第25卷 第6期
1999年11月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 25, No. 6
Nov., 1999

摄像机内参数自标定——理论与算法[1)]

吴福朝　于洪川　袁 波　韦 穗
(安徽大学人工智能研究所　合肥　230039)

摘　要　讨论如何通过摄像机的旋转运动标定其内参数. 当摄像机绕其坐标轴旋转时, 运用代数方法给出了计算内参数的公式. 该公式在2D投影变换接近理论值 P 时是非常实用的. 在摄像机绕未知轴旋转时, 根据相应的2D投影变换, 运用矩阵特征向量理论给出了内参数的通解公式. 通过摄像机绕两个不同未知轴的旋转, 摄像机内参数能被唯一地确定. 这些结果为摄像机自标定算法提供了理论基础, 同时也给出了实用性算法. 模拟实验和真实图像实验的结果表明本文所给的算法具有一定实用价值.

关键词　自标定, 投影变换, 摄像机内参数.

CAMERA SELF-CALIBRATION——THEORY AND ALGORITHMS

WU Fuchao　YU Hongchuan　YUAN Bo　WEI Sui
(*Institute of AI, Anhui University, Hefei*　230039)

Abstract　Camera self-calibration is one of the fundamental issues in computer vision. This paper discusses the calibration of camera intrinsic parameters from the rotation of camera. When camera is rotated around its coordinate axis, the formulas of camera intrinsic parameters are obtained by the algebraic method. These formulas are very useful when 2D projective transformation is very close to the theoretic P. When rotational axis are unknown, the general solution of camera intrinsic parameters is obtained by the eigenvectors of 2D projective transformation. The camera intrinsic parameters could be uniquely determined through the method based on two different rotational axes. These results are the theoretic basis of the self-calibration algorithm. Meanwhile a practical algorithm is provided. Tests with synthetic data and real images indicate that the algorithm presented in the paper is robust.

Key words　Self-calibration, 2D projective transformation, camera intrinsic parameters.

1　引言

摄像机定标是计算机视觉中的重要问题. 通常的定标过程是通过测量结构已知的物

1) 国家自然科学基金和"八六三"计划资助课题.
收稿日期　1997-12-24　收修改稿日期　1999-01-27

体在图像平面的成像位置，计算摄像机的内参数[1~4]. 这种方法在许多实际应用中难以实现. Faugeras[5]等提出自标定技术，通过控制摄像机的运动来确定内参数，使标定问题大为简化. 目前基于主动视觉摄像机自标定方法可分为两类：第一类是由马颂德研究员[7]所提出的方法，通过摄像机在三维空间内作两组平移运动，来求解摄像机的内参数；另一种方法是最近由 Basu[8]，Du 和 Brady[9]，Hartley[10]等所提出的通过摄像机的旋转，来求解内参数的方法，其算法有一定的局限性. 本文对 Hartley 所给的算法在理论上加以完善，并提出新算法，以达到更实用的目的.

本文分旋转轴为已知和未知的两种情形，来讨论求解内参数理论和算法. 对旋转轴为已知的情况，我们给出了求解内参数阵的计算公式，该公式在2D 投影变换接近理论值时是非常实用的，同时也给出了具有很强鲁棒性的实用算法；在旋转轴未知的情况，我们给出了标定方程的通解公式，根据相应的2D 投影变换，确定摄像机的内参数阵，这个通解公式为摄像机自标定算法提供了理论基础，同时也给出了具有很强鲁棒性的实用算法.

