第25卷 第6期
1999年11月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 25, No. 6
Nov., 1999

短 文

滞后关联分布参数系统的分散变结构控制[1)]

谢振东 谢胜利 刘永清
(华南理工大学电子与信息学院 广州 510640)

摘 要 针对滞后分布参数关联大系统的变结构控制进行了讨论,采用 M-矩阵理论,L_p-估计及 Liapunov 方法,给出了完全分散的滑动流形和变结构控制器的设计方案.此外,还给出了系统轨线达到滑动流形的时间估计.

关键词 分布参数系统,滞后,完全分散,变结构控制.

DESIGN OF DECENTRALIZED VARIABLE STRUCTURE CONTROLLER OF LARGE-SCALE DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM WITH DELAY

XIE Zhendong XIE Shengli LIU Yongqing
(*College of Electronic & Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou* 510640)

Abstract In this paper, the desige problem of decentralized variable structure controller of large-scale distributed parameter system with time-delay is studied. The method design for completely decentralized variable structure controller and sliding manifold are obtained using M-matrix theory and L_p-estimation. The asymptotically stability in Sobolve space $W^{1,2}(\Omega)$ of the sliding mode motion equation are also studied and estimation of time T for system's solution arrived on sliding manifold is given by Lyapunov method.

Key words Variable structure control, sliding manifold, time delay, distributed parameter system, decentralized control.

1 引言

自从 Lefebver[1]等把变结构控制引入到大系统中之后,Richter[2,3],Matthew[4],

1)国家自然科学基金(69874013)、广东省自然科学基金(980506)和广州市自然科学基金资助项目.
收稿日期 1997-09-12 收修改稿日期 1998-02-13

Vtkin[5]Fchs[6]等先后给出了一些相应的研究方法. 文[7]已指出这些方法都存在着各自的局限性,并给出了一种分散的变结构控制方法. 但遗憾的是,这种方法只是利用了变结构控制器对系统实现了反馈镇定,由于切换流形并不存在,所以系统并没有实现滑动模运动. 从而大系统的分散变结构控制仍有待进一步研究.

考虑如下滞后分布参数关联系统

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}_i(x,t)}{\partial t}=D_i\Delta\boldsymbol{q}_i(x,t)+A_i\boldsymbol{q}_i(x,t)+B_i\boldsymbol{u}_i(x,t)+\sum_{j=1,j\neq i}^{N}A_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t)+\sum_{j=1}^{N}E_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t-\tau),i=1,2,\cdots,N,(x,t)\in\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{R}^+. \tag{1}$$

上式中 $\boldsymbol{q}_i\in\boldsymbol{R}^{n_i},u_i\in\boldsymbol{R}^{m_i}$;$D_i,A_i,B_i,A_{ij},E_{ij}$是常数矩阵;且$(A_i,B_i)$完全可控制;$\sum_{i=1}^{N}n_i=n$;$\sum_{i=1}^{N}m_i=m$;$\boldsymbol{\Omega}$是$\boldsymbol{R}^l$中的一个有界开集,其边界$\delta\Omega$是光滑的;$\Delta=\sum_{i=1}^{l}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$是$\boldsymbol{\Omega}$上的 Laplace 算子,$\boldsymbol{R}^+=[0,+\infty]$;时滞$\tau$是一个正数.

对方程(1),考虑相应的边界条件

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}_i(x,t)}{\partial v}=0\text{ 或者 }\boldsymbol{q}_i(x,t)=0,(x,t)\in\delta\Omega\times[-\tau,+\infty), \tag{2}$$

其中$\frac{\partial}{\partial v}$是$\delta\Omega$上的外法方向导数.

针对方程(1),采用 M-矩阵理论,L_p-估计及 Liapunov 方法,进行分散变结构控制器设计.

