



一种 CMAC 超闭球结构及其学习算法

段培永 邵惠鹤

(上海交通大学自动化系 上海 200030)

摘要 提出了一种 CMAC (Cerebellar Model Articulation Controller) 输入空间超闭球量化方法. 基于超闭球上模糊基函数的信息存储与恢复策略, 还给出了快速收敛的学习算法. 通过非线性动态系统建模仿真研究, 结果表明 CMAC 具有很强的学习记忆和泛化能力.

关键词 CMAC, 联想记忆, 学习算法.

CMAC WITH HYPERBALL STRUCTURE AND ITS LEARNING ALGORITHM

DUAN Peiyong SHAO Huihe

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Abstract This paper presents the CMAC (cerebellar model articulation controller), which can guarantee the input space by hyperballs. Based on the fuzzy basis functions defined on the hyperballs, information is stored and retrieved. A fast convergent learning algorithm is also given. Simulations for the CMAC used in nonlinear dynamic system modeling are performed to demonstrate its powerful associative memory and generalization performance.

Key words CMAC, associative memory, learning algorithms.

1 引言

CMAC 模拟人类小脑的学习结构, 具有输出泛化能力. 传统的 CMAC 输出只是相关权系数的累加. 文献[1]的研究结果表明, 较大的泛化误差是由于传统的 CMAC 输出的计算方法不完全恰当、学习算法粗糙引起的, 并指出必须改进学习算法与信息存储方法. Chiang 和 Lin 提出了基于广义基函数的 CMAC^[2], 提高了 CMAC 的性能. 本文利用 Chiang 和 Lin 的设计思想, 提出一种新的 CMAC 结构及其学习算法.

2 CMAC 超闭球结构

记 m 维输入空间为 $X = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_m$, 输入点向量 $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \in X$, 且 $x_i \in [x_i^-, x_i^+]$, $A_i \subset R (i=1, 2, \dots, m)$, R 为实数集, x_i^+, x_i^- 为第 i 维输入的上、下界; 输出点向量 $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$, 且 $y \in Y$, Y 为有界集. 把区间 $[x_i^-, x_i^+]$ 均分为 N 等份, 间隔为 Δ_i , 该区间所有分点构成集合 D_i . 记 m 维点向量 $p_j = [p_{j1}, p_{j2}, \dots, p_{jm}]^T \in X$, $p_{ji} \in D_i (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, L)$, 且 $j \neq k, p_j \neq p_k$. 则 p_j 在 X 空间上均匀分布, 称 p_j 为空间 X 上的网点. 为了便于基函数参数的选取及所设计的 CMAC 不依赖于输入空间 X , 有必要对输入和网点进行标准化

$$\bar{x} = [(x_1 - x_1^-)/\Delta_1, (x_2 - x_2^-)/\Delta_2, \dots, (x_m - x_m^-)/\Delta_m]^T,$$

$$n_i = [(p_{i1} - x_1^-)/\Delta_1, (p_{i2} - x_2^-)/\Delta_2, \dots, (p_{im} - x_m^-)/\Delta_m]^T.$$

这样, 就把输入空间 X 化为乘积空间 $\bar{X} = [0, N] \times [0, N] \times \dots \times [0, N]$. 第 i 个神经元的地址就由 n_i 来表示, 对应的权值表示为 q_i . 以网点 n_i 为中心, 定义超闭球 $C_i = \{\bar{x} \mid \|\bar{x} - n_i\| \leq \rho\sigma, \forall \bar{x} \in \bar{X}\}$. 因此, \bar{X} 上均匀分布着 L 个超闭球, 记 $E = \{1, 2, \dots, L\}$. $\forall \bar{x} \in S$, 有 N_e 个超闭球包含点 \bar{x} , 即 $\exists ! U = \{p, q, \dots, l \in E\}, \exists : \bar{x} \in C_p \cup C_q \cup \dots \cup C_l$ 且 $\bar{x} \notin C_i, i \in U - E$. 定义 B_i 上的高斯函数为

$$\mu_i = \begin{cases} \exp(-\|\bar{x} - n_i\|^2/\sigma^2), & \bar{x} \in B_i, \\ 0, & \bar{x} \notin B_i. \end{cases}$$