2 Hartley 算法

为了叙述 Hartley 算法，我们给出其求解内参数矩阵的主要思想. 令 $\boldsymbol{p}=(u,v,w)^{\mathrm{T}}$ 为摄像机象平面的齐次坐标，$\boldsymbol{x}=(x,y,z,1)^{\mathrm{T}}$ 为世界坐标系的齐次坐标. 3D 到2D 之间的投影变换为 $\boldsymbol{p}=M\boldsymbol{x}$，$M$ 为秩3的3×4矩阵，通常称为摄像机矩阵. 将 M 进一步分解为 $M=K(R|-R\boldsymbol{t})$，其中 $K=\begin{pmatrix}k_u & s & p_u\\ 0 & k_v & p_v\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 为内参数矩阵，$(R|-R\boldsymbol{t})$ 为摄像机外参数矩阵. 为了求内参数矩阵，不妨设世界坐标系的原点为摄像机镜头的光心，此时平移矢量 $\boldsymbol{t}=0$，摄像机矩阵 M 简化为3×3方阵 $M=KR$. 物象空间投影变换简化为 $\boldsymbol{p}=KR\boldsymbol{x}$ 这里 $\boldsymbol{x}$ 不再为齐次坐标. 考虑摄像机绕光心对同一景物旋转不同角度拍摄时，所得的图像 $\boldsymbol{p}_i=KR_i\boldsymbol{x}(i=0,1,\cdots,n)$.

在摄像机未作旋转时(即 $i=0$)，R_0为单位阵. 令 P_i 是第0帧图像与第 i 帧图像之间的投影变换，称为由旋转 R_i 所诱导或对应的2D 投影变换，可推出 $P_iK=KR_i$. 一般地，称 $PK=KR$ 为摄像机的标定矩阵方程. 像平面采用齐次坐标，投影矩阵 P 可以相差一个常数. 旋转矩阵 R 满足 $\det R=1$，所以我们总假定 $\det P=1$，必要时可乘以适当因子. 由于旋转矩阵为正交阵，所以可推出 $P(KK^{\mathrm{T}})=(KK^{\mathrm{T}})P^{-\mathrm{T}}$. 令 $C=KK^{\mathrm{T}}$，则 C 必为实对称正定阵，标定矩阵方程化为 $PC=CP^{-\mathrm{T}}$，此方程也称为标定矩阵方程.

Hartley 算法的主要步骤如下：

1)将标定方程 $PC=CP^{-\mathrm{T}}$写成线性方程组形式 $X\boldsymbol{a}=0$，其中 $\boldsymbol{a}$ 为标定阵 C 对应的6维向量(在 C 相差一个常数因子情况下)；

2)求 $X\boldsymbol{a}=0$的最小二乘解 $\boldsymbol{a}$(对应于 $X^{\mathrm{T}}X$ 的最小特征值的单位特征向量)，对应的矩阵记为 C；

3)利用 Choleski 因式分解 $C=VV^{\mathrm{T}}$；

4)对 V 作 QR 分解 $V=KQ$，K 为内参数矩阵.

3 已知旋转轴的情况

3.1 关于 Z-轴(光轴)旋转

令
$$R = R_z(\theta) = \begin{pmatrix} co & -si & 0 \\ si & co & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix},$$
$$co = \cos\theta, \quad si = \sin\theta \quad (0 < \theta < \pi).$$

将 $PK = KR_z(\theta)$ 化为线性系统的形式,再由线性代数理论可推出标定矩阵方程 $PK = KR_z(\theta)$ 相容的充要条件为

$$p_{31} = p_{32} = 0, p_{33} = 1, p_{21} > 0,$$
$$(p_{11} - 1)^2 + p_{21}p_{21} - 2p_{11}(1 + co) = 0,$$
$$p_{11} + p_{22} = 2co.$$

相容时其通解为 $K = K_1(z)\mathrm{diag}(\alpha, \alpha, 1)$,$\alpha$ 为任意正数,其中

$$K_1(z) = \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{p_{11} - co}{si} & \dfrac{p_{12}p_{13} - p_{23}(p_{22} - 1)}{2(1 - co)} \\ 0 & \dfrac{p_{21}}{si} & \dfrac{p_{13}p_{21} - p_{23}(p_{11} - 1)}{2(1 - co)} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

当地摄像机内参数矩阵 K_0 必满足标定方程 $PK = KR_z(\theta)$,即标定方程是相容的,于是有下列命题.