2 切换流形的设计

由于(A_i,B_i)可控制,则对每个i,存在矩阵K_i,使得$A_i+B_iK_i$可以任意极点配置,从而

$$\sigma(A_i+B_iK_i)\subset C^-,\ i=1,2,\cdots,N, \tag{3}$$

这里C^-表示左复半平面. 现设计切换函数$\boldsymbol{s}=(\boldsymbol{s}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{s}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{s}_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$,

其中

$$\boldsymbol{s}_i=C_i\boldsymbol{q}_i+\boldsymbol{v}_i,\frac{\partial \boldsymbol{v}_i}{\partial t}=H_i\boldsymbol{q}_i,\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{4}$$

而H_i和C_i如下选取

$$H_i=-C_i(A_i+B_iK_i),C_i\in\{G|GB_i\text{ 可逆,且 }\sigma(\hat{D}_i^G)\subset\boldsymbol{C}^+\}, \tag{5}$$

其中$\boldsymbol{C}^+$表示右半平面,而$\hat{D}_i^G=[I-B_i(GB_i)^{-1}G]D_i$.

在每个子流形$s_i=0$上使用等价控制方法可得如下等价控制

$$\boldsymbol{u}_{ieq}=-(C_iB_i)^{-1}\Big[C_iD_i\Delta\boldsymbol{q}_i+(C_iA_i+H_i)\boldsymbol{q}_i+C_i\sum_{j\neq i,j=1}^{N}A_{ij}\boldsymbol{q}_j\Big]+\sum_{j=1}^{N}E_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t-\tau). \tag{6}$$

将式(6)代入式(1)得滑动模型运动方程

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}_i(x,t)}{\partial t}=\hat{D}_i^{C_i}\Delta\boldsymbol{q}_i(x,t)+\widetilde{A}_i\boldsymbol{q}_i(x,t)+\sum_{j\neq i,j=1}^{N}\widetilde{A}_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t)+\sum_{j=1}^{N}\widetilde{E}_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t-\tau), \tag{7}$$

其中 $\widetilde{A}_i=A_i+B_iK_i$，$\widetilde{A}_{ij}=[I-B_i(C_iB_i)^{-1}C_i]A_{ij}(i\neq j)$，$\widetilde{E}_{ij}=[I-B_i(C_iB_i)^{-1}C_i]E_{ij}$.

下面将讨论它的运动性能. 由式(7)可得

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\boldsymbol{q}_i(x,t))=\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\widetilde{D}_i^{C_i}\Delta\boldsymbol{q}_i(x,t)+\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\sum_{j\neq i,j=1}^{N}\widetilde{A}_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t)+\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\sum_{j=1}^{N}\widetilde{E}_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t-\tau)+\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\widetilde{A}_i\boldsymbol{q}_i(x,t).\tag{8}$$

对上式关于在 Ω 上积分可得

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_\Omega\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\boldsymbol{q}_i(x,t)\mathrm{d}x=2\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\widetilde{D}_i^{C_i}\nabla\boldsymbol{q}_i(x,t)|_{\partial\Omega}-2\int_\Omega(\nabla\boldsymbol{q}_i(x,t))^{\mathrm{T}}\widetilde{D}_i^{C_i}\nabla\boldsymbol{q}_i(x,t)\mathrm{d}x+\int_\Omega\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\widetilde{A}_i\boldsymbol{q}_i(x,t)\mathrm{d}x+2\int_\Omega\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\sum_{j\neq i,j=1}^{N}\widetilde{A}_{ij}\boldsymbol{q}_{ij}(x,t)\mathrm{d}x+2\int_\Omega\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\sum_{j=1}^{N}\widetilde{E}_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t-\tau)\mathrm{d}x.\tag{9}$$

由于 $\sigma(\widetilde{A}_i)\subset\boldsymbol{C}^-$，$\sigma(\widetilde{D}_i^{C_i})\subset\boldsymbol{C}^+$，则

$$0<l_i=\lambda_{\min}\lfloor(\widetilde{D}_i^{C_i})^{\mathrm{T}}+\widetilde{D}_i^{C_i}\rfloor,\quad \lambda_{\max}(\widetilde{A}_i^{\mathrm{T}}+\widetilde{A}_i)=-r_i<0.\tag{10}$$

