于任意连接矩阵 U 在 D 中至少存在一个不动点.

记 $\mu_{\max}$为连接矩阵 U 的最大特征值. 现有如下定理：

定理1. 若 $\mu_{\max}<1-\gamma_{ii}$，$1\leqslant i\leqslant n+m$，则映射 $G(\mu)$有唯一不动点.

证明. 任取一点 $\mu_0\in D$. 由文献[2]知 $H(\mu,t)=(1-t)(\mu-\mu_0)+t(\mu-G(\mu))$是从 $\mu-\mu_0$到 $\mu-G(\mu)$的一个同伦映射，其中 $\mu\in D$，且$0\leqslant t\leqslant 1$. 定义

$$H'_{\mu}(\mu,t)=\left(\frac{\partial H_i(\mu,t)}{\partial\mu_j}\right)_{(n+m)\times(n+m)}$$

是同伦映射的导数，则有

$$H'_{\mu}(\mu,t)=\begin{cases}1-\dfrac{t}{1-\gamma_{ii}}U_{ii}F'_{\mu}(\mu_i),j=i,\\ -\dfrac{t}{1-\gamma_{ii}}U_{ij}F'_{j}(\mu_j),j\neq i.\end{cases}$$

因此，$H'_{\mu}(\mu,t)=E-\frac{t}{1-\gamma_{ii}}U_{ij}F'_{j}(\mu_j)$. 注意到$1-\gamma_{ii}>0$，$0<F'_{i}(\mu_i)\leqslant 1$，则该矩阵经过初等变换可以化成如下矩阵：

$$U-\mathrm{diag}\left(\frac{1-\gamma_{11}}{tF'_{1}(\mu_1)},\frac{1-\gamma_{22}}{tF'_{2}(\mu_2)},\cdots,\frac{1-\gamma_{n+m,n+m}}{tF'_{n+m}(\mu_{n+m})}\right),$$

记此矩阵为 $\Lambda(\mu,t)$，$\Lambda(\mu,t)$与 $H'_{\mu}(\mu,t)$有相同的秩. 对任意 $\boldsymbol{z}=(z_1,z_2,\cdots,z_{n+m})^{\mathrm{T}}\in R^{n+m}\backslash\{0\}$，可推知

$$\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\Lambda(\mu,t)\boldsymbol{z}\leqslant\mu_{\max}\sum_{i=1}^{n+m}z_i^2-\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{n+m}\frac{1-\gamma_{ii}}{F'_{i}(\mu_i)}z_i^2\leqslant\sum_{i=1}^{n+m}\left(\mu_{\max}-\frac{1-\gamma_{ii}}{tF'_{i}(\mu_i)}\right)z_i^2\leqslant\sum_{i=1}^{n+m}(\mu_{\max}-(1-\gamma_{ii}))z_i^2<0.$$

因此当$0<t\leqslant 1$时，$\det(\Lambda(\mu,t))\neq 0$，从而 $\det(H'_{\mu}(\mu,t))\neq 0$. 当 $t=0$时，由 $H'_{\mu}(\mu,t)$的表达式知 $H'_{\mu}(\mu,0)=E$. 综合以上知，当$0\leqslant t\leqslant 1$时，总有

$$\det(H'_{\mu}(\mu,t))\neq 0,(\mu\in D,0\leqslant t\leqslant 1),\tag{8}$$

即 $H'_{\mu}(\mu,t)$是满秩的. 由文献[3]中第三章定理3.2.3及定理3.4.1知，映射 $\mu-\mu_0$与 $\mu-G(\mu)$的映射度均为1. 因此若映射 $G(\mu)$有多于一个不动点必至少有三个不动点. 其中一个不动点在以 μ_0为起点的同伦 H 的道路上，而其余不动点中，必存在两个不动点 μ_1^0,μ_2^0使得两点$(\mu_1^0,1)$，$(\mu_2^0,1)$在同伦 H 的同一条道路上. 但它们的符号相反，即

$$\det(H'_{\mu}(\mu_1^0,1))\det(H'_{\mu}(\mu_2^0,1))<0.$$

于是，在连接$(\mu^0,1)$，$(\mu^0,1)$的道路上必存在一点$(\bar{\mu},\bar{t})$使得 $\det(H'_{\mu}(\bar{\mu},\bar{t}))=0$，而这与式(8)矛盾. 由此获知映射 $G(\mu)$只有一个不动点.