命题1. 绕 Z-轴(光轴)旋转 $\theta(0<\theta<\pi)$ 角,旋转矩阵记为 $R_z(\theta)$,对应图像之间的2D 投影矩阵为 P,则所有通过绕 Z-轴旋转 θ 角能实现2D 变换 P 的摄像机内参数矩阵为 $K = K_1(z)\mathrm{diag}(\alpha, \alpha, 1)$,$\alpha$ 为任意正数.

3.2 关于 Y-轴旋转

命题2. 绕 Y-轴旋转 $\theta(0<\theta<\pi)$ 角,旋转矩阵记为 $R_y(\theta)$,对应的2D 投影矩阵为 P,则所有通过绕 Y-轴旋转 θ 角能实现2D 变换 P 的摄像机内参数矩阵 $K = K_1(y)\mathrm{diag}(1, \alpha, 1)$,$\alpha$ 为任意正数,其中

$$K_1(y) = \begin{pmatrix} \dfrac{si}{p_{31}} & -\dfrac{p_{32}}{p_{31}} & \dfrac{p_{11} - co}{p_{31}} \\ 0 & 1 & \dfrac{p_{21}}{p_{31}} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3.3 关于 X-轴旋转

命题3. 绕 X-轴旋转 $\theta(0<\theta<\pi)$ 角,旋转矩阵记为 $R_x(\theta)$,对应的图像间的2D 投影矩阵为 P,则所有通过绕 X-轴旋转 θ 角能实现2D 变换 P 的摄像机内参数矩阵为 $K = K_1(x)\mathrm{diag}(\alpha, 1, 1)$,$\alpha$ 为任意正数,其中

$$K_1(x)=\begin{pmatrix}1 & \dfrac{(p_{11}-co)p_{12}+p_{12}(p_{33}-co)-p_{13}p_{31}}{p_{32}((p_{11}-co)^2+si^2)} & \dfrac{(p_{11}-co)(p_{12}(p_{33}-co)-p_{32}p_{13}-si^2p_{12})}{p_{32}((p_{11}-co)^2+si^2)} \\ 0 & \dfrac{si}{p_{32}} & \dfrac{co-p_{33}}{p_{32}} \\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

3.4 公式法求解内参数矩阵

我们仅需要知道旋转轴就可以用 P 求到旋转矩阵 $R(\theta)$. 事实上,任何旋转矩阵特征值均为1,$e^{-i\theta}$,$e^{i\theta}$(θ 为旋转角). 由于 K 是满秩的,从 $PK=KR(\theta)$知,P 与 $R(\theta)$有相同的特征值. 因此从 P 的特征值可以确定 θ. 故已知旋转轴,可以确定旋转矩阵.

从命题1~3可知,关于 Z-轴的旋转,不能确定 k_u,k_v,s 的值,但是能够确定它们之间的比值;关于 Y-轴的旋转,不能确定的 k_v,s 的值,同样能确定 k_v 与 s 之间的比值;关于 X-轴的旋转,仅 k_u 的值不能确定. 于是我们可以通过关于不同坐标轴的旋转,求出当地摄像机的内参数矩阵. 例如,我们可通过 Z-轴旋转,知道当地摄像机的 $k_u/k_v=\beta$;通过 Y-轴旋转,知道当地摄像机 k_u 的精确值并代入 $k_u/k_v=\beta$ 可求出 k_v 的值,s 的值也可类似地确定. 因此,我们可通过对不同坐标轴的旋转,来确定当地摄像机的内参数矩阵. 这种方法称为公式法.

3.5 实用算法

我们在理论上给出了已知2D 投影变换矩阵 P 和旋转轴(坐标轴)的情况下,求解内参数矩阵 K 的计算公式. 当 P 较精确时,上述计算公式是非常实用的. 但在工程实践中,很难精确地确定2D 投影变换 P,它与理论值有一定的偏差,所得到的标定矩阵方程有可能是不相容的,这就要求提供一种实用的算法.

将标定矩阵方程 $PK=KR_z(\theta)$化为线性方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{k}=\boldsymbol{h}$,其中 $A\in R^{9\times 5}$,$\boldsymbol{h}\in R^5$,$\boldsymbol{k}=(k_u,k_v,s,p_u,p_v)^{\mathrm T}\in R^5$为内参数矩阵 K 所对应的向量.

