

采样非线性系统的动态神经网络稳定自适应控制¹⁾

孙富春 孙增圻

(清华大学计算机科学与技术系, 智能技术与系统国家重点实验室 北京 100084)

(E-mail: sfc@s1000e.cs.tsinghua.edu.cn.)

慕春棣

(清华大学自动化系 北京 100084)

摘 要 研究了一类采样数据非线性系统的动态神经网络稳定自适应控制方法. 不同于静态神经网络自适应控制, 动态神经网络自适应控制中神经网络用于逼近整个采样数据非线性系统, 而不是动态系统中的非线性分量. 系统的控制律由神经网络系统的动态逆、自适应补偿项和神经变结构鲁棒控制项组成. 神经变结构控制用于保证系统的全局稳定性, 并加速动态神经网络系统的逼近速度. 证明了动态神经网络自适应控制系统的稳定性, 并得到了动态神经网络系统的学习算法. 仿真研究表明, 基于动态神经网络的非线性系统稳定自适应控制方法较基于静态神经网络的自适应方法具有更好的性能.

关键词 动态神经网络, 动态逆, 采样数据非线性系统, 自适应控制, 离散变结构.

STABLE ADAPTIVE CONTROL FOR SAMPLED-DATA NONLINEAR SYSTEMS USING DYNAMIC NEURAL NETWORKS

SUN Fuchun SUN Zengqi

(Department of Computer Science, National Key Lab of Intelligence
Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing 100084)

MU Chundi

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract A stable adaptive control approach using dynamic neural networks (DNN's) has been developed for a class of multi-input multi-output (MIMO) sampled-data nonlinear systems with unknown dynamic nonlinearities. Unlike static NN's (SNN's) to approximate nonlinear components in the dynamic system, DNN's are used to approximate the whole dynamic system. The system control law is composed of the dynamic inversion of the DNN system, adaptive compensation and NN variable structure control (VSC) components. The NN variable structure

1) 国家高技术“八六三”航天领域青年基金和清华大学信息学院基础创新研究基金资助课题。

control is used to guarantee the stability of the controlled system and improve the system dynamic performance. The proof of complete stability and tracking error convergence is given by using Lyapunov stability theory, and the learning algorithm for the DNN system is obtained thereby. Simulations for a two-link manipulator show that the stable adaptive control approach using DNN's has a better dynamic performance than that using SNN's.

Key words Dynamic neural networks, dynamic inversion, sampled-data nonlinear systems, adaptive control, discrete variable structure.

1 引言

近十多年来,基于静态神经网络的非线性系统自适应控制已得到了广泛的研究与应用^[1].由于实际系统是一个动态的过程,用一个静态的网络去逼近一个动态的过程,可能会使闭环系统在行为上失去许多宝贵的东西,如多层前向神经网络不能产生极限环和混沌等行为^[2].不同于静态神经网络自适应控制,动态神经网络自适应控制中神经网络用于逼近整个非线性系统,它是对整个系统行为的逼近.非线性系统的动态神经网络自适应控制是一个很有前途的发展方向^[3],然而,目前的研究中存在两点不足:

1)神经网络应用中需要假设系统的状态位于某一紧集中,在没有系统稳定性证明的情况下,系统的状态可能是无界的,以致在线学习过程中神经网络的逼近方程并不一定成立;

2)现有非线性系统的动态神经网络稳定自适应控制方法,代表性的如 Rovithakis^[3,4]在其所构造的动态神经网络系统中,神经网络函数部分采用的是原系统的状态变量,因此,该系统并不是真正意义上的动态神经网络系统.

本文研究了一类采样数据非线性系统的动态神经网络稳定自适应控制,在构造的动态神经网络系统中,神经网络函数部分采用的是动态神经网络系统自身的状态,由此构造了一个真正意义上的动态神经网络系统.由于选择神经网络系统的动态逆作为动态神经网络系统的输入,动态神经网络系统的状态能够按设计收敛于实际系统待跟随的期望信号,解决了前面1)中提出的问题.本文给出了动态神经网络系统的结构和学习算法、控制器的形式和系统全局稳定性的证明,最后通过一个两自由度机械手的仿真验证了提出控制方法的性能.