超闭球上的基函数采用模糊基函数^[3], 与一般基函数不同, 它隐含了模糊逻辑推理, 更具合理性, 模糊基函数 $b_i(\cdot)$ 定义在第 i 个超闭球上

$$b_i(\cdot) = \mu_i / \sum_{j \in U} \mu_j, \tag{1}$$

其中 $\|\cdot\|$ 为欧氏范数. 观察 $b_i(\cdot)$ 可以看出: 1) $b_i(\cdot)$ 随着 $\|\bar{x} - n_i\|$ 的增大而迅速减小, 设 $\|\bar{x} - n_i\| > \rho\sigma$ 时, $b_i(\cdot)$ 小到可以忽略不计的程度, 此时 ρ 称为 $b_i(\cdot)$ 的作用半径, 事实上, $\rho = 3$ 时, $b_i(\cdot) < e^{-9}$ 已足够小, 因此通常取 $\rho \leq 3$; 2) $b_i(\cdot)$ 与超闭球的半径有关, 半径越大, N_e 越大, $b_i(\cdot)$ 越小. 对给定的输入输出数据对 $\{\bar{x}_i, y_i\}$, CMAC 的每一维输出是这些超闭球上的基函数的线性组合. 为便于说明问题, 只讨论输出为一维的情况, 这时联想估计值为