由定理1可推知系统(4)只有一个平衡点. 设 $\mu^*=(\mu_1^*,\mu_2^*,\cdots,\mu_{n+m}^*)^{\mathrm{T}}$ 是系统(4)的唯

一平衡点. 记 $z=(z_1,z_2,\cdots,z_{n+m})^{\mathrm T}=(\mu_1-\mu_1^*,\mu_2-\mu_2^*,\cdots,\mu_{n+m}-\mu_{n+m}^*)^{\mathrm T}$,代入(4)式中得

$$z(k+1)=Rz(k)+U(F(\mu(k))-F(\mu^*(k)))=Rz(k)+Us(z(k)),\tag{9}$$

其中 $s:R^{n+m}\rightarrow R^{n+m}$ 且

$$s(z)=\begin{pmatrix}s_1(z_1)\\ s_2(z_2)\\ \vdots\\ s_{n+m}(z_{n+m})\end{pmatrix}\triangleq\begin{pmatrix}g_1(z_1+\mu_1^*)-g_1(\mu_1^*)\\ \vdots\\ g_n(z_n+\mu_n^*)-g_n(\mu_n^*)\\ f_1(z_{n+1}+\mu_{n+1}^*)-f_1(\mu_{n+1}^*)\\ \vdots\\ f_m(z_{n+m}+\mu_{n+m}^*)-f_m(\mu_{n+m}^*)\end{pmatrix}$$

满足 $s(0)=0$. 因此 $z=0$ 是系统(9)的唯一平衡点.

3 稳定性分析

定义1. 如果系统(9)的唯一平衡点在 Lyapunov 意义下是全局渐近稳定的,则称此系统是全局渐近稳定的.

定义2. 如果存在两个正数 $c_1>0,c_2>0$,使得对于任意初态 $z(0)\in R^{n+m}$ 有

$$|z(k)-z^*|\leqslant c_1|z(0)|\exp(-c_2k),k\geqslant 0,$$

则称系统(9)全局指数稳定. 其中 z^* 为系统(9)的平衡点.

定理2. 对于系统(9),如果存在一个数 $\beta>0$,一个正对角矩阵 $P=\mathrm{diag}(p_1,p_2,\cdots,p_{n+m})>0$ 及正定矩阵 $Q>0$ 使得如下两条件成立:

1) $|\gamma_{ii}|\leqslant\frac{1}{\sqrt{1+\beta}},1\leqslant i\leqslant n+m$;

2) $((1+\beta)RPR-P)+(1+\frac{1}{\beta})U^{\mathrm T}PU=-Q$,

则系统(9)全局渐近稳定.

证明. 取 Laypunov 函数 $V(z)=\sum_{i=1}^{n+m}p_iz_i^2=z^{\mathrm T}Pz$,则

$$\Delta V(z)=V(z(k+1))-V(z(k))=z^{\mathrm T}(k+1)Pz(k+1)-z^{\mathrm T}(k)Pz(k)=$$
$$z^{\mathrm T}(R^{\mathrm T}PR-P)z+2z^{\mathrm T}R^{\mathrm T}PUs(z)+s^{\mathrm T}(z)U^{\mathrm T}PUs(z).\tag{10}$$