由边界条件(2)，式(9)可化为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}G_i(t)\leqslant-l_iF_i(t)-r_iG_i(t)+\sum_{j\neq i,j=1}^{N}\|\widetilde{A}_{ij}\|(G_i(t)+G_j(t))+\sum_{j=1}^{N}\|\widetilde{E}_{ij}\|(G_i(t)+G_j(t-\tau)),\tag{11}$$

其中

$$G_i(t)=\int_\Omega\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\boldsymbol{q}_i(x,t)\mathrm{d}x,F_i(t)=\int_\Omega(\nabla\boldsymbol{q}_i(x,t))^{\mathrm{T}}\nabla\boldsymbol{q}_i(x,t)\mathrm{d}t.\tag{12}$$

记 $m_i=r_i-\sum_{j\neq i,j=1}^{N}\|\widetilde{A}_{ij}\|-\sum_{j=1}^{N}\|\widetilde{E}_{ij}\|$，由式(11)有

$$G_i(t)\leqslant G_i(0)e^{-m_it}-l_i\int_0^te^{-m_i(t-s)}F_i(s)\mathrm{d}s+\sum_{j\neq i,j=1}^{N}\|\widetilde{A}_{ij}\|\int_0^te^{-m_i(t-s)}G_j(s)\mathrm{d}s+\sum_{j=1}^{N}\|\widetilde{E}_{ij}\|\int_0^te^{-m_i(t-s)}G_j(s-\tau)\mathrm{d}s.\tag{13}$$

由于 K_i 使得 $\widetilde{A}_i$ 可以任意配置极点，则 $m_i>0$，且矩阵 M 的谱半径 $\rho(M)<1$，$M=(m_{ij})_{N\times N}$，$m_{ij}=(\|\widetilde{A}_{ij}\|\delta_{ij}+\|\widetilde{E}_{ij}\|)/m_i$. 又因为矩阵的谱半径连续依赖于矩阵的元素，则存在充分小的正数 σ 使得 $\rho(\hat{M})<1$，其中 $\hat{M}=(\hat{m}_{ij})_{N\times N}$，$\hat{m}_{ij}=(\|\widetilde{A}_{ij}\|\delta_{ij}+\|\widetilde{E}_{ij}\|e^{\sigma\tau})/(m_i-\sigma)$. 由式(13)可得

$$e^{\sigma t}G_i(t)\leqslant G_i(0)-l_i\int_0^te^{-(m_i-\sigma)(t-s)}e^{\sigma s}F_i(s)\mathrm{d}s+\sum_{j=1}^{N}\hat{m}_{ij}\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant t}\{e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\},\tag{14}$$

从而

$$e^{\sigma t}G_i(t)\leqslant G_i(0)+\sum_{j=1}^{N}\hat{m}_{ij}\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant t}\{e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\}.\tag{15}$$

注意函数 $\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant t}\{e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\}$ 关于 t 是不减的，且

$$\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant t}\{e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\}\leqslant\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant 0}\{(e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\}+\sup_{0\leqslant\theta\leqslant t}\{e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\}.\tag{16}$$

由式(15)和式(16)可得

$$\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant t}\{e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\}\leqslant 2\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant 0}\{G_j(\theta)\}+\sum_{j=1}^{N}\hat{m}_{ij}\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant t}\{e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\}. \tag{17}$$