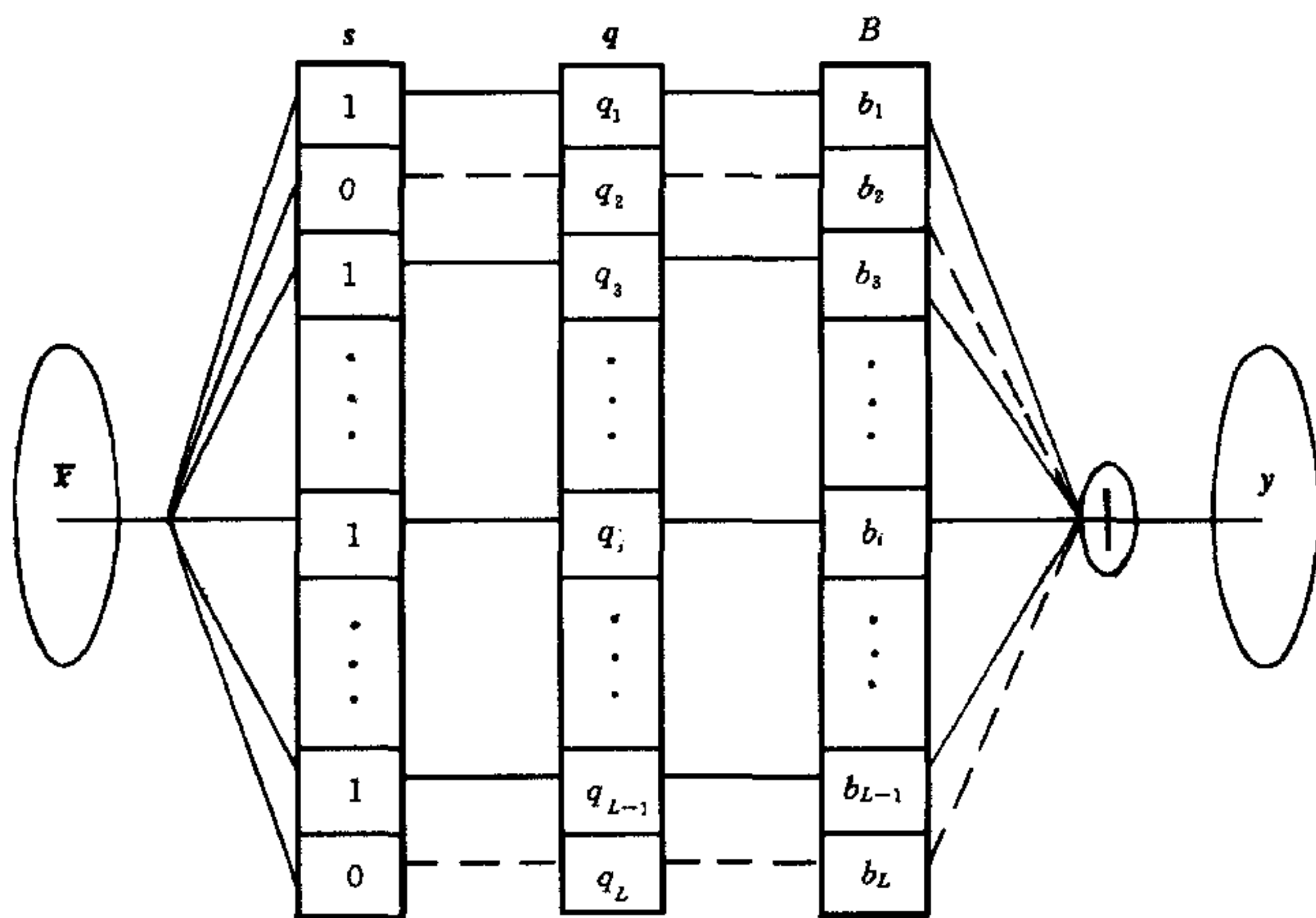


图1 CMAC 结构示意图

$$\hat{y}_i = s_i^T B(\bar{x}_i) q = \sum_{l=1}^L s_{il} b_l(\bar{x}_i) q_l = \sum_{l \in U_i} b_l(\bar{x}_i) q_l, \tag{2}$$

其中 $B(\bar{x}_i) = \text{diag}[b_1(\bar{x}_i), b_2(\bar{x}_i), \dots, b_L(\bar{x}_i)]^T$, $q = [q_1, q_2, \dots, q_L]^T$ 为基函数权系数向量, s_i

为基函数选择向量,显然有 N_c 个元素为1,其余为0. CMAC 结构示意图如图1所示,其中实线表示关联,虚线表示不关联.

3 学习算法

利用输入输出样本数据 $\{\bar{x}_i, y_i\}$ 进行学习,获得权系数 q 的值. 记第 k 次样本循环学习时,CMAC 的输出误差为 $e_i = y_i - \hat{y}_i$, y_i 是实际样本值, \hat{y}_i 是输入为 \bar{x}_i 时 CMAC 联想输出的估计值. 学习算法采用改进的 C-L 算法

$$q_i = q_{i-1} + \frac{\alpha e_i \mathbf{B}(\bar{x}_i) s_i}{\beta + s_i^T \mathbf{B}(\bar{x}_i) \mathbf{B}^T(\bar{x}_i) s_i}, \quad (3)$$

其中 α, β 为实数. 关于学习算法的收敛性,有下面的定理.

定理. 当 $0 < \alpha < 2, \beta > 0$ 时,算法(3)收敛.

对每一个样本,只需局部调整 $q_i, i \in U_i, N_c$ 个权系数调整量与其相对的基函数成正比,且 $\sum_{j \in U_i} b_j(\cdot) = 1$,学习的过程包含了模糊逻辑推理. 现将本文提出的 CMAC 学习算法的实现步骤归纳如下:

- 步骤1. 确定输入乘积空间 X , 标准化为乘积空间 \bar{X} ;
- 步骤2. 确定空间 \bar{X} 上的节点, 选取权系数的初值;
- 步骤3. 选取基函数的参数 σ 及其作用半径 ρ , 从而确定了以网点为球心的超闭球;
- 步骤4. 给定样本点 $\{\bar{x}_i, y_i\}$, 找出包含该点的超闭球, 即确定选择矩阵 s_i ;
- 步骤5. 由(2)式计算估计值 \hat{y}_i , 估计误差 $e_i = y_i - \hat{y}_i$; 由(3)式修正权系数;
- 步骤6. 重复步骤4和5, 直到 CMAC 输出误差满足要求为止.