2 系统描述

考虑下列与文献[3]相同的采样数据非线性系统

$$\mathbf{x}(k+1) = \bar{A}\mathbf{x}(k) + \bar{G}(\mathbf{x}(k))\mathbf{u}(k) + \bar{\mathbf{w}}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)), \quad (1)$$

这里 $\mathbf{x} = [x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^{n_1}, x_2^1, x_2^2, \dots, x_m^{n_m}]^T \in R^{m_r}$, $x_i^1 = x_i$, $x_i^{j+1} = \dot{x}_i^j$ ($i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n_i - 1$), $\mathbf{u} \in R^m$ 是系统的控制输入.此外,式中 $\bar{A}, \bar{G}(\mathbf{x}(k)) \in R^{m_r \times m}$ 和 $\bar{\mathbf{w}}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \in R^{m_r}$ 的定义同于文献[3].

定义广义误差度量

$$s(k) = Ce(k), \quad (2)$$

这里 $s(k) = (s_1(k), s_2(k), \dots, s_m(k))^T$, $e(k) = x(k) - x_d(k) = (e_1^1(k), e_1^2(k), \dots, e_1^{n_1}(k), \dots, e_m^{n_m}(k))^T \in R^{m_r}$, $x_d(k) = (x_1^{1d}, x_1^{2d}, \dots, x_1^{n_1d}, \dots, x_m^{n_md})^T \in R^{m_r}$ 是待跟随的期望系统状态,

$$C = \text{diag}(c_1, \dots, c_m) \in R^{m \times m_r}, c_i = [c_i^1, c_i^2, \dots, c_i^{n_i}] \in R^{1 \times n_i}. \quad (3)$$

上式中 C 的选择方法同文献[3]. 经过文献[3]公式(5)~(11)相同的推导得到

$$G^{-1}(x(k))s(k+1) = G^{-1}(x(k))rs(k) + G^{-1}(x(k))h(k) + w(x(k), u(k)) + u(k), \quad (4)$$

这里 $r = I - \bar{r} > 0$, $w(x(k), u(k))$ 的定义均同文献[3], $h(k)$ 定义为

$$h(k) = (C(\bar{A} - I)x(k) + \bar{r}s(k) + C(x_d(k) - x_d(k+1))) \in R^m. \quad (5)$$

设动态神经网络系统为

$$\hat{x}(k+1) = \bar{A}\hat{x}(k) + \bar{G}_N(\hat{x}(k))(u(k) - \bar{u}(k)) + \bar{w}_N(\hat{x}(k), u(k)), \quad (6)$$

这里 $\hat{x} = [\hat{x}_1^1, \hat{x}_1^2, \dots, \hat{x}_1^{n_1}, \hat{x}_2^1, \hat{x}_2^2, \dots, \hat{x}_m^{n_m}]^T \in R^{m_r}$, $\hat{x}_i^1 = \hat{x}_i$, $\hat{x}_i^{j+1} = \hat{x}_i^j$ ($j=1, \dots, m; j=1, \dots, n_i-1$), $u \in R^m$ 是控制输入, $\bar{G}_N(\hat{x}(k)) = \text{diag}(g_1(k), \dots, g_m(k)) \in R^{m_r \times m}$, $g_i \in R^{n_i}$, $\bar{w}_N(\hat{x}(k), u(k)) \in R^{m_r}$, $\bar{u}(k)$ 为系统非线性控制项, 其大小随着动态神经网络系统状态向实际动力学系统状态的逼近, 动态地趋于零, 此时动态神经网络系统与实际系统达到输入/状态等价.

定义动态神经网络系统的跟随误差度量为

$$s_0(k) = Ce_0(k), \quad (7)$$

这里 $C \in R^{m \times m_r}$ 的定义同前, $e_0(k)$ 定义为

$$e_0(k) = \hat{x}(k) - x_d(k) = [e_{0,1}^1(k), e_{0,1}^2(k), \dots, e_{0,1}^{n_1}(k), \dots, e_{0,m}^{n_m}(k)]^T \in R^{m_r}. \quad (8)$$

由式(6)~(8)得到

$$G_N^{-1}(\hat{x}(k))s_0(k+1) = G_N^{-1}(\hat{x}(k))rs_0(k) + G_N^{-1}(\hat{x}(k))\hat{h}(k) + w_N(\hat{x}(k), u(k)) + u(k) - \bar{u}(k), \quad (9)$$

这里 $G_N(\hat{x}(k)) = CG_N(\hat{x}(k)) \in R^{m \times m}$, $w_N(\hat{x}(k), u(k)) = C\bar{w}_N(\hat{x}(k), u(k)) \in R^m$, $\hat{h}(k) = C(\bar{A} - I)\hat{x}(k) + \bar{r}s_0(k) + C(x_d(k) - x_d(k+1)) \in R^m$.