记 $\boldsymbol{p}=(p_1,p_2,\cdots,p_N)^{\mathrm{T}},\hat{\boldsymbol{g}}=(\hat{g}_1,\hat{g}_2,\cdots,\hat{g}_N)^{\mathrm{T}},p_i=\sup\limits_{-\tau\leqslant\theta\leqslant t}\{e^{\sigma\theta}G_j(\theta)\},\hat{g}_i=\sup\limits_{-\tau\leqslant\theta\leqslant 0}\{G_j(\theta)\}$，则式(17)可写为 $\boldsymbol{p}\leqslant 2\hat{\boldsymbol{g}}+\hat{M}\boldsymbol{p}$. 因为 $\rho(\hat{M})<1$，则 $(I-\hat{M})^{-1}$ 存在且非负，从而有 $\boldsymbol{p}\leqslant 2(I-\hat{M})^{-1}\hat{\boldsymbol{g}}$. 另外，对 $t>a>0$，有

$$-\int_0^t e^{-(m_i-\sigma)(t-s)}e^{\sigma s}F_i(s)\mathrm{d}s\leqslant-\int_{t-a}^t e^{-(m_i-\sigma)(t-s)}e^{\sigma s}F_i(s)\mathrm{d}s\leqslant$$
$$-ae^{-(m_i-\sigma)a}\{e^{\sigma\eta}F_i(\eta)\},\ \eta\in[t-a,t], \tag{18}$$

其中 $m=\max\{m_1,m_2,\cdots,m_N\}$. 由式(14)及式(18)可得

$$e^{\sigma t}G_i(t)\leqslant G_i(0)-l_iae^{-(m-\sigma)a}\{e^{\sigma\eta}F_i(\eta)\}+\sum_{j=1}^{N}\hat{m}_{ij}\hat{p}_j, \tag{19}$$

其中 $\{\hat{p}_1,\hat{p}_2,\cdots,\hat{p}_N\}=2(I-\hat{M})^{-1}\hat{\boldsymbol{g}}$. 再记 $\xi_i=G_i(0)+\sum\limits_{j=1}^{N}\hat{m}_{ij}\hat{p}_j$，则由式(19)有

$$F_i(t)\leqslant(l_ia)^{-1}\xi_ie^{-(m-\sigma)a}e^{\sigma\eta}. \tag{20}$$

注意 $t\to\infty\Leftrightarrow\eta\to\infty$，则 $\lim\limits_{t\to\infty}F_i(t)=0$，从而有

$$G_i(t)=\{e^{\sigma t}G_i(t)\}e^{-\sigma t}\leqslant p_i(t)e^{-\sigma t}\leqslant\hat{p}_ie^{-\sigma t}, \tag{21}$$

故 $\lim\limits_{t\to\infty}G_i(t)=0$，即当 $t\to\infty$ 时

$$\|\boldsymbol{q}_i(x,t)\|_{w^{1,2}(\Omega)}=\|\boldsymbol{q}_i(x,t)\|_{L^2(\Omega)}+\|\nabla\boldsymbol{q}_i(x,t)\|_{L^2(\Omega)}=\sqrt{G_i(t)}+\sqrt{F_i(t)}\to 0. \tag{22}$$

从而，可得如下定理.

定理1. 若 (A_i,B_i) 可控，则由式(4)所确定的切换流形 $\boldsymbol{s}=(\boldsymbol{s}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{s}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{s}_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}=0$，使得滑动模运动方程(7)是 $w^{1,2}(\Omega)$ 渐近稳定的.

3 分散控制器的设计

在这节里，将要设计一个分散变结构控制器 $\boldsymbol{u}_i(x,t)$，使得式(1)的所有解 $\boldsymbol{q}_i(x,t)$ 都能于有限时间内到达滑动流形上，从而实现滑动模运动. 因为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\boldsymbol{s}_i(x,t))^{-\frac{1}{2}}=(\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\boldsymbol{s}_i(x,t))^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{s}_1^{\mathrm{T}}(x,t)(C_iD_i\Delta\boldsymbol{q}_i+C_iA_i\boldsymbol{q}_i+C_iB_i\boldsymbol{u}_i)+$$
$$C_i\sum_{j\neq i,j=1}^{N}A_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t)+C_i\sum_{j=1}^{N}E_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t-\tau)+H_i\boldsymbol{q}_i, \tag{23}$$