由于内参数矩阵 K 要求 $k_u>0$和 $k_v>0$,所以求解内参数矩阵问题可化为下述约束最小二乘问题

$$\begin{cases}\min\|A\boldsymbol{k}-\boldsymbol{h}\|,\\ \text{subject to } k_u>0, k_v>0.\end{cases}$$

对应的无约束最小二乘的通解为 $\boldsymbol{k}=A^+\boldsymbol{h}+(I-A^+A)\boldsymbol{y}$,$\boldsymbol{y}\in R^5$,其中 A^+为 A 的广义逆,I 为单位矩阵. 解下述线性不等式组

$$\begin{cases}(\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{y})>-\boldsymbol{h}_1,\\ (\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{y})>-\boldsymbol{h}_1,\end{cases}$$

其中 $\boldsymbol{h}_i$ 为 $A^+\boldsymbol{h}$ 的第 i 个分量,$\boldsymbol{a}_i$ 为 $I-A^+A$ 的第 i 行向量,$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的内积,得到一个解记为 $\boldsymbol{y}_0$. 于是我们得到上述约束最小二乘问题的一个解 $\boldsymbol{k}_0$. 它对应的矩阵 $K_0(z)$就是标定矩阵方程的一个特解. 按命题1,其通解为 $K_0(z)\mathrm{diag}(\alpha,\alpha,1)$,$\alpha>0$.

关于对 Y,X 轴的旋转可以类似地求解.

总结以上讨论,可得出下述求解当地摄像机的内参数矩阵的实用算法.

算法 I .

1)将摄像机绕 Z-轴旋转,求图像间的2D 投影矩阵 P_z,按上述方法求其通解

$$K_0(z)\mathrm{diag}(\alpha,\alpha,1),\quad \alpha>0;$$

2)将摄像机绕 Y-轴(或者 X-轴)旋转,求图像间的2D 投影矩阵 P_y,按上述方法求其

通解

$$K_0(y)\mathrm{diag}(1,\beta,1),\quad \beta>0;$$

3)求解下述最小二乘问题的最小值点$(\lambda_0,\alpha_0,\beta_0)$

$$\min_{\lambda>0,\alpha>0,\beta>0}\|K_0(z)\mathrm{diag}(\alpha,\alpha,1)-\lambda K_0(y)\mathrm{diag}(1,\beta,1)\|;$$

4)当地摄像机的内参数矩阵为

$$K=K_0(z)\mathrm{diag}(\alpha_0,\alpha_0,1),\text{或者 }K=\lambda_0K_0(y)\mathrm{diag}(1,\beta_0,1).$$

4　旋转轴未知的情况

4.1　标定方程 $PC=CP^{-T}$的实对称正定矩阵通解公式

引理1. 设 $t_i(i=1,2,3)$为 T 的第 i 列向量,则 T 为 $PT=TR_z(\theta)$的非奇异解$\Leftrightarrow \boldsymbol{f}=\boldsymbol{t}_1+i\boldsymbol{t}_2,\bar{\boldsymbol{f}}=\boldsymbol{t}_1-i\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3(i=\sqrt{-1})$分别为 P 的特征值 $e^{-i\theta},e^{i\theta},1$的特征向量.

证明. $(\Rightarrow)$　$P(\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3)=(\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3)R_z(\theta)$,

由于

$$R_z(\theta)=\begin{pmatrix}1&1&0\\i&-i&0\\0&0&1\end{pmatrix}\mathrm{diag}(e^{-i\theta},e^{i\theta},1)\begin{pmatrix}1&1&0\\i&-i&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1},$$

