

# 系统主导特征向量配正设计的 稳定性分析<sup>1)</sup>

姜长生 吴庆宪 王丕宏

(南京航空航天大学自动控制系 南京 210016)

**摘要** 利用主导特征向量配正方法设计控制器,使主导特征函数对系统参数摄动的敏感度最小,且稳定.但是,这种设计方法不能保证所有非主导特征函数对系统参数摄动的敏感度也小,且也稳定.因此,利用主导特征向量配正方法设计受到摄动的系统控制器时,必须检验闭环系统的稳定性.文中给出了检验这种情况下闭环系统稳定性的定理和配正设计的控制器应满足的条件.

**关键词** 特征向量配正,鲁棒稳定,多变量系统.

## STABILITY ANALYSIS OF SYSTEM DESIGN WITH DOMINATE EIGENVECTOR ALIGNMENT APPROACH

JIANG Changsheng WU Qingxian WANG Pihong

(Department of Automatic Control, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

**Abstract** In synthesizing system controller, the dominate eigenvector alignment approach can make the dominate eigenfunction stable and make its sensitivity to parameter perturbation the minimal. But for other non-dominate eigenfunction, such stability and insensitivity are not guaranteed by this approach. Thus the stability of the closed-loop system with perturbation must be checked when using the approach. This paper presents the stability theorems and stable conditions which must be satisfied in design of controller using the dominate eigenvector alignment approach.

**Key words** Eigenvector alignment, robust stability, multivariable system.

## 1 引言

系统设计的困难问题之一是受控对象的不确定性.为了简化这类系统的设计,通常利用线性时不变系统标称模型综合这种系统的控制器.要求所设计的这种控制器能很好地应付系统模型的不确定性.威克逊和黄琳证明<sup>[1,2]</sup>,正规矩阵的特征值对矩阵参数的摄动是不敏感的.这一结果被洪仰三和麦克法兰用于系统频域中控制器的正规化设计,如图1

1) 国家自然科学基金资助课题.

所示. 这种设计方法是一个很好的鲁棒控制设计方法, 但是它还有缺点. 因为这样设计出来的控制器  $K(s)$  一般为无理矩阵, 工程上难于实现, 且算法复杂.

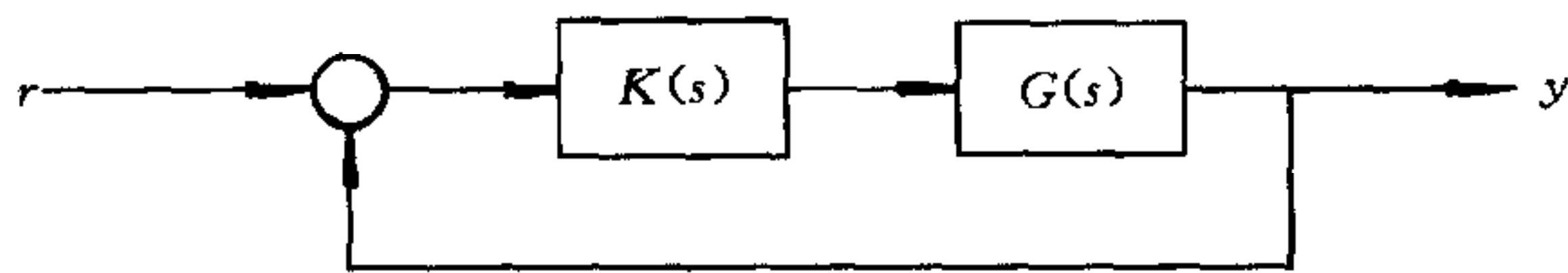


图 1

为了工程实现, 必须对  $K(s)$  进行有理函数逼近, 但这又导致  $Q(s) = G(s)K(s)$  正规程度下降. 为了简化设计, 也为了工程上易于实现, 可用主导特征向量配正设计方法. 事实表明这种方法是好的. 清华大学张霖、吴麒研究了这种设计方法, 但未给出系统摄动情况下的稳定性分析. 本文讨论了这一问题, 给出了相应的结论和数例.