4 仿真研究

考虑 CSTR 系统, 该过程的模型是两个非线性微分方程^[4]

$$\begin{aligned} \dot{C}_A &= \frac{q}{V} (C_{Af} - C_A) - k_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \\ \dot{T} &= \frac{q}{V} (T_f - T) + \frac{(-\Delta H) k_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \frac{\rho_c C_{pc}}{\rho C_p V} q_c \left[1 - \exp\left(-\frac{hA}{q_c \rho_c C_{pc}}\right)\right] (T_{cf} - T), \end{aligned}$$

式中 q 与 q_c 分别为反应物和冷却剂流速. 模型中参数的含义及其在正常工作条件下的数值见文献[5]. CSTR 为强非线性系统, 控制量为 q_c , 输出为 C_A . 仿真的目的是用 CMAC 来记忆 CSTR 系统. CMAC 的输入为

$$\mathbf{x}_i = [C_A(t-1), C_A(t-2), C_A(t-3), q_c(t-1), q_c(t-2), q_c(t-3)]^T,$$

选择输入空间为 $X = [0.04, 0.14] \times [0.04, 0.14] \times [0.04, 0.14] \times [94, 114] \times [94, 114] \times [94, 114]$, 每个区间均分为4份, X 标准化为 $S = [0, 4] \times [0, 4] \times \dots \times [0, 4]$, $\rho = 2.5, \sigma = 0.7, \alpha = 1.2, \beta = 0.01$, 选取权系数的初值为零向量. 利用微分方程可获得一批输入输出数据对 $\{\mathbf{x}_i, C_A(t)\}$ (实际应用中, 学习数据可来至现场采集的数据), 标准化为 $\{\bar{\mathbf{x}}_i, C_A(t)\}$, 作为学习样本. 对样本批量学习后, 确定了权系数向量, 用 CMAC 作为 CSTR 的模型. 图

2是微分方程和 CMAC 的输入中 $q_c(t)$ 的曲线,图3为 CSTR 的输出,图4为 CMAC 的输出和误差曲线. 仿真结果显示 CMAC 的输出误差很小.

