



# 交流电机控制中的优化 PWM 波生成技术

程仁洪 涂奉生

(南开大学计算机系 天津 300071)

**摘要** 简要分析了 PWM(Pulse Width Modulation)控制技术的现状,系统地探讨了 PWM 波的优化问题,并研究了基波幅值连续可调时初始开关角的确定原则和优化问题的求解方法,分析了优化结果的实际应用问题。

**关键词** 交流电机,PWM 波,谐波.

## THE TECHNIQUES OF GENERATING OPTIMAL PULSE WIDTH MODULATION WAVEFORMS APPLIED TO VARIABLE SPEED AC MOTOR DRIVE SYSTEMS

CHENG Renhong TU Fengsheng

(Department of Computer and System Sciences, Nankai University, Tianjin 300071)

**Abstract** This paper simply reviews the present situation of pulse width modulation (PWM) control techniques, and considers the optimal problems of PWM waveforms systematically. The rules to determine the initial chopping angles and the methods to solve the optimal problems are given. At last, the practical uses of the optimal PWM waveforms are discussed.

**Key words** AC motor, pulse width modulation waveforms, harmonics.

### 1 引言

如何生成优化 PWM(Pulse Width Modulation)波,减少逆变器输出电压的谐波含量,从而减小交流电机的谐波损耗和转矩脉动,已成为进一步提高电机控制性能的关键.

目前,生成 PWM 波的方法有数十种,大致可分为三类.

1)载波调制法. 依调制波的不同有正弦波 PWM、梯形波 PWM 和阶梯波 PWM 等. 一般离线计算出开关角并将其表格化,在线控制时用查表法得到开关角,或用近似公式在

线计算开关角。虽然理论上已证明了用载波调制法获得的 PWM 波形接近调制波的特性，但因受开关器件开关频率的限制，输出波中高次谐波含量较高<sup>[1]</sup>。

2) 次优 PWM 法。如磁通轨迹近似为圆、等面积法和均值法。常用几何关系求得开关角，实现方法与载波调制法类似。输出波中的高次谐波仍得不到有效抑制<sup>[2]</sup>。

3) 优化 PWM 法。依优化目标不同有谐波消除法、最小脉动电流法和最小脉动转矩法等。与载波调制法相比，谐波消除法有很多优点<sup>[1]</sup>，但开关角计算复杂，占用控制器较多的存贮空间，不易在线计算，因而至今应用较少。

文献[1~3]研究了谐波消除法，但消除谐波个数较少，并且初始开关角都用多次试探的方法得到。本文较系统地探讨了用于交流电机控制的优化 PWM 波的生成问题，以消除指定高次谐波且基波幅值连续可调为目标，分析了优化问题的初始开关角的确定原则和求解方法，并分析了优化 PWM 波的实际应用问题。

## 2 优化问题

设三相逆变器按双极性同步调制方式工作，每个开关器件在1/4周期内切换M次，相应的切换角为 $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M]^T$ ，求出M个开关角即可求出整个周期内的 $4M+2$ 个开关角。

设单相电压为 $u_{a0}(\omega t)$ ，用富氏级数表示为

$$\begin{cases} u_{a0}(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \sin(n\omega t) + B_n \cos(n\omega t)], \\ A_n = \frac{2E}{n\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{i=1}^M (-1)^i \cos(n\alpha_i) \right], \\ B_n = 0, \\ 0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \pi/2, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $E$ 为逆变器直流电源电压， $A_n$ 为各次谐波幅值。

**问题1.** 保持基波幅值为某一常数，消除 $M$ 个指定高次谐波，求 $M$ 个开关角的大小。

$$\begin{cases} A_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = \text{const}, \\ A_{n_i}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = 0 (i = 1, 2, \dots, M), \\ n_i \in \{6k \pm 1, k = 1, 2, \dots\}, \\ 0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \pi/2. \end{cases} \quad (2)$$