## 2 基本理论<sup>[3,4]</sup>

假设  $Q(s) = T(s)\text{diag}[\lambda_i(s)]V(s) \in R^{m \times m}$  在右半平面无极点,  $\lambda_i(j\omega)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 为  $Q(j\omega)$  的特征轨迹, 且它们均不包围点  $(-1, j0)$ . 若对某个  $\omega_{ri}$ ,  $\angle \lambda_j(j\omega_{ri}) = -\pi$  时, 有

$$|\lambda_i(\omega_{ri}) - (-1 + j0)| = \min, \quad (1)$$

或者对某个  $\omega_{ri}$ ,  $|\lambda_i(\omega_{ri})| = 1$  时, 有

$$\pi + \angle \lambda_i(\omega_{ri}) = \min, \quad (2)$$

则称  $\lambda_1(s)$ ,  $\lambda_i(j\omega)$  分别为  $Q(s)$  和  $Q(j\omega)$  的主导特征函数和主导特征轨迹, 它们相应的特征向量为主导特征向量.

**定义 1.** 设  $Q(j\omega), \Delta Q(j\omega) \in C^{m \times m}$ ,  $\lambda_i(Q)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 互异,  $\|\Delta Q\|_2 = 1, 0 \leq \epsilon \leq 1$ , 若  $\tilde{\lambda}_i(Q + \epsilon \Delta Q)$  也互异, 则矩阵  $Q$  的特征值  $\lambda_i$  的敏感度为

$$p_i = \limsup_{\epsilon \rightarrow 0} \min_j \frac{|\lambda_i - \tilde{\lambda}_j|}{\epsilon}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

容易理解,  $p_i$  越小, 则矩阵  $Q(j\omega)$  的特征值  $\lambda_i$  鲁棒性越好.

**引理 1.** 设  $Q(j\omega) \in C^{m \times m}$ , 其特征值  $\lambda_i(Q)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 均为单特征值, 其相应的正规化左、右特征向量分别为  $u_i, v_i \in C^{m \times 1}$ , 则  $\lambda_i(Q)$  的敏感度为

$$p_i = \frac{1}{|u_i^H v_i|} \geq 1, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

证明见文献[3].

**定义 2.** 设矩阵  $T = [f_1, \dots, f_m]$  可逆, 且有  $i$  使  $\|f_i\|_2 = 1, f_i \perp f_j, \forall j \neq i$ , 则矩阵  $T$  称为第  $i$  列正交阵.

**引理 2.** 设矩阵  $T = [f_1, \dots, f_m]$  为第  $i$  列正交阵,  $T^{-1} = [g_1, \dots, g_m]^H$ , 则  $(T^{-1})^H$  亦为第  $i$  列正交阵, 且  $g_i = f_i$  (证明见文献[3]).

**定理 1.** 设矩阵  $Q(j\omega) \in C^{m \times m}$  可分解为  $Q = U \Sigma T^{-1}$ , 其中  $U = [u_1, \dots, u_m]$  为酉阵,  $T = [f_1, \dots, f_m]$  为第  $i$  列正交阵,  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_m)$ , 诸  $\sigma_i$  为复数, 且互异. 若对某个  $i$ , 有  $u_i = e^{j\theta_i} f_i$ , 则有

- 1)  $e^{j\theta_i} \sigma_i$  为  $Q$  的一个特征值, 且此特征值的敏感度最小;
- 2)  $f_i$  和  $u_i$  分别为此特征值的左、右特征向量.

证明见文献[3].

### 3 主导特征向量的配正设计

根据定理1,对图1所示的系统,进行主导特征向量配正设计.设计步骤如下<sup>[3,4]</sup>:

1) 设定一组希望的有理特征函数 $\{\lambda_1(s), \lambda_2(s), \dots, \lambda_m(s)\}$ ,且设定 $\lambda_1(s)$ 为主导特征函数.

2) 对图1所示系统的对象 $G(s)$ 作酉有理分解

$$G(s) = U_G(s)V_G^{-1}(s), \quad (5)$$

其中 $U_G(s) = [\mathbf{u}_1(s), \mathbf{u}_2(s), \dots, \mathbf{u}_m(s)]$ 为酉有理函数阵, $V_G(s)$ 为可逆有理函数阵.