所以

$$P(\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3)\begin{pmatrix}1&1&0\\i&-i&0\\0&0&1\end{pmatrix}=(\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3)\begin{pmatrix}1&1&0\\i&-i&0\\0&0&1\end{pmatrix}\mathrm{diag}(e^{-i\theta},e^{i\theta},1),$$

$$P(\boldsymbol{f},\bar{\boldsymbol{f}},\boldsymbol{t}_3)=(e^{-i\theta}\boldsymbol{f},e^{i\theta}\bar{\boldsymbol{f}},\boldsymbol{t}_3),$$

$$(\Leftarrow)\quad P(\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3)=P\left(\frac{\boldsymbol{f}+\bar{\boldsymbol{f}}}{2},\frac{\boldsymbol{f}-\bar{\boldsymbol{f}}}{2i},\boldsymbol{t}_3\right)=\left(\frac{e^{-i\theta}\boldsymbol{f}+e^{i\theta}\bar{\boldsymbol{f}}}{2},\frac{e^{-i\theta}\boldsymbol{f}-e^{i\theta}\bar{\boldsymbol{f}}}{2i},\boldsymbol{t}_3\right)=$$

$$(\cos\theta\cdot\boldsymbol{t}_1+\sin\theta\cdot\boldsymbol{t}_2,\ -\sin\theta\cdot\boldsymbol{t}_1+\cos\theta\cdot\boldsymbol{t}_2\boldsymbol{t}_3)=$$

$$(\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3)R_2(\theta).$$

令 $\boldsymbol{f}=\boldsymbol{t}_1+i\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3$分别为 P 的特征值 $e^{-i\theta}$和1的单位特征向量,由引理1必有

$$P=TR_z(\theta)T^{-1},\quad P^{-T}=T^{-T}R_z(\theta)T^{T},$$

其中　$T=(\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\boldsymbol{t}_3)$. 所以方程 $PC=CP^{-1}$可化为 $TR_z(\theta)T^{-1}C=CT^{-T}R_z,(\theta)T^{T}$,即

$$R_z(\theta)(T^{-1}CT^{-T})=(T^{-1}CT^{-T})R_z(\theta).$$

令 $T^{-1}CT^{-T}=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$,代入上式可推知

$$a_{11}=a_{22},\quad a_{12}=-a_{21},\quad a_{13}=a_{23}=a_{31}=a_{32}=0.$$

于是 $T^{-1}CT^{-T}=\begin{pmatrix}a&b&0\\-b&a&0\\0&0&c\end{pmatrix}$,其中 a,b,c 为任意常数. 所以

$$C=T\begin{pmatrix}a&b&0\\-b&a&0\\0&0&c\end{pmatrix}T^{T}.$$

因 C 为实对称正定矩阵，必有 $b=0,a>0,c>0$. 这样，在相差一个非零因子的情况下，我们有以下命题.

命题4. 方程 $PC=CP^{-T}$所有正定矩阵解为 $C(a)=T\mathrm{diag}(a,a,1)T^{T},a>0$.

令 $V(a)=T\mathrm{diag}(\sqrt{a},\sqrt{a},1)$，则有 $C(a)=V(a)V(a)^{T}$，将 $V(a)$ 作 RQ 分解，得 $K(a)Q(a)$，其中 $K(a)$为上三角形阵且对角元素均大于零，$Q(a)$为正交阵. 对每一参数 a，这种分解是唯一的.

于是有下述命题.

命题5. 已知2D 投影变换 P，可以通过 P 的特征向量得到实现投影 P 的所有摄像机的内参数矩阵为 $K(a)$.

4.2 用一对2D 投影变换求当地摄像机内参数阵

对于当地摄像机内参数矩阵，从上述结果不能唯一确定，这是因为我们仅通过一次旋转无法确定参数 a. 对摄像机进行两次不同轴的旋转，得到两个2D 投影变换 P_1和 P_2，构造矩阵方程组$\begin{cases}P_1C=CP_1^{-T}\\P_2C=CP_2^{-T}\end{cases}$，如果能证明在相差一个非零因子的情况下，此方程组有唯一的实对称正定矩阵解，就可以得到当地摄像机的内参数.