**问题2.** 基波幅值在一定范围内连续变化，消除 $M-1$ 个指定高次谐波，求 $M$ 个开关角随基波幅值连续变化的大小关系。

$$\begin{cases} A_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = (-1)^M \lambda (2E/\pi), \lambda \in [0, \lambda_{\max}], \\ A_{n_i}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = 0 (i = 1, 2, \dots, M-1), \\ n_i \in \{6k \pm 1, k = 1, 2, \dots\}, \\ 0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \pi/2. \end{cases} \quad (3)$$

**问题3.** 消除 $M-1$ 个指定的高次谐波，求电压最大利用率，即求输出电压基波幅值的最大值。

$$\begin{cases} \lambda_{\max} = \max_{s.t.} \{(-1)^M A_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) / (2E/\pi)\}, \\ A_{n_i}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M) = 0 (i = 1, 2, \dots, M-1), \\ n_i \in \{6k \pm 1, k = 1, 2, \dots\}, \\ 0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \pi/2. \end{cases} \quad (4)$$

当基波幅值为某一常数时,问题1和2消除  $M$  个指定高次谐波的效果是一致的,但  $1/4$  周期内问题1只需  $M$  个开关角,而问题2需要  $M+1$  个开关角,即按问题2优化 PWM 波控制时开关器件的开关频率高. 问题2中基波幅值以较小的步距增大,基波幅值达到最大值时的解即为问题3的解.

### 3 初始开关角的确定原则

确定基波幅值为零时的初始开关角,是求解的关键. 当要求基波幅值在一定范围内连续可调,并且消除  $M-1$  个指定高次谐波时,随基波幅值的连续变化, $M$  个开关角应连续变化,并满足以下条件.

1)当基波幅值为零时,即直流平均电压为零,则指定的  $n_j$  次谐波幅值都为零,正负 PWM 波面积之代数和为零;

$$\begin{aligned} &\because \sum_{i=0}^{4M+2} (-1)^i E[\alpha_{i+1} - \alpha_i] / 2 = 0, \\ &\therefore \sum_{i=0}^{4M+2} (-1)^i E[n_j \alpha_{i+1} - n_j \alpha_i] / 2 = n_j \sum_{i=0}^{4M+2} (-1)^i E[\alpha_{i+1} - \alpha_i] / 2 = 0, \end{aligned}$$

其中  $\alpha_0 = 0^\circ, \alpha_{4M+3} = 360^\circ, n_j \in \{6k \pm 1, k = 1, 2, \dots\}, 4M+2$  为单相电压一周内的切换次数. 表1所列为不同  $M$  值对应的初始开关角( $\alpha_{\max} \leqslant 60^\circ$ ).

2)  $n_j \alpha_i = m \cdot 180^\circ \pm \alpha_{j_k}, i = 1, 2, \dots, M, k \in \{1, 2, \dots, M\}, m \in \{0, 1, 2, \dots\};$

$$\because \cos(n_j \alpha_i) = \cos(m \cdot 180^\circ \pm \alpha_{j_k}) = (-1)^m \cos \alpha_{j_k},$$

$$\therefore 1 + 2 \sum_{i=1}^M (-1)^i \cos(n_j \alpha_i) =$$

$$1 + 2 \sum_{i=1}^M (-1)^{i+m} \cos \alpha_{j_k} = 0,$$

其中  $j_k$  为  $\{1, 2, \dots, M\}$  的某个排列. 根据此条件知初时开关角取值为

$$\alpha_i \in \{0^\circ, 12^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 24^\circ, 30^\circ, 36^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 48^\circ, 60^\circ, 72^\circ, 75^\circ, 84^\circ, 90^\circ\}.$$

3)若  $\{\alpha_i^k | \alpha_1^k \neq 0^\circ, i = 1, 2, \dots, k\}$  为  $M=K$  时的初始开关角,则  $M=K+1$  时的初始开关角为  $\{\alpha_i^{k+1} | \alpha_1^{k+1} = 0^\circ, \alpha_i^{k+1} = \alpha_{i-1}^k, i = 2, 3, \dots, k+1\}$ .