3) 对图1的系统设计补偿器 $K(s)$ 为

$$K(s) = V_K(s)\Sigma_K V_K^{-1}(s), \quad (6)$$

其中 $V_K(s) = [\mathbf{v}_1(s), \mathbf{v}_2(s), \dots, \mathbf{v}_m(s)]$ . 令 $\mathbf{v}_1(s) = e^{-j\theta} \mathbf{u}_1(s)$ . 且 $\mathbf{v}_1(s) \perp \mathbf{v}_j(s), \forall j \neq 1$ 成立, 则 $V_K(s)$ 为第一列正交矩阵. 又

$$\Sigma_K = \text{diag}[\sigma_1, \dots, \sigma_m], \quad (7)$$

其中 $\sigma_1 = e^{-j\theta} \lambda_1(s)$ , 则图1系统的开环传递函数阵 $Q(s)$ 为

$$Q(s) = G(s)K(s) = U_G(s)\Sigma_K V_K^{-1}(s). \quad (8)$$

可见, $Q(s)$ 满足定理1的条件, $\lambda_1(s)$ 是 $Q(s)$ 的一个特征函数,且对 $Q(s)$ 参数变动敏感度最小.

4) 确定 $\sigma_2, \dots, \sigma_m$ 和 $V_K^{-1}(s)$ 的各行,以保证 $Q(s)$ 的其他特征函数为 $\lambda_2(s), \dots, \lambda_m(s)$ . 设期望的 $Q^*(s)$ 的特征分解为

$$Q^*(s) = T(s)\text{diag}[\lambda_1(s), \lambda_2(s), \dots, \lambda_m(s)]T^{-1}(s). \quad (9)$$

上式中 $\lambda_1(s), \lambda_2(s), \dots, \lambda_m(s)$ 是步骤1)确定的有理特征函数; $T(s) = [\mathbf{f}_1(s), \dots, \mathbf{f}_m(s)]$ ,  $T^{-1}(s) = [\mathbf{g}_1(s), \dots, \mathbf{g}_m(s)]^H$ 均为第一列正交矩阵,并且有

$$\mathbf{f}_1(s) = \mathbf{u}_1(s), \quad \mathbf{g}_1(s) = \mathbf{f}_1(s) = \mathbf{u}_1(s). \quad (10)$$

由矩阵的谱分解,得

$$Q^*(s) = \sum_{i=1}^m \lambda_i(s) \mathbf{f}_i(s) \mathbf{g}_i^H(s) = \sum_{i=1}^m \lambda_i(s) E_i(s); \quad (11)$$

另一方面,由引理2知, $V_K^{-1}(s)$ 可写成

$$V_K^{-1}(s) = [\mathbf{v}_1(s), \tilde{\mathbf{v}}_2(s), \dots, \tilde{\mathbf{v}}_m(s)]^H. \quad (12)$$

由此有

$$Q(s) = U_G(s)\Sigma_K V_K^{-1}(s) = \lambda_1(s) \mathbf{f}_1(s) \mathbf{g}_1^H + U_{m-1}(s)\Sigma_{m-1} V_{m-1}^H(s), \quad (13)$$

其中 $U_{m-1}(s) = [\mathbf{u}_2(s), \dots, \mathbf{u}_m(s)]$ ,  $\Sigma_{m-1} = \text{diag}[\sigma_2, \dots, \sigma_m]$ ,  $V_{m-1}^H(s) = [\tilde{\mathbf{v}}_2(s), \dots, \tilde{\mathbf{v}}_m(s)]^H$ .

取 $Q(s) = Q^*(s)$ ,从而有

$$U_{m-1}(s)\Sigma_{m-1} V_{m-1}^H(s) = \sum_{i=2}^m \lambda_i(s) E_i(s). \quad (14)$$

将上式左乘 $U_{m-1}^H(s)$ ,则有

$$E(s) = \Sigma_{m-1} V_{m-1}^H(s) = U_{m-1}^H(s) \sum_{i=2}^m \lambda_i(s) E_i(s). \quad (15)$$

注意到上式中  $U_{m-1}(s)$  为式(5)中的  $U_G(s)$  去掉第一列而得的矩阵,由此及式(6)得

$$K(s) = V_G(s)\Sigma_K V_K^{-1}(s) = V_G(s) \begin{bmatrix} \lambda_1(s)u_1^H(s) \\ E(s) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

式中最后一个等式成立是利用了公式  $v_1(s) = e^{-j\theta}u_1(s)$ ,  $\sigma_1 = e^{-j\theta}\lambda_1(s)$ .

#### 4 主导特征向量配正设计的稳定性分析

必须指正,主导特征向量的配正设计虽然能保证主导特征函数对参数变动的敏感度最小,但不能保证其他特征函数的敏感度也小.所以,当系统参数变动时,若  $K(s)$  的设计使主导特征函数稳定,但不能保证其他特征函数也稳定.因此,有必要验证,当系统参数变动时,所有非主导特征函数也稳定.为此,先给出如下引理.