定义实际系统与神经网络系统的状态偏差度量

$$s_e(k) = Ce_e(k), \quad (10)$$

这里 $e_e(k) = x(k) - \hat{x}(k) = [e_{e,1}^1(k), e_{e,1}^2(k), \dots, e_{e,1}^{n_1}(k), \dots, e_{e,m}^{n_m}(k)]^T \in R^{m_r}$.

本文将提出基于动态神经网络的自适应控制方法, 使式(6)表示的动态神经网络系统通过在线学习充分逼近式(1)所示的采样数据非线性系统, 即式(4)和式(9)中

$$\hat{x}(k) \rightarrow x(k), \bar{u}(k) \rightarrow \mathbf{0}, G_N^{-1}(\hat{x}(k)) \rightarrow G^{-1}(x(k)), w_N(\hat{x}(k), u(k)) \rightarrow w(x(k), u(k)). \quad (11)$$

这样, 采用动态神经网络系统构造的动态逆控制, 并由式(4), (9)和(10)得到

$$s_e(k+1) = rs_e(k) + \varepsilon_e(k), \|s_e(\infty)\| \leq \max \|r^{-1}\varepsilon_{em}\|_\infty, \varepsilon_{em} = \arg \min_{\rho \in R} \{\rho \mid \|\varepsilon_e(k)\|_\infty \leq \rho, k \in Z_+\}, \quad (12)$$

这里 $\varepsilon_e(k)$ 表示神经网络系统的逼近误差, ε_{em} 表示神经网络的逼近误差界.

3 采样非线性系统的动态神经网络控制

设系统的控制为

$$\mathbf{u}(k) = -G_N^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k))\hat{\mathbf{h}}(k) - \mathbf{w}_N(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)) + \bar{\mathbf{u}}(k), \quad (13a)$$

$$\bar{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{u}_p(k) + \mathbf{u}_n(k). \quad (13b)$$

上式中 $G_N^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k))$, $\mathbf{w}_N(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k))$ 已在本文第二节定义; $\mathbf{u}_p(k)$, $\mathbf{u}_n(k)$ 分别为自适应补偿项和非线性控制项, $\mathbf{u}_n(k)$ 用于保证在动态神经网络控制失灵情形下整个系统的全局稳定性, 增强系统对神经网络逼近误差的鲁棒性.

将式(13)代入式(9)得到

$$\tilde{\mathbf{s}}_0(k+1) = \mathbf{0}. \quad (14)$$

这里 $\tilde{\mathbf{s}}_0(k+1) = \mathbf{s}_0(k+1) - r\mathbf{s}_0(k)$. 这个过程是确定性的, 它能够保证动态神经网络系统的状态按设计要求收敛于期望的轨迹.

将式(4)减去式(9), 并代入式(13)和(14)得到

$$G^{-1}(\mathbf{x}(k))\tilde{\mathbf{s}}_e(k+1) = (G^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k)) - G_N^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k)))\mathbf{h}(k) + \mathbf{w}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)) - \mathbf{w}_N(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)) + \boldsymbol{\rho}(k) + \mathbf{u}_p(k) + \mathbf{u}_n(k), \quad (15)$$