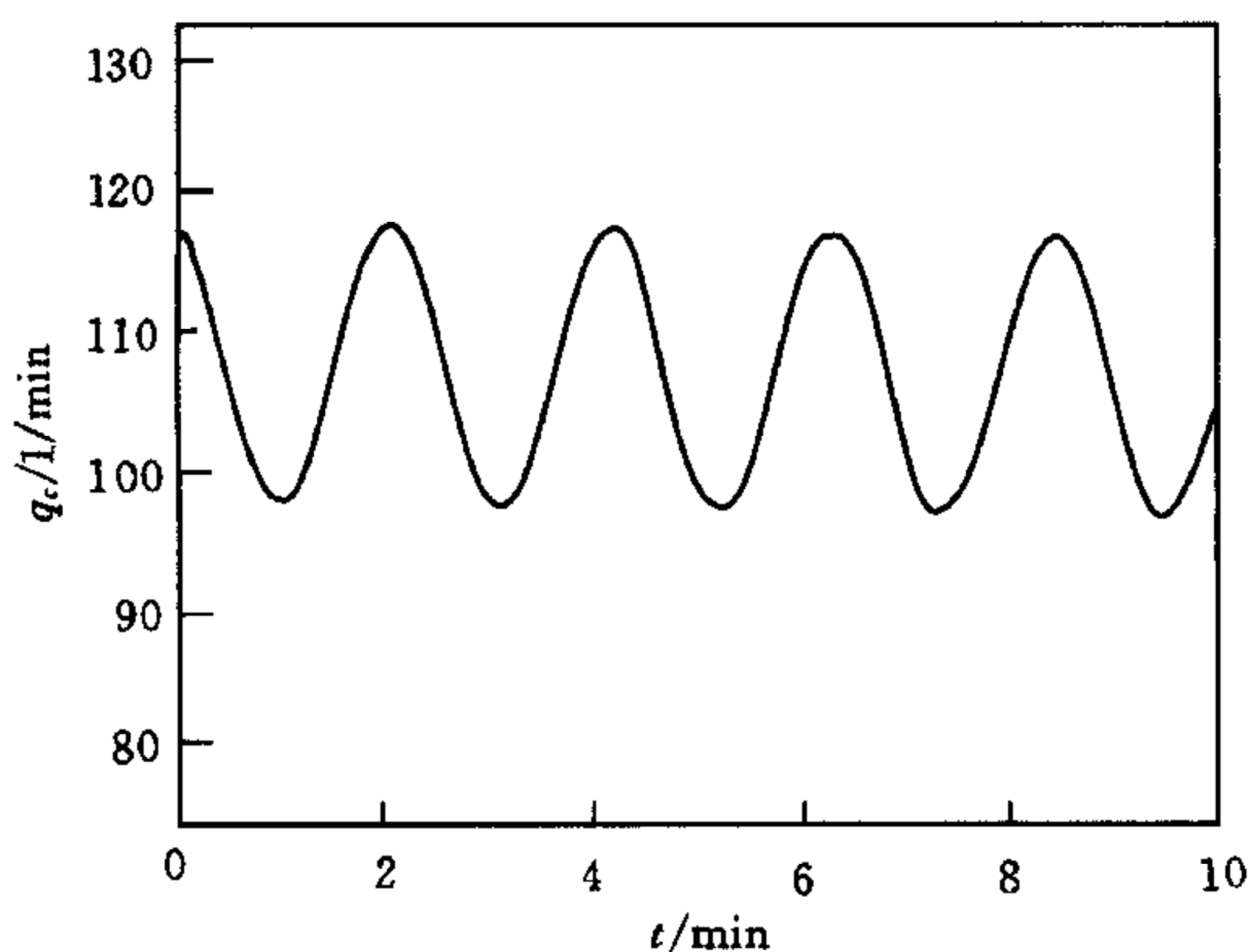


图2 CSTR 与 CMAC 的输入

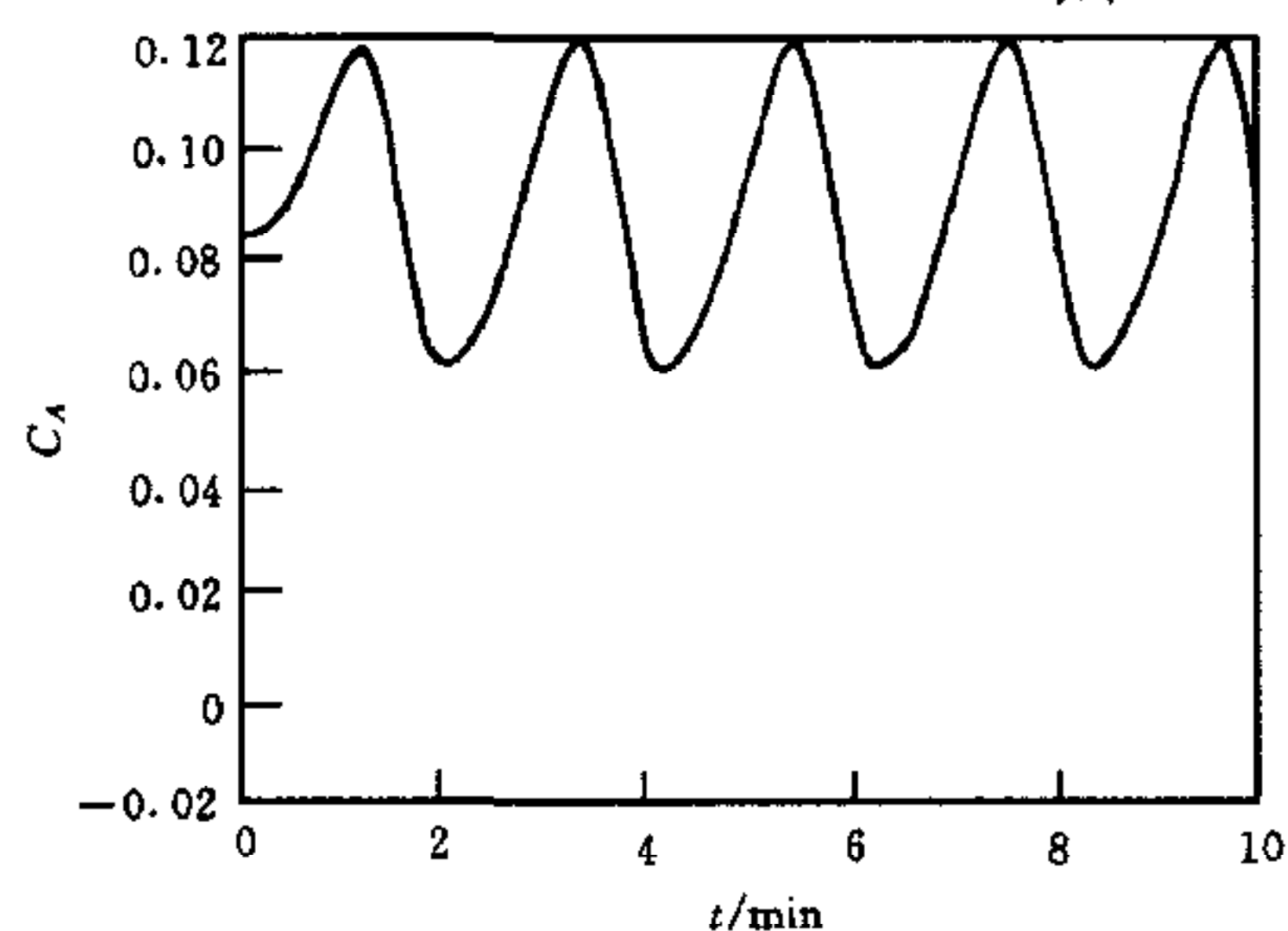


图3 CSTR 的输出

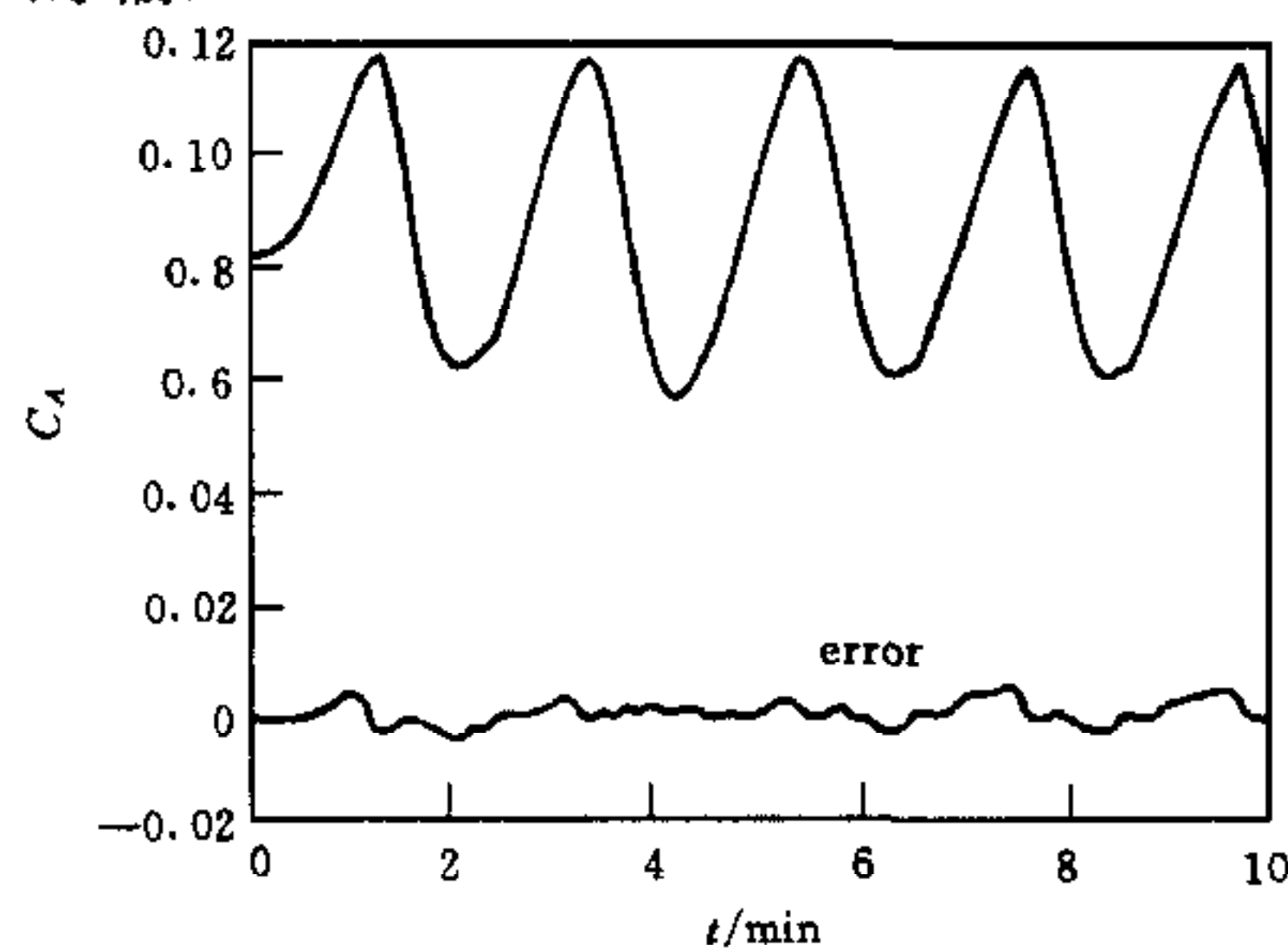


图4 CMAC 的输出及误差

5 结论

传统的量化方法便于硬件实现,随着 CMAC 在非线性建模、函数逼近、神经控制器 (neurocontroller) 等应用领域研究的拓展,CMAC 的软件实现越来越多. 