**引理3.** (推广的 Bauer-Fike 定理<sup>[6]</sup>). 设  $Q_0 = T^{-1}JT \in C^{m \times m}$ ,  $J$  是  $Q_0$  的 Jordan 标准形,又设  $Q = Q_0 + \Delta Q$ , 则对任一  $\mu \in \lambda(Q)$ , 必有  $\lambda \in \lambda(Q_0)$ , 使得

$$\frac{|\lambda - \mu|^l}{(1 + |\lambda - \mu|)^{l-1}} \leq \|T\Delta QT^{-1}\|_2, \quad (17)$$

其中  $l$  是  $J$  中属于  $\lambda$  的最大 Jordan 块的维数. (证明见文献[6])

**引理4<sup>[6]</sup>.** 设  $Q_0 \in C^{m \times m}$  是可正规化矩阵,即  $Q_0 = T^{-1}\Lambda T$ ,  $\Lambda$  为对角阵. 又设  $Q = Q_0 + \Delta Q$ , 则根据引理3的式(17)有

$$S_{Q_0}(Q) = \max_{1 \leq j \leq m} (\min_{1 \leq i \leq m} |\lambda_i - \mu_j|) \leq \|T\Delta QT^{-1}\|_2, \quad (18)$$

其中  $S_{Q_0}(Q)$  表示矩阵  $Q$  对矩阵  $Q_0$  的谱改变量,  $\lambda_i \in \lambda(Q_0)$ ,  $\mu_j \in \lambda(Q)$ .

当  $Q_0$  为可正规化矩阵时,  $Q_0$  的 Jordan 形的最大 Jordan 块的维数  $l=1$ . 由此,根据式(17)即得式(18). 引理的结论成立.

根据以上两个引理,可有如下定理成立.

**定理2.** 对于图1的系统,对象  $G(s)$  存在相乘摄动  $G(s)(I + \Delta G_b(s))$ , 按上述主导特征向量配正方法设计  $K(s)$ , 并使  $Q_0(s) = G(s)K(s)$  稳定, 且  $Q_0(j\omega)$  的广义乃氏曲线不包围  $(-1, j0)$  点(即摄动前闭环系统稳定). 若摄动后开环系统  $Q(s) = G(s)(I + \Delta G_b(s))K(s)$  稳定, 则摄动后闭环系统仍然稳定的充分条件是如下不等式组成立:

$$\begin{cases} \|K\|_2 < \frac{1 - |\lambda_j|}{\|T\|_2 \cdot \|T^{-1}\|_2 \cdot \|G\Delta G_b\|_2}, & \text{当 } \omega = \omega_i, \forall i, j \in m, \\ \angle \lambda_{\Delta}(j\omega_i) = -\pi, \end{cases} \quad (19)$$

其中  $T$  和  $T^{-1}$  为式(9)第一列正交阵,  $\lambda_j \in \lambda(Q_0)$ ,  $\lambda_{\Delta} \in \lambda(G(I + \Delta G_b(s))K)$ ,  $\omega_i$  为使  $\angle \lambda_{\Delta}(j\omega_i) = -\pi$  的频率点. 当取  $T$  为第一列正交阵时  $j=1$ , 或者有

$$\begin{cases} |\lambda_j| < 1 - \|T\|_2 \cdot \|T^{-1}\|_2 \cdot \|G\Delta G_b\|_2 \cdot \|K\|_2, \\ \angle \lambda_{\Delta}(j\omega_i) = -\pi, \end{cases} \quad \text{当 } \omega = \omega_i, \forall i, j \in m. \quad (20)$$

证明. 若按上述主导特征向量配正方法设计系统, 则系统摄动前的开环传递函数阵  $Q_0 = GK$  与式(9)一致, 且为可对角化矩阵. 摄动后的开环传递函数阵  $Q_{\Delta} = GK + G\Delta G_b K = Q_0 + \Delta Q$ . 因为  $\lambda \in \lambda(Q_0)$ ,  $\lambda_{\Delta} \in \lambda(Q_0 + \Delta Q)$ , 所以根据引理4有

$$|\lambda_{\Delta} - \lambda_j| \leq \|T\Delta QT^{-1}\|_2, \forall \omega_i, \forall i, j \in m,$$