式中 $G^{-1}(\mathbf{x}(k)) = \text{diag}(\Gamma_1(\mathbf{x}(k)), \dots, \Gamma_m(\mathbf{x}(k)))$, $G_N^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k)) = \text{diag}(\Gamma_{N,1}(\hat{\mathbf{x}}(k)), \dots, \Gamma_{N,m}(\hat{\mathbf{x}}(k)))$, $\mathbf{w}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) = (\omega_1(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)), \dots, \omega_m(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)))^T \in R^m$, $\mathbf{w}_N(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)) = (\omega_{N,1}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)), \dots, \omega_{N,m}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)))^T \in R^m$, $\mathbf{h}(k) = (h_1(k), \dots, h_m(k))^T \in R^m$, $\mathbf{u}_n(k) = (u_{n,1}(k), \dots, u_{n,m}(k))^T \in R^m$,

$$\boldsymbol{\rho}(k) = (\rho_1(k), \dots, \rho_m(k))^T = (G^{-1}(\mathbf{x}(k)) - G^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k)))\mathbf{h}(k) + \mathbf{w}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) - \mathbf{w}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)) + G_N^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k))\Delta\mathbf{h}(k), \quad (16)$$

其中 $\Delta\mathbf{h}(k) = \mathbf{h}(k) - \hat{\mathbf{h}}(k)$. 由于 $G^{-1}(\mathbf{x}(k))$, $\mathbf{w}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u})$ 分别是 $\mathbf{x}(k)$ 的连续函数, 将其用泰勒级数展开并代入 $\boldsymbol{\rho}(k)$, 得到

$$\boldsymbol{\rho}(k) = D\mathbf{e}_H(k) + F\mathbf{e}_e(k) + \mathbf{o}(k, \delta) + G_N^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k))\Delta\mathbf{h}(k) = D_H\mathbf{y}_H(k) + \mathbf{o}(k, \delta) + G_N^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k))\Delta\mathbf{h}(k), \quad (17)$$

式中 $\mathbf{e}_H(k) = (\mathbf{e}_e^T(k)h_1(k), \dots, \mathbf{e}_e^T(k)h_m(k))^T$, $\mathbf{y}_H(k) = (y_H^1(k), \dots, y_H^{n_H}(k)) = (\mathbf{e}_H^T(k)\mathbf{e}_e^T(k))^T \in R^{n_H}$, $n_H = (m+1) \times m_r$, $\mathbf{o}(k, \delta) = (o_1(k, \delta), \dots, o_m(k, \delta))^T$ 表示剩余误差, 当 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 接近系统状态时, $\mathbf{o}(k, \delta)$ 是一个小量. 此外 $D_H = (\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_m)^T = [D \ F] \in R^{m \times n_H}$, 且

$$D = \partial G^{-1}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x}^T \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{0}}, F = \partial \mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) / \partial \mathbf{x}^T \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{0}}. \quad (18)$$

由于函数 $\Gamma_i(\mathbf{x}(k))$, $\omega_i(\mathbf{x}(k), \mathbf{u})$ 是 $\mathbf{x}(k)$, \mathbf{u} 的有界连续函数, 则它们可以采用多层前向神经网络或线性参数化神经网络逼近. 本文仅讨论采用径向基函数神经网络逼近的情况, 这时有

$$\Gamma_i(\mathbf{x}(k)) = \boldsymbol{\psi}_i^T \mathbf{y}_\psi(\mathbf{x}(k)) + v_i(k), \omega_i(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}) = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{y}_\varphi(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}) + \gamma_i(k), i = 1, \dots, m, \quad (19)$$

这里 $\mathbf{y}_\psi(\mathbf{x}(k)) = (y_{\psi,1}(k), y_{\psi,2}(k), \dots, y_{\psi,n_\psi}(k))^T \in R^{n_\psi}$, $\mathbf{y}_\varphi(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}) = (y_{\varphi,1}(k), y_{\varphi,2}(k), \dots, y_{\varphi,n_\varphi}(k))^T \in R^{n_\varphi}$ 代表径向基函数向量, $\boldsymbol{\psi}_i \in R^{n_\psi}$, $\boldsymbol{\varphi}_i \in R^{n_\varphi}$ 表示最优网络权值, $v_i(k)$, $\gamma_i(k)$ ($i = 1, \dots, m$) 表示网络的逼近误差. 最优网络权值 $\boldsymbol{\psi}_i$, $\boldsymbol{\varphi}_i$ 定义为在 $\mathbf{x}(k)$ 和 \mathbf{u} 位于的紧集上使神经网络逼近误差 $v_i(k)$, $\gamma_i(k)$ 取最小的权值. 定义动态神经网络系统中, $\Gamma_{N,i}(\hat{\mathbf{x}}(k))$, $\omega_{N,i}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u})$ 定义为

$$\Gamma_{N,i}(\hat{\mathbf{x}}(k)) = \hat{\boldsymbol{\psi}}_i^T \mathbf{y}_\psi(\hat{\mathbf{x}}(k)), \omega_{N,i}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)) = \hat{\boldsymbol{\varphi}}_i^T \mathbf{y}_\varphi(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}), \quad i = 1, \dots, m. \quad (20)$$