命题6. 摄像机绕轴 $\boldsymbol{n}_1$旋转，所对应的2D 投影变换矩阵为 P_1；绕轴 $\boldsymbol{n}_2$旋转所对应的2D 投影矩阵为 P_2. 当 $\boldsymbol{n}_1\neq\boldsymbol{n}_2$时，矩阵方程$\begin{cases}P_1C=CP_1^{-T}\\P_2C=CP_2^{-T}\end{cases}$有唯一的实对称正定矩阵解，这里唯一性是在相差一个常数因子的意义下(证明参见文[11]).

结合4.1节的讨论，我们有下述求解当地摄像机内参数的算法.

算法Ⅱ.

1)对摄像机按任意轴旋转，求对应的2D 投影变换 P_1以及它的特征值 $e^{-i\theta_1}$和1的单位特征向量 $\boldsymbol{f}_1=\boldsymbol{t}_1^{(1)}+i\boldsymbol{t}_2^{(1)},\boldsymbol{t}_3^{(1)}$；

2)再对摄像机按另一轴旋转，求对应的2D 投影变换 P_2以及它的特征值 $e^{-i\theta_2}$和1的单位特征向量 $\boldsymbol{f}_2=\boldsymbol{t}_1^{(2)}+i\boldsymbol{t}_2^{(2)},\boldsymbol{t}_3^{(2)}$；

3)求矩阵方程 $P_kC=CP_k^{-T}$ 的通解

$$C_k(a_k)=(\boldsymbol{t}_1^{(k)},\boldsymbol{t}_2^{(k)},\boldsymbol{t}_3^{(k)})\mathrm{diag}(a_k,a_k,1)(\boldsymbol{t}_1^{(k)},\boldsymbol{t}_2^{(k)},\boldsymbol{t}_3^{(k)})^{T},k=1,2;$$

4)按算法Ⅰ中的方法求解下述最小二乘问题的最小点(a_{10},a_{20},a_{30})

$$\begin{cases}\min\|C_1(a_1)-C_2(a_2,a_3)\|,\\ \text{Subject to } a_1>0,\ a_2>0,\ a_3>0;\end{cases}$$

5)对 $V_1(a_{10})=(\boldsymbol{t}_1^{(1)},\boldsymbol{t}_2^{(1)},\boldsymbol{t}_3^{(1)})\mathrm{diage}(\sqrt{a_{10}},\sqrt{a_{10}},1)$或 $V_2(a_{20},a_{30})=(\boldsymbol{t}_1^{(2)},\boldsymbol{t}_2^{(2)},\boldsymbol{t}_3^{(2)})\times\mathrm{diag}(\sqrt{a_{20}},\sqrt{a_{20}},\sqrt{a_{30}})$，施行 RQ 分解，求出内参数矩阵，即为当地摄像机的内参数矩阵.

5 实验

5.1 模拟实验

1)对理论值 $P_1,R_z(\theta_1)$和 $P_2,R_y(\theta_2)$，利用公式法和算法Ⅰ所得到的内参数矩阵与理

论值 K 完全一致;对理论值 P_1和 P_2,用本文算法 Ⅱ 所得的内参数值也与理论值完全一致.

2)为了验证算法的鲁棒性,我们首先通过2D 投影变换 P 的理论值,计算出旋转前后两幅图像的8个匹配点$(u_i,v_i)\leftrightarrow(u'_i,v'_i)$. 对匹配点设置不同的噪声,噪声水平用第二幅图像上匹配点(u'_i,v'_i)增量$(\Delta u'_i,\Delta v'_i)$的模 $d(\Delta u'_i,\Delta v'_i)=\sqrt{\Delta u_i'^2+\Delta v_i'^2}$来衡量,单位为pixel. 模拟实验表明,算法 Ⅰ 和算法 Ⅱ 具有相同的稳定性,与文[10]中所列的实验结果相比较,我们所给的算法均优于文[10]. 对于公式法,当投影变换 P 与理论值有较大偏差时,不再适用.