现设计变结构控制器 $\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{u}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{u}_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ 如下：

$$\boldsymbol{u}_i(x,t)=-(C_iB_i)^{\mathrm{T}}\{C_iD_i\Delta\boldsymbol{q}_i+(C_iA_i+H_i)\boldsymbol{q}_i+(\rho_i+\eta_i)\|\boldsymbol{q}_i\|\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_i)+$$
$$\mu_i\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_i)+\sigma_i\|\boldsymbol{q}_i(x,t-\tau)\|\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_i)\}, \tag{24}$$

其中 σ_i 使得矩阵 $\sigma=(\sigma_{ij})_{N\times N}$ 是 M-矩阵，而 $\sigma_{ij}=\sigma_i-\|C_iE_{ij}\|,\sigma_{ij}=-\|C_iE_{ij}\|,j\neq i,\rho_i,\eta_i$ 和 μ_i 是待定正常数.

再记 $\rho=(\rho_{ij})_{N\times N}$，其中 $\rho_{ij}=\rho_i,\rho_{ij}=-\|C_iA_{ij}\|,j\neq i$. 从而

$$\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\boldsymbol{s}_i(x,t))^{\frac{1}{2}}=(\boldsymbol{s}_i^{T}(x,t)\boldsymbol{s}_i(x,t))^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}(x,t)[-(\rho_i+\eta_i)\|\boldsymbol{q}_i\|\mathrm{sng}(\boldsymbol{s}_i)+$$

$$C_i\sum_{j\neq i,j=1}^{N}A_{ij}\boldsymbol{q}_j-\sigma_i\|\boldsymbol{q}_i(x,t-\tau)\|\mathrm{sgn}(\boldsymbol{s}_i)+C_i\sum_{j=1}^{N}E_{ij}\boldsymbol{q}_j(x,t-\tau)-\mu_i].\tag{25}$$

因为 σ 是 M-矩阵,由 Araki 引理[8],存在 $\boldsymbol{\alpha}=(\alpha_1,\cdots,\alpha_N)>0$,使得 $\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\sigma>0$,从而

$$\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}\leqslant-\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}-\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\rho\hat{\boldsymbol{q}}-\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\sigma\hat{\boldsymbol{q}}_\tau-\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\eta\hat{\boldsymbol{q}},\tag{26}$$

其中 $\boldsymbol{\xi}=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_N)^{\mathrm{T}},\mu=(\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_N)^{\mathrm{T}},\hat{\boldsymbol{q}}_\tau=(\|\boldsymbol{q}_1(x,t-\tau)\|,\cdots,\|\boldsymbol{q}_N(x,t-\tau)\|)^{\mathrm{T}},\eta=\mathrm{diag}(\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_N)^{\mathrm{T}},\xi_i=\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}(x,t)\boldsymbol{s}_i(x,t))^{\frac{1}{2}},\hat{\boldsymbol{q}}=(\|q_1\|,\cdots,\|q_N\|)^{\mathrm{T}}$. 由 $\hat{\boldsymbol{q}}_\tau>0$有

$$\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}\leqslant-\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}-\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\rho\hat{\boldsymbol{q}}_\tau-\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\eta\hat{\boldsymbol{q}}.\tag{27}$$

现选取 $\eta_i\geqslant\frac{1}{\alpha_j}\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\|C_iA_{ij}\|$或者$\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\rho_{ij}+\alpha_j\eta_j\geqslant0,j=1,2,\cdots,N$. 因为 $\hat{q}>0$,则

$$\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\rho\hat{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\eta\hat{\boldsymbol{q}}=\sum_{j=1}^{N}\Big(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\rho_{ij}+\alpha_j\eta_j\Big)\hat{q}_j\geqslant0.\tag{28}$$

由式(27)和式(28)有 $\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}\leqslant-\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}$,即

$$\frac{\partial}{\partial t}\Big(\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\|\boldsymbol{s}_i(x,t)\|\Big)<-\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\mu_i.\tag{29}$$