因为对 $\beta>0$ 有 $\beta^{\frac12}Rz-\frac{1}{\beta^{\frac12}}Us(z))^{\mathrm T}P(\beta^{\frac12}Rz-\frac{1}{\beta^{\frac12}}Us(z))\geqslant 0$,故有

$$\beta z^{\mathrm T}R^{\mathrm T}PRz+\frac{1}{\beta}s^{\mathrm T}(z)U^{\mathrm T}PUs(z)\geqslant 2z^{\mathrm T}R^{\mathrm T}PUs(z),$$

代入(10)式中得

$$\Delta V(z)\leqslant z^{\mathrm T}(R^{\mathrm T}PR-P)z+\beta z^{\mathrm T}R^{\mathrm T}PRz+\frac{1}{\beta}s^{\mathrm T}(z)U^{\mathrm T}PUs(z)+s^{\mathrm T}(z)U^{\mathrm T}PUs(z)=$$

$$z^{\mathrm T}((1+\beta)R^{\mathrm T}PR-P)z+(1+\frac{1}{\beta})s^{\mathrm T}(z)U^{\mathrm T}PUs(z).\tag{11}$$

又因为 $|\gamma_{ii}|\leqslant\frac{1}{\sqrt{1+\beta}}$,所以 $(1+\beta)\gamma_{ii}^2-1\leqslant 0,1\leqslant i\leqslant n+m$. 因此 $(1+\beta)R^TPR-P\leqslant 0$. 由前面对 $F_i(\mu_i)$ 的分析易知,$z^{\mathrm T}((1+\beta)RPR-P)z\leqslant s^{\mathrm T}(z)((1+\beta)R\ PR-P)s(z)$,将该不等

式代入(11)式可得

$$\Delta V(z) \leqslant s^{\mathrm{T}}(z)((1+\beta)RPR-P)s(z)+(1+\frac{1}{\beta})s^{\mathrm{T}}(z)U^{\mathrm{T}}PUs(z)=$$

$$s^{T}(z)((1+\beta)RPR-P+(1+\frac{1}{\beta})U^{\mathrm{T}}PU)s(z)$$

由定理2的条件2)知存在正定矩阵 Q，使得

$$(1+\beta)RPR-P+(1+\frac{1}{\beta})U^{\mathrm{T}}PU=-Q,$$

于是 $\Delta V(z)\leqslant 0$. 从而获知 $z=0$是系统(9)的全局渐近稳定平衡点.

定理2使用起来并不方便，为了克服选择参数 β 带来的困难，本文给出如下定理：

定理3. 若存在一个正对角知阵 $P=\mathrm{diag}(p_1,p_2,\cdots,p_{n+m})>0$和正定矩阵 Q 使得

$$\frac{1-\alpha}{\alpha}RPR-(1-\alpha)P+U^{\mathrm{T}}PU=-Q, \tag{12}$$

则系统(9)全局渐近稳定.

证明. 矩阵 $\beta R^2-\frac{\beta}{1+\beta}E$ 的特征值为 $\beta\gamma_{ii}^2-\frac{\beta}{1+\beta}$，$1\leqslant i\leqslant n+m$，其绝对值最小的特征值是 $\beta\alpha^2-\frac{\beta}{1+\beta}$. 令 $k(\beta)=\beta\alpha^2-\frac{\beta}{1+\beta}$，则当 $\beta=\frac{1-\alpha}{\alpha}$时 $k(\beta)$取极小值. 此时对任意的 $|\gamma_{ii}|<1$均有$\frac{1}{\sqrt{1+\beta}}=\sqrt{\alpha}=\sqrt{\max|\gamma_{ii}|}\geqslant\max|\gamma_{ii}|\geqslant|\gamma_{ii}|$，$1\leqslant i\leqslant n+m$，也就是说定理2的条件1)成立. 将 $\beta=\frac{1-\alpha}{\alpha}$代入定理2的条件2)即可获得式(12).

推论. 记 $\mu_{\max}(\cdot)$表示矩阵$(\cdot)$的最大特征值. 若$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}v_{ij}^2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}w_{ij}^2<(1-\alpha)^2$，则系统(9)是全局渐近稳定的.