式中  $T$  和  $T^{-1}$  为式(9)的第一列正交阵. 由此有

$$|\lambda_{\Delta i}| \leq \|T\Delta QT^{-1}\|_2 + |\lambda_j|, \quad \forall \omega_i, \quad \forall i \in m, j = 1.$$

于是,在  $Q_0(s)$  稳定,  $Q_0(j\omega)$  的广义乃氏曲线不包围  $(-1, j0)$  点, 以及摄动后开环系统

$Q_{\Delta}(s) = G(s)(I + \Delta G_b(s))K(s)$  稳定的条件下, 对于某个  $\omega_i$ , 当  $\angle \lambda_{\Delta i}(j\omega_i) = -\pi$  时,  $|\lambda_{\Delta i}(j\omega_i)|$  与  $(-1, j0)$  点的距离是反映系统鲁棒稳定性的标志. 由此, 考虑到  $\Delta Q = G\Delta G_b K$ , 不等式组

$$\begin{cases} |\lambda_j| < \|T\|_2 \cdot \|T^{-1}\|_2 \cdot \|G\Delta G_b\|_2 \cdot \|K\|_2 + |\lambda_j| < 1, \\ \angle \lambda_{\Delta i}(j\omega_i) = -\pi, \end{cases} \quad \text{当 } \omega = \omega_i, \forall i \in m, j = 1 \quad (21)$$

成立是系统摄动后仍然稳定的充分条件. 由此有

$$\begin{cases} \|K\|_2 < \frac{1 - |\lambda_j|}{\|T\|_2 \cdot \|T^{-1}\|_2 \cdot \|G\Delta G_b\|_2}, \\ \angle \lambda_{\Delta i}(j\omega_i) = -\pi, \end{cases} \quad \text{当 } \omega = \omega_i, \forall i \in m, j = 1. \quad (22)$$

上式可称为摄动系统稳定的补偿器范数条件. 当  $T$  为第一列正交阵时,  $j=1$ . 或者对已设计好的  $K(s)$  验证系统是否具有鲁棒稳定性, 即对某个  $\omega_i, \forall i \in m$ , 应有

$$\begin{cases} |\lambda_j| < 1 - \|T\|_2 \cdot \|T^{-1}\|_2 \cdot \|G\Delta G_b\|_2 \cdot \|K\|_2, \\ \angle \lambda_{\Delta i}(j\omega_i) = -\pi. \end{cases} \quad \text{当 } \omega = \omega_i, \forall i, j \in m. \quad (23)$$

证毕.

例. 设图1系统的受控对象为

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+1} & \frac{s+3}{s+1} & \frac{s^3+4s^2+3s-1}{s(s+1)(s+3)} \\ \frac{\sqrt{2}}{s+1} & \frac{\sqrt{2}}{s+1} & \frac{\sqrt{2}}{s+1} \\ \frac{s+2}{s+1} & \frac{s+3}{s+1} & \frac{s^3+4s^2+3s+1}{s(s+1)(s+3)} \end{bmatrix},$$

根据主导特征向量配正设计, 步骤如下:

第一步. 对  $G(s)$  作酉有理函数分解得

$$G(s) = U_G(s)V_G^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2}(s+1) & \frac{\sqrt{2}}{2}(s+1)(s+3) & -\sqrt{2}s(s+1)(s+3) \\ \frac{\sqrt{2}}{2}(s+1) & -\frac{\sqrt{2}}{2}(s+1)(s+2) & \frac{\sqrt{2}}{2}s(s+1)(s+3) \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}s(s+1)(s+3) \end{bmatrix}^{-1};$$

第二步. 选取理想的开环传递函数阵  $Q^*(s)$  为

$$Q^*(s) = T(s)\Lambda(s)T^{-1}(s) =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{s(s+1)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s(s+2)(s+3)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s(s+2)(s+3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix},$$

由上式可见,  $T(s)$  为第一列正交阵,  $\lambda_1(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$  是对应的主导特征函数;

第三步. 设计补偿器  $K(s) = V_G(s) \Sigma_K V_K^{-1}(s)$ , 使  $G(s)K(s) = U_G(s) \Sigma_K V_K^{-1}(s)$  与  $Q^*(s) = T(s) \Lambda(s) T^{-1}(s)$  相等. 取  $V_K(s) = [V_1(s), V_2(s), V_3(s)]$  中的  $V_1(s) = [\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}]^T$ , 则根据式(9), (13)~(15)得

$$E(s) = U_{m-1}^H(s) \sum_{i=2}^3 \lambda_i(s) E_i(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \frac{1}{s(s+2)(s+3)},$$