表1

$M$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$
2	0	60								
3	30	30	60							
4	0	30	30	60						
5	20	20	40	40	60					
6	0	20	20	40	40	60				
7	15	15	30	30	45	45	60			
8	0	15	15	30	30	45	45	60		
9	12	12	24	24	36	36	48	48	60	
10	0	12	12	24	24	36	36	48	48	60

### 4 优化方法和优化结果分析

优化问题2和3的同解方程组可用向量表示为

$$f(\alpha) = 0, \quad (5)$$

其中  $f = [f_1, f_2, f_3, \dots, f_M]^T$ ,  $f_1(\alpha) = \left[ 1 + 2 \sum_{i=1}^M (-1)^i \cos(\alpha_i) \right] + (-1)^{M+1} \lambda$ ,  $f_k(\alpha) = \left[ 1 + 2 \sum_{i=1}^M (-1)^i \cos(\alpha_i) \right], k = 2, 3, \dots, M$ .

对式(5)进行线性化处理, 可得到近似解. 求解步骤如下:

- 1) 从表1中选取与  $M$  对应的一组初始开关角  $\alpha^0 = [\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_M^0]^T$ , 令  $\lambda^0 = 0$ , 当初始角出现  $\alpha_i^0 = \alpha_j^0 (i \neq j)$  的情况时, 令  $\alpha_j^0 = \alpha_i^0 + \epsilon_0 (\epsilon_0 > 0, j > i)$ ,  $\lambda^0 = \epsilon_1 (\epsilon_1 > 0)$ ;
- 2) 求方程组中各函数值  $f(\alpha^0) = f^0$ ;
- 3) 在  $\alpha^0$  点对方程(5)进行线性化处理

$$f^0 + \left[ \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right]^0 d\alpha = 0; \quad (6)$$

4) 解线性化方程(6), 得  $d\alpha = [d\alpha_1, d\alpha_2, \dots, d\alpha_M]^T$ ;

5) 令  $\alpha^0 = \alpha^0 + d\alpha$ , 重复步骤2)~4), 直到方程式(5)满足给定的精度;

6) 令  $\lambda^0 = \lambda^0 + \Delta\lambda$ , 重复步骤2)~5), 直到  $\lambda^0 = \lambda_{\max} + \epsilon_2 (\epsilon_2 > 0)$  为止.

图1是  $M=8$  时各开关角随基波幅值变化的曲线, 其中  $V = \sqrt{\sum A_{n_i}^2}$ . 从图1可知: 1) 各开关角与基波幅值有近似线性关系, 在要求不高时, 可用微机在线实时计算开关角; 2) 高次谐波含量很小; 3) 在基波幅值较小和较大时, 部分相邻开关角之间的差值较小, 当频率较高时, 相应的 PWM 波的脉冲较窄. 当窄脉冲持续时间小于采样周期时, 难以用微机在线控制; 当窄脉冲持续时间小于功率开关器件的最小开关持续时间时, 不能使功率器件按期望的状态动作, 造成失控.