证明. 在式(12)中取 $P=E$，则有

$$\frac{1-\alpha}{\alpha}R^2-(1-\alpha)E+U^{\mathrm{T}}U<0,\mu_{\max}(\frac{1-\alpha}{\alpha}R^2-(1-\alpha)E+U^{\mathrm{T}}U)<0. \tag{13}$$

由于 $\mu_{\max}(\frac{1-\alpha}{\alpha}R^2-(1-\alpha)E+U^{\mathrm{T}}U)\leqslant\mu_{\max}(\frac{1-\alpha}{\alpha}R^2)+\mu_{\max}(\alpha-1)E+$

$$\mu_{\max}(U^{\mathrm{T}}U)=\frac{1-\alpha}{\alpha}\alpha^2+(\alpha-1)+\mu_{\max}(U^{\mathrm{T}}U)\leqslant-(1-\alpha)^2+\mu_{\max}(W^{\mathrm{T}}W)+$$

$$\mu_{\max}(V^{\mathrm{T}}V)\leqslant-(1-\alpha)^2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}w_{ij}^2+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}v_{ij}^2.$$

因此使(13)式成立的充分条件是$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}w_{ij}^2+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}v_{ij}^2<(1-\alpha)^2$.

定理4. 系统(9)在 $z=0$是全局指数稳定的充分条件是

$$\ln\alpha+\max\{\|W\|,\|V\|\}<0.$$

证明. 对于系统(9)给一个初态 $z(0)$，可得(9)式的解为

$$z(k)=R^k z(0)+\sum_{i=1}^{k-1}R^{k-(i+1)}Us(z(i)).$$

因此　$|z(k)|\leqslant\|R^k\|\cdot|z(0)|+\sum_{i=0}^{k-1}\|R^{k-(i+1)}\|\cdot\|U\|\cdot|s(z(i))|\leqslant\|R\|^k\cdot|z(0)|+$

$$\sum_{i=0}^{k-1}\|R\|^{k-(i+1)}\cdot\|U\|\cdot|z(i)|\;|z(k)|\cdot\|R\|^{-k}\leqslant|z(0)|+\sum_{i=1}^{k-1}\|R\|^{-(i+1)}\cdot\|U\|\cdot|z(i)|.$$

由文献[4－6]中的 Gronwall 不等式可得

$$|z(k)|\cdot\|R\|^{-k}\leqslant|z(0)|\cdot\exp(k\|U\|),$$

即
$$|z(k)|\leqslant|z(0)|\cdot\exp(k(\ln\|R\|+\|U\|)).$$

于是，要使系统(9)全局指数稳定，其充分条件[6－7]是 $\ln\|R\|+\|U\|<0$，又 $\|R\|=\alpha$，而 $\|U\|=\max\{\|W\|,\|V\|\}$，从而可得 $\ln\alpha+\max\{\|W\|,\|V\|\}<0$.

参 考 文 献

1 Kosko B. Adaptive bidirectional associative memories. *Appl. Opt.*, 1987,**26**(23):4947—4960

2 陈吉象. 代数拓扑基础讲义. 北京：高等教育出版社，1987

3 Garcia C B, Zhangwill W. Pathways to Solutions, Fixed Points and Equilibria. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall,1981

4 Jin L, Nikiforuk P N, Gupta M M. Absolute stability conditions for discrete-time recurrent neural networks. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1994,**5**(6):954—964

5 H Yang, Dillon T S. Exponential stability and ascillation of Hopfield graded response neural network. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1994,**5**(5):719—729

6 陆启韶. 常微分方程的定性方法和分叉. 北京：北京航空航天大学出版社，1989

7 焦李成. 神经网络系统理论. 西安：西安电子科技大学出版社，1995

金 聪 副教授，1990年在哈尔滨工业大学获硕士学位. 现主要从事神经网络、模糊系统及遗传算法的研究工作. 已在国内外发表论文20余篇.