此外,定义自适应补偿项

$$\mathbf{u}_p(k) = -G_N^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(k))\Delta\mathbf{h}(k) + \hat{D}_H(k)\mathbf{y}_H(k), \quad (21)$$

这里 $\hat{D}_H(k) = (\hat{\mathbf{d}}_1(k), \dots, \hat{\mathbf{d}}_m(k))^T \in R^m$ 是参数矩阵 D_H 的在线估计. 将式(17)~(21)代入式(15)得到

$$G^{-1}(\mathbf{x}(k))\tilde{\mathbf{s}}_e(k+1) = ((\psi_1 - \hat{\psi}_1(k))h_1(k), \dots, (\psi_m - \hat{\psi}_m(k))h_m(k))^T \mathbf{y}_\psi(\hat{\mathbf{x}}(k)) + ((\varphi_1 - \hat{\varphi}_1(k)), \dots, (\varphi_m - \hat{\varphi}_m(k)))^T \mathbf{y}_\varphi(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}) + \tilde{D}_H \mathbf{y}_H(k) + \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \mathbf{u}_n(k). \quad (22)$$

定义

$$G^{-1}(\mathbf{x}(k))\tilde{\mathbf{s}}_e(k+1) = \mathbf{y}^T(k)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) + \boldsymbol{\varepsilon}(k) + \mathbf{u}_n(k), \quad (23)$$

则式(23)可以写成解耦的形式为

$$\Gamma_l(\mathbf{x}(k))\tilde{s}_l(k+1) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l^T(k)\bar{\mathbf{y}}_l(k) + \varepsilon_l(k) + u_{n,l}(k), \quad (24)$$

这里 $\boldsymbol{\theta}_l = (\psi_l^T, \varphi_l^T, \mathbf{d}_l^T)^T$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_l(k) = (\hat{\psi}_l^T(k), \hat{\varphi}_l^T(k), \hat{\mathbf{d}}_l^T(k))^T$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_l(k) = \boldsymbol{\theta}_l(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_l(k) = (\tilde{\theta}_{l,1}(k), \dots, \tilde{\theta}_{l,n_c}(k))^T \in R^{n_c}$, $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}_1^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_m^T)^T \in R^{n_d}$, $\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\boldsymbol{\theta}}_1^T(k), \dots, \hat{\boldsymbol{\theta}}_m^T(k))^T \in R^{n_d}$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(k) = (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)) \in R^{n_d}$, $n_c = n_\psi + n_\varphi + n_H$, $n_d = m \times n_c$, $\bar{\mathbf{y}}_l(k) = (\mathbf{y}_\psi^T(\hat{\mathbf{x}}(k))h_l(k), \mathbf{y}_\varphi^T(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}), \mathbf{y}_H^T(k))^T \in R^{n_c}$, $\mathbf{Y}(k) = \text{diag}(\bar{\mathbf{y}}_1(k), \dots, \bar{\mathbf{y}}_m(k)) \in R^{n_d \times m}$, $\varepsilon_l(k) = v_l(k)h_l(k) + \gamma_l(k) + o_l(k, \delta)$, $\boldsymbol{\varepsilon}(k) = (\varepsilon_1(k), \dots, \varepsilon_m(k))^T$,

$$\varepsilon_p = \sup_k (\|\boldsymbol{\varepsilon}(k)\|_\infty), l = 1, \dots, m, j = 1, \dots, (n_\psi + n_\varphi). \quad (25)$$

在定义了神经网络的基函数后,下面定义非线性控制项为

$$u_{n,l}(k) = \sum_{j=1}^{n_\psi} a_{l,j} y_{\psi,j}(k) h_l(k) + \sum_{j=1}^{n_\varphi} b_{l,j} y_{\varphi,j}(k) + \sum_{j=1}^{n_H} d_{l,j} y_{H,j}(k) - \varepsilon_p \text{sgn}(s_{e,l}(k)), \quad (26)$$

式中 $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数, $a_{l,j}$, $b_{l,j}$ 和 $d_{l,j}$ 是增益系数,其定义见式(30).