在软件实现时,引入超闭球结构,简化了寻找样本输入所激活的神经元计算过程,即把输入向量到量化感知器的映射和量化感知器到联想存储器的映射合为输入向量到联想存储器(网点)的映射;另一方面,被激活的神经元应是输入向量附近的神经元. 从距离意义上讲,超闭球表示的附近比传统的超立方体方法更精确. 同时,CMAC 在记忆和恢复输入输出信息时,CMAC 的输出与输入通过模糊基函数建立起局部(输入附近)模糊逻辑关系,通过学习,调整权系数来寻找正确的输入输出关系,使 CMAC 输出方法更合理. 仿真表明所提出的 CMAC 不仅学习速度快,而且泛化能力强.

参 考 文 献

- 1 欧阳楷等. 神经计算中坐标变换(CMAC)的泛化特性. 自动化学报,1997,23(4):475~481
- 2 Chiang C T, Lin C S. CMAC with general basis functions. *Neural Networks*, 1996, 9(7):1199~1211
- 3 王立新. 自适应模糊系统与控制——设计与稳定性分析. 北京:国防工业出版社,1994
- 4 Nahash *et al.* Nonlinear internal model control strategy for neural network models. *Computer Chm. Engng.*, 1992, 16(12):1039~1057

段培永,邵惠鹤 简介见本刊第25卷第2期.