于是, 由式(16)得

$$K(s) = \begin{bmatrix} \frac{-2\sqrt{2}(s^3+2s^2+1.177s+0.354)}{s(s+1)(s+2)} & \frac{-2\sqrt{2}(s^2+0.75s-0.25)}{s(s+2)} & \frac{2\sqrt{2}(s^3+2s^2+0.823s-0.354)}{s(s+1)(s+2)} \\ \frac{\sqrt{2}(s^3+2s^2+1.354s+0.707)}{s(s+1)(s+2)} & \frac{\sqrt{2}(s^3+3.5s^2+1.5s-1)}{s(s+2)(s+3)} & \frac{-\sqrt{2}(s^3+2s^2+0.646s-0.707)}{s(s+1)(s+2)} \\ \frac{\sqrt{2}(s+1)}{(s+2)} & \frac{\sqrt{2}(s+1)}{(s+2)} & \frac{-\sqrt{2}(s+1)}{(s+2)} \end{bmatrix};$$

第四步. 假定开环系统的受控对象受到相乘摄动  $G(s)(I + \Delta G_b(s))$ , 其中  $\Delta G_b(s)$  为

$$\Delta G_b(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-\frac{2}{\sqrt{2}}k(s+0.5)(s+3)}{s(s+1)} \\ 0 & 0 & \frac{\frac{k}{\sqrt{2}}(s^2+4s+2)}{s(s+1)} \\ 0 & 0 & \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}k(s+3)}{(s+1)} \end{bmatrix},$$