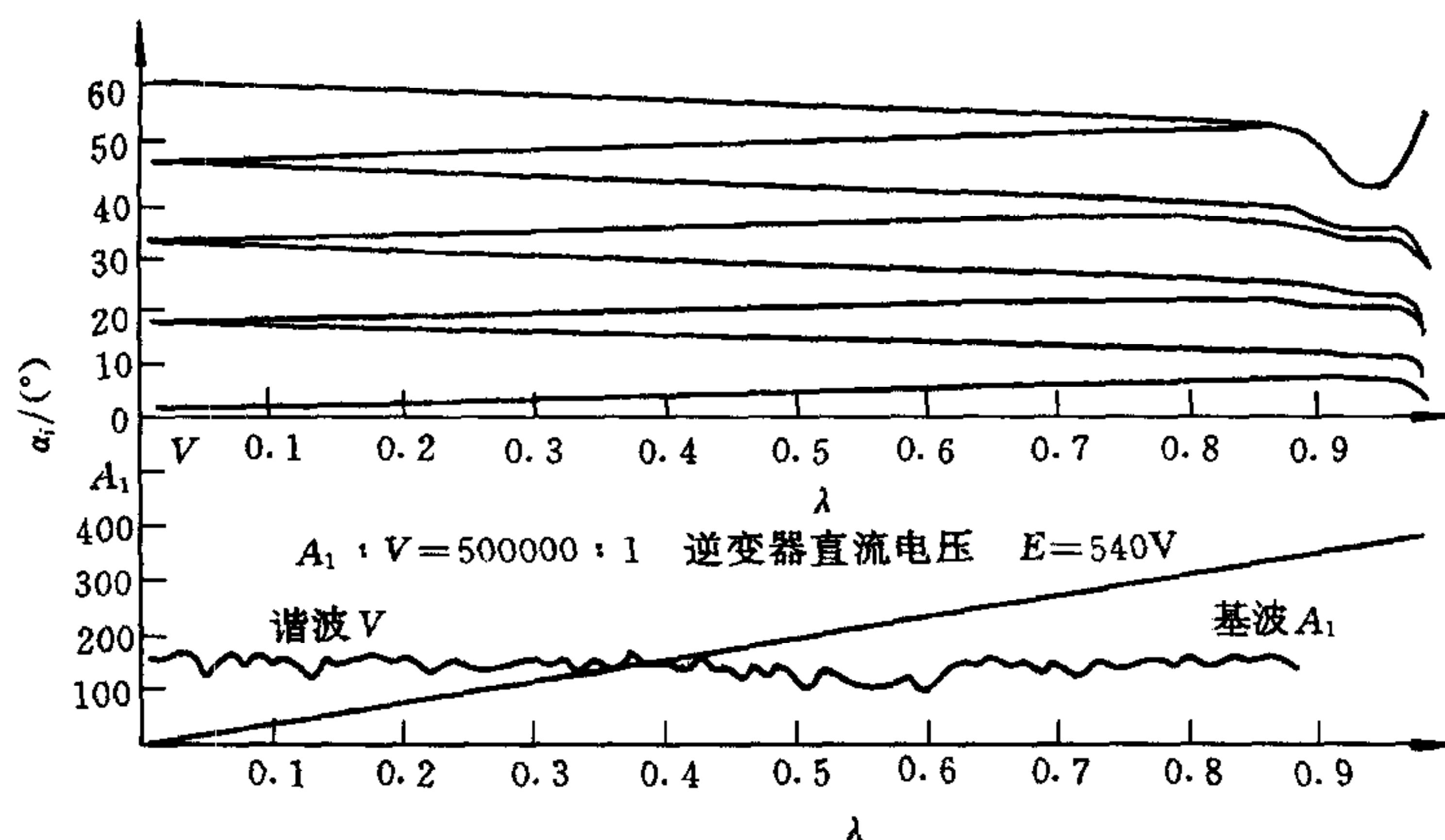


图1 开关角随基波幅值变化的曲线( $M=8$ )

在实际应用中, 用延时保护来防止逆变器桥背直通造成的短路. 同一桥背上的功率器件的状态转换之间存在死区, 死区使优化 PWM 波的控制效果偏离预期的效果, 因此, 必须进行补偿. 文献[4]提出了一种简单实用的死区补偿方法.

## 5 结束语

本文基于富氏级数理论和优化思想, 以消除指定数目的高次谐波为目标, 求出了基波

幅值连续变化时的最优开关角。逆变器在这种优化 PWM 波的控制下,能在较低的开关频率下运行,且输出波中高次谐波含量较少,有利于减少开关损耗,使电机高效平稳运行。

## 参 考 文 献

- 1 佟为明等. 开关变频电源的谐波问题及谐波抑制技术. 电气自动化, 1996, (6): 40~43
- 2 杨大跃等. 十六位微处理机控制的电压型最优 PWM 逆变器 AC-VSD 控制系统. 见:第一届中国交流电机调速传动学术会议论文集, 1989, 142~151
- 3 Patel H S, Hoft R G. Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters: Part I — voltage control techniques. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 1974, 10(5): 666~673
- 4 Yoshihiro *et al.* High-frequency split zero-vector PWM with harmonic reduction for induction motor drive. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 1992, 28(1): 105~112

**程仁洪** 1964年生,1985年合肥工业大学电气系毕业,1991年在华中理工大学自控系获工学硕士学位,现为南开大学计算机系副教授。主要研究方向为电气自动化、智能控制系统和检测装置、计算机控制与管理系统。

**涂春生** 见本刊第21卷第6期。