在上式中,关于 t 从0到 t 积分有

$$\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\|\boldsymbol{s}_i(x,t)\|-\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\|\boldsymbol{s}_i(x,0)\|<-\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\mu_it,\quad x\in\Omega,\tag{30}$$

故

$$\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\int_\Omega\|\boldsymbol{s}_i(x,t)\|\mathrm{d}x-\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\int_\Omega\|\boldsymbol{s}_i(x,0)\|\mathrm{d}x<-\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\mu_i|\Omega|t,\tag{31}$$

其中$|\Omega|$是 Ω 的测度. 由式(31)知,存在 $T>0$使得

$$\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\int_\Omega\|\boldsymbol{s}_i(x,t)\|\mathrm{d}x=0,\tag{32}$$

其中

$$T\leqslant\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\int_\Omega\|\boldsymbol{s}_i(x,0)\|\mathrm{d}x\Big/\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\mu_i|\Omega|.\tag{33}$$

由式(32)知,$\boldsymbol{s}_i(x,T)=0$,从而可得如下定理.

定理2. 若(A_i,B_i)可控,则由式(24)所确定的变结构控制器 $\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{u}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{u}_N^{\mathrm{T}})$,使得式(1)的所有解都于有限时间 T 内到达滑动流形 $\boldsymbol{s}_i=0$上,从而实现滑动模运动,而时间 T 由式(33)确定.

4 结束语

针对滞后分布参数关联控制大系统进行了讨论,采用 M-矩阵理论,L_p-估计及 Liapunov 方法,设计了完全分散的滑动流形和变结构控制器. 目前,就滞后分布参数关联大系统的稳定性分析都是比较困难和复杂的. 那么,相应的变结构控制就更是如此了. 我们的工作虽然仅仅是初步的,但为相应问题的研究起了个探试性的作用. 关联大系统存不存在无滞后、无扩散的变结构控制器等都是值得探讨的问题.

参 考 文 献

1 Lefebvre S, Richter S, Decarlo R. Decentralized variable structure control design for a two-pendulum system. *IEEE*

Trans. Autom. control, 1983, **AC-28**(12): 1112～1114

2 Richter S, Lefebvre S, Decarlo R. Control of a class of nonlinear systems by decentralized control. *IEEE Trans. Autom, control*, 1982, **AC-27**(2): 492～494

3 Khuran H, Ahson S I, Lamb S S. Variable structure control design for large scale systems. *IEEE Trans. Syst. Man Cyb.*, 1986, **16**(4): 573～576

4 Mathew G P, Decarlo R. Decentralized variable structure control of interconnected multi-input multi-output nonlinear systems. In: Proc. of 24th Conf. On Design and Control, Ft. Luderdle, 1985, 1719～1742

5 Utkin V. Sliding Modes and Their Application in Variable Structure System, Moscow: MIR Publishers, 1978

6 Fuchs A, Mukundan R. Design of variable structure controller for large scale multivariable systems using eigenvalue placement. *Int. J. Syst. Sci.*, 1988, **19**(11): 2283～2289

7 温香彩，刘永清. 不确定关联大系统的分散变结构控制. 控制理论与应用，1995，12(4)：429～443

8 曾葵铨. 李雅普诺夫直接法在控制理论中的应用，上海：上海科技出版社，1985

谢振东 1966年生，华南理工大学控制理论与控制工程博士生. 在非线性系统稳定性、迭代学习控制、变结构控制等方面发表论文10多篇，曾获省级优秀教学成果奖和自然科学奖. 目前感兴趣的方向是非线性系统的迭代学习控制理论及2D离散系统的变结构控制.

谢胜利 1958年生，控制理论与控制工程博士，电子与通信博士后，华南理工大学无线电与自动控制研究所教授. 在国内外学术刊物上发表论文近70篇，出版专著(国家九五重点图书)一部. 5次承担国家、省部委科研项目. 目前感兴趣的领域为非线性系统迭代学习控制理论、自适应多话路回波信号消除理论、数字预测及应用等.