根据  $\Delta G_b(s)$  的表达式, 可得摄动后开环系统的传递函数阵  $Q_\Delta(s)$  的分解式为

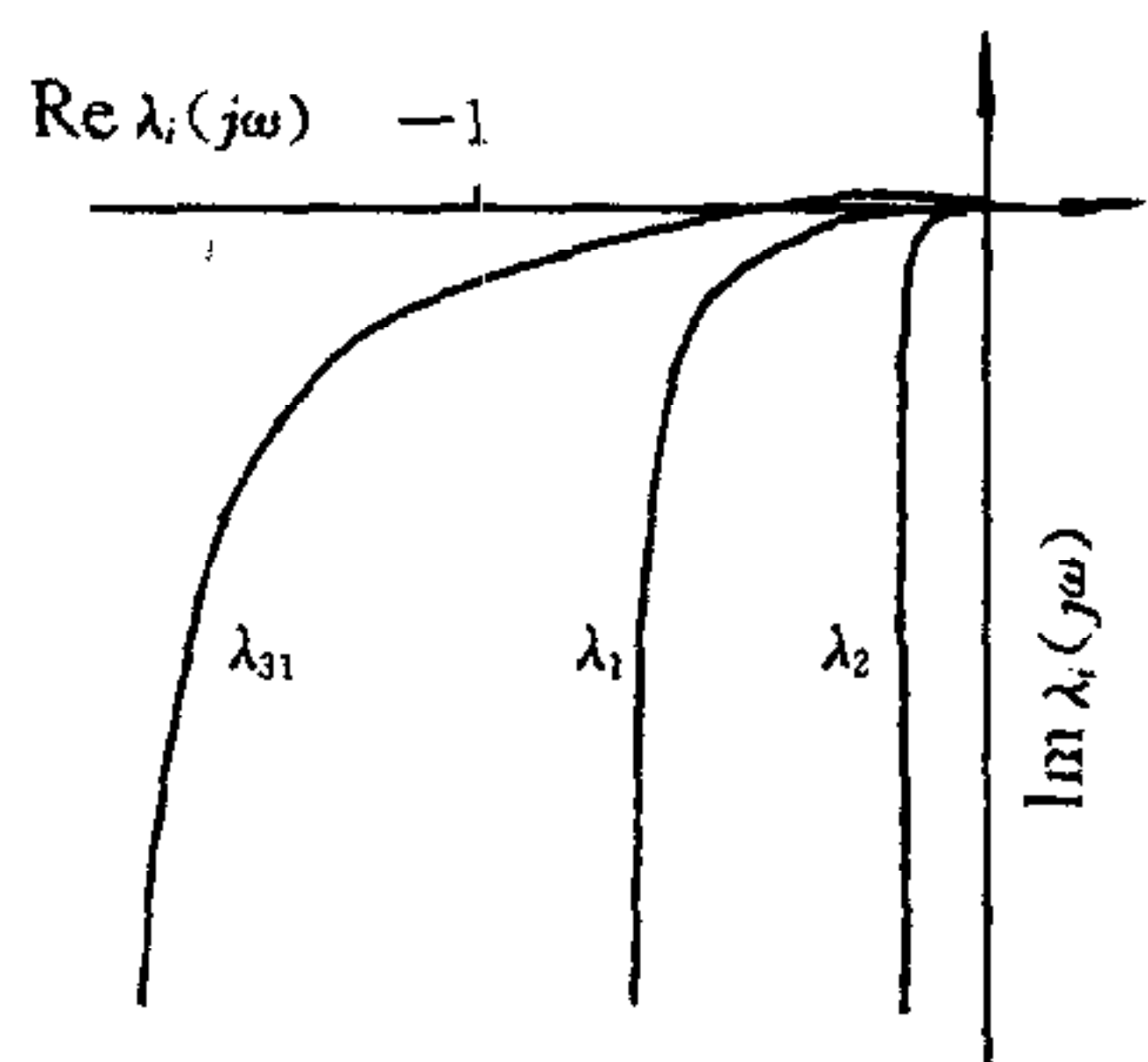
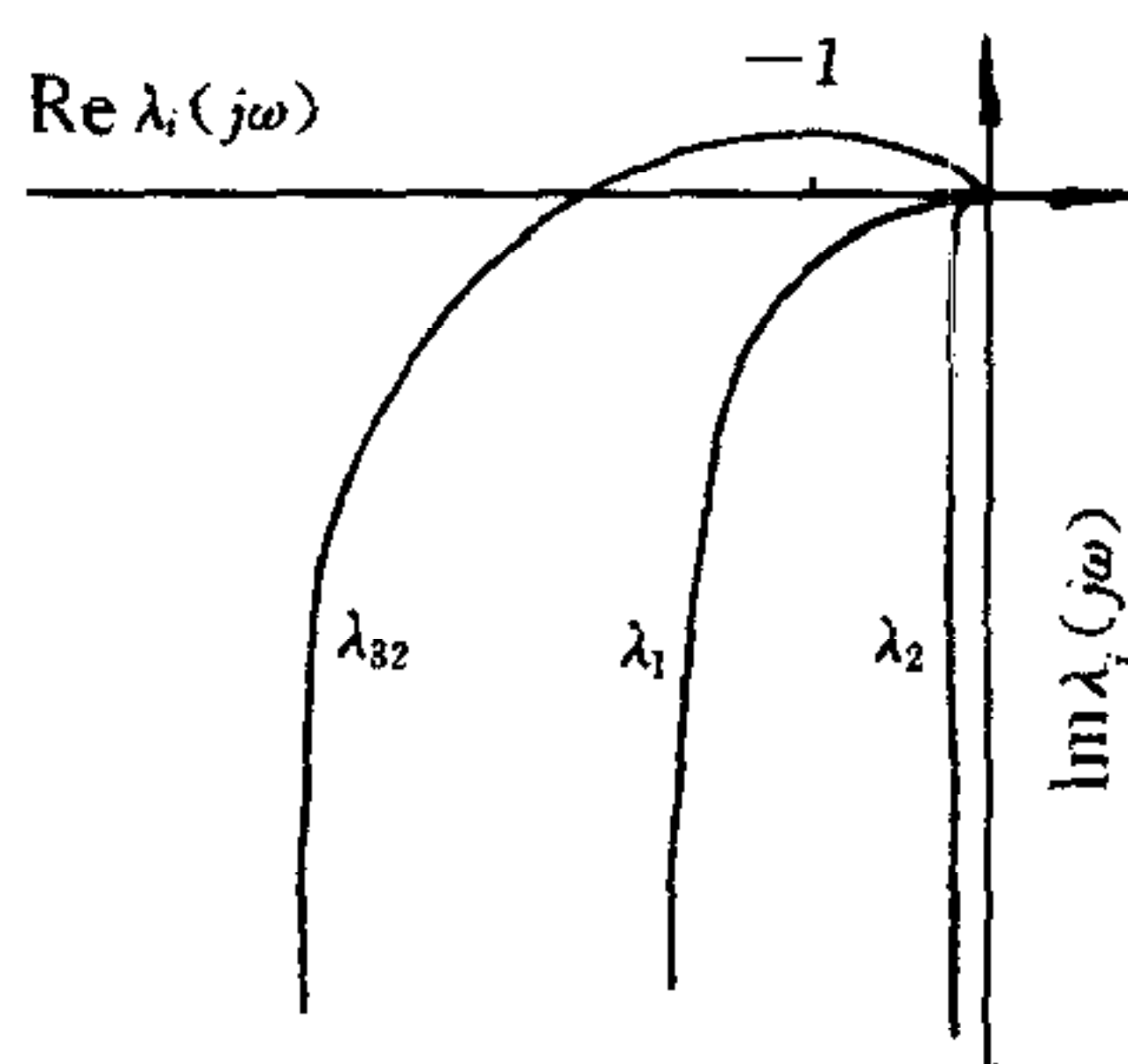
$$Q_\Delta = G(I + \Delta G_b)K =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{s(s+1)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s(s+2)(s+3)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1+k)s+(1+3k)}{s(s+1)(s+2)(s+3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{-1}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{-1}{4} \end{bmatrix},$$