5.2 真实图像实验

本实验中采用1/4-inch CCD,分辨率达752×582. 通过手动调节摄像机绕经过光心的任意两个不同的旋转轴,获取三幅图像(包括运动前的一幅). 运用算法2.1得到本摄像机内参数为

$$k_u=931.954,\quad k_v=987.688,\quad s=-0.98802,\quad p_u=10.505,\quad p_v=-18.638.$$

6 结束语

本文运用严谨的理论分析,解决了通过旋转摄像机确定内参数矩阵问题. 对绕坐标轴旋转的情况,给出了求解内参数阵的计算公式,该公式在2D 投影变换接近理论值时是非常实用的,同时也给出了具有很强鲁棒性的实用算法. 在旋转轴未知的情况,给出了标定方程的通解公式,根据相应的2D 投影变换,确定摄像机的内参数阵. 这个通解公式为摄像机自标定算法提供了理论基础,同时也提供了具有很强鲁棒性的实用算法.

致谢　中国科学院自动化研究所胡占义研究员认真审阅了本文初稿,并告知命题6是已知结果以及修改意见,在此表示感谢.

参 考 文 献

1 Faugeras O, Toscani G. The calibration problem of stereo. In: proc. CVPR'86, 1986,15～20

2 Tsai R Y. An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision. In: Proc. CVPR'86,1986, 364～374

3 Wei G Q, Ma S D. Implicit and explicit camera calibration: Theory and experiments. *IEEE Trans on Pattern Anal. & Mach. Intell.*, 1994,**16**(4):469～480

4 Wei G Q, Ma S D. Camera calibration by vanishing point and cross ratio. In:Proc. IEEE Int. Conf. ASSP,1989, 1630～1633

5 Maybank S J, Faugeras O. A theory of self-calibration of a moving camera. *Int. J. Comput. Vision*, 1992,**8**(2): 123～151

6 Luong Q T. Matrice Fondamentale et Calibration Visuelle surl' Environnement [Ph. D. Thesis]. Universite de Paris-Sud. Centre D'Orsay. 1992

7 Ma S D. A self-calibration technique for active vision system. *IEEE Trans Robotic & Autom.*, 1996,**12**(1):114～120

8 Basu A. Active calibration:Alternative strategy and analysis. In:Proc. IEEE Conf. On Computer Vision and pattern Recognition, 1993,495～500

9 Du F, Brady M. Self-calibration of the intrinsic parameters of camera for active vision system. In:Proc. IEEE

Conf. On Computer Vision and Pattern Recognition, 1993, 477～482

10 Hartley R. Self-calibration of stationary cameras. *Int. J. of Computer Vision*, 1997, **22**(1): 5～23

11 Zeller C, Faugeras O. Camera Self-Calibration from Video Sequences: the Kruppa Equations, INRIA Rapport de recherche No. 2793, 1996

吴福朝 1957年生，教授. 主要研究领域为人工智能、人工神经网络、计算机视觉与应用数学.

于洪川 1969年生，博士研究生. 主要研究领域为计算机视觉与图像处理.

袁 波 1965年生，博士、副教授. 主要研究领域为计算机视觉与图像处理.

韦 穗 1946年生，教授、博士生导师. 主要研究领域为图像处理与虚拟现实技术.

(上接第762页)

重要日期 Important Dates

1999年12月1日	前提交3份论文初稿全文及专题分会提议
1 Dec. 1999	Receipt of 3 copies of draft paper and proposal for special sessions
2000年1月15日	前发出论文接受通知
15 Jan. 2000	Notification of Acceptance
2000年3月15日	前提交正式激光打印论文
15 Mar. 2000	Receipt of Final Camera-ready Manuscript

秘书处 Secretariat

秘书长 General Secretary 丛爽 Shuang Cong

全部论文寄往以下地址

All papers submit to the following address:

中国 合肥 中国科学技术大学自动化系

CWC ICIA'2000秘书处 丛 爽 博士

联系电话：0551－3601513 传真：0551－3603244

联系人：薛美盛 邮编：230027

Dr. Shuang Cong

The secretariat of the CWC ICIA'2000

c/o Department of Automation

University of Science & Technology of China

Hefei 230027, P. R. China

Tel: +86-551-3601513 Fax: +86-551-3603244

E-mail: cwcicia@ustc.edu.cn

You can also visit our web site for more information:

http://cwcicia.ustc.edu.cn