由  $Q_\Delta(s)$  的分解可见,  $Q_\Delta(s)$  的第三个特征函数发生了变化, 当  $k=1$  和  $k=10$  时分别为

$$\lambda_{31}(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+3)}, \quad \lambda_{32}(s) = \frac{11(s + \frac{31}{11})}{s(s+1)(s+2)(s+3)}.$$

通过计算知, 摄动后的开环传递函数  $Q_\Delta(s)$  在右半平面无极点, 当  $k=1$  和  $k=10$  时,  $Q_\Delta(j\omega)$  的广义乃氏曲线分别如图2和图3所示. 由图3可见, 当  $k=10$  时, 闭环系统不稳定. 如果要求闭环系统稳定, 则系统设计应满足式(19)或式(20)的要求. 或者利用式(19), (20)估计配正设计的控制器  $K(s)$  可允许的闭环系统稳定的最大摄动量  $\|\Delta G_b(s)\|$ .

图2  $\lambda_1(j\omega), \lambda_2(j\omega), \lambda_{31}(j\omega)$  的乃奎斯特曲线图3  $\lambda_1(j\omega), \lambda_2(j\omega), \lambda_{32}(j\omega)$  的乃奎斯特曲线

## 参 考 文 献

- 1 Wilkinson J H. The Algebraic Eigenvalue Problem. Oxford: Clarendon Press, 1965, 150~250
- 2 黄琳. 系统与控制理论中的线性代数. 北京: 科学出版社, 1984. 150~250
- 3 张霖, 吴麒. 设计鲁棒控制器的主导特征向量配正方法. 自动化学报, 1991, 17(1): 40~46
- 4 洪仰三, 麦克法兰, AGJ 著, 吴麒译. 多变量反馈的准传统方法. 北京: 科学出版社, 1987
- 5 Jiang Changsheng. A reversed-frame normalization design of robust flight control system. *Chinese Journal of Aeronautics*, 1991, 4(1): 35~45
- 6 孙继广, 矩阵扰动分析. 北京: 科学出版社, 1987, 110~280
- 7 姜长生等. 系统理论基础与鲁棒控制. 北京: 航空工业出版社, 1998. 400~460
- 8 毛剑琴, 姜长生, 金西岳. 控制系统的 CAD. 北京: 北航出版社, 1988. 101~125
- 9 Jiang Changsheng. New method of robust pole assignment by output feedback. In: IEE proceedings-D, 1991, 138(2): 172~176

**姜长生** 1942年生, 1968年南京航空航天大学控制理论与应用专业研究生毕业, 1990~1992年去美国做访问学者, 现为该校自控系教授、博士生导师. 已出版学术著作5部, 发表学术论文50余篇, 获省部级三等以上成果奖5项. 目前的研究领域是鲁棒和智能控制.

**王丕宏** 1958年生, 1985年获西北工业大学火控专业硕士学位, 现为中国航空工业总公司613所研究员、副总设计师. 发表学术论文10余篇, 获省部级三等以上成果奖4项, 部级立功3次. 目前从事火控系统的智能控制研究.

**吴庆宪** 1955年生, 1985年获东南大学控制理论与应用专业硕士学位, 现为南京航空航天大学自控系副教授. 发表学术论文近20篇, 学术著作2部, 获省部级以上教学、科研成果奖3项. 目前的研究领域是鲁棒控制和工业过程控制.