将式(26)代入式(24)得到

$$\Gamma_l(\mathbf{x}(k))\tilde{s}_{e,l}(k+1) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l^T(k)\bar{\mathbf{y}}_l(k) + \varepsilon_l(k) + \sum_{j=1}^{n_\psi} a_{l,j} y_{\psi,j}(k) h_l(k) + \sum_{j=1}^{n_\varphi} b_{l,j} y_{\varphi,j}(k) + \sum_{j=1}^{n_H} d_{l,j} y_{H,j}(k) - \varepsilon_p \text{sgn}(s_{e,l}(k)). \quad (27)$$

下面给出稳定的神经网络自适应学习算法,以及系统的全局稳定性证明.

定理1. 对系统(1),如果 $G^{-1}(\mathbf{x}(k)) > 0$,则应用式(13)控制,神经网络采用下列学习算法

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\theta}}_l(k) = \eta_l r_l \bar{\mathbf{y}}_l(k) s_{e,l}(k) \quad (l = 1, \dots, m) \quad (28)$$

能够保证系统跟随误差的度量进入下面定义的扇区

$$\Omega(k) = \bigcup_{l=1}^m \Omega_{A,l}(k) \cup \Omega_{B,l}(k) \cup \Omega_{C,l}(k), \quad (29)$$

式中 $\Omega_{A,l}(k) = \bigcup_{j=1}^{n_\psi} \{s_{e,l}(k) \mid |s_{e,l}(k) y_{\psi,j}(k) h_l(k)| \leq \rho_{l,j}\}$, $\Omega_{B,l}(k) = \bigcup_{j=1}^{n_\varphi} \{s_{e,l}(k) \mid |s_{e,l}(k) y_{\varphi,j}(k)| \leq v_{l,j}\}$, $\Omega_{C,l}(k) = \bigcup_{j=1}^{n_H} \{s_{e,l}(k) \mid |s_{e,l}(k) y_{H,j}(k)| \leq \zeta_{l,j}\}$, $\rho_{l,j} = |y_{\psi,j}(k) h_l(k)| A^l(k)$,

$v_{l,j} = |y_{\varphi,j}(k)| A^l(k)$, $\zeta_{l,j} = |y_{H,j}(k)| A^l(k)$, $A^l(k) = \frac{\alpha_l^M (\bar{h}_l + \bar{p}_l)^2}{2\bar{h}_l r_l} \left(\sum_{j=1}^{n_\psi} |y_{\psi,j}(k) h_l(k)| + \right.$

$$\sum_{j=1}^{n_\varphi} |y_{\varphi,j}(k)| + \sum_{j=1}^{n_H} |y_{H,j}(k)| + \kappa_l, j=1, \dots, m.$$

式(26)中的增益系数由下式确定

$$a_{l,j} = \begin{cases} \bar{h}_l, & s_{e,l}(k)y_{\varphi,j}(k)h_l(k) < -\rho_{l,j}, \\ -s_{e,l}(k)y_{\varphi,j}(k)h_l(k)\bar{h}_l/\rho_{l,j}, & |s_{e,l}(k)y_{\varphi,j}(k)h_l(k)| \leq \rho_{l,j}, \\ -\bar{h}_l, & s_{e,l}(k)y_{\varphi,j}(k)h_l(k) > \rho_{l,j}; \end{cases} \quad (30a)$$

$$b_{l,j} = \begin{cases} \bar{h}_l, & s_{e,l}(k)y_{\varphi,j}(k) < -v_{l,j}, \\ -s_{e,l}(k)y_{\varphi,j}(k)\bar{h}_l/v_{l,j}, & |s_{e,l}(k)y_{\varphi,j}(k)| \leq v_{l,j}, \\ -\bar{h}_l, & s_{e,l}(k)y_{\varphi,j}(k) > v_{l,j}; \end{cases} \quad (30b)$$

$$d_{l,j} = \begin{cases} \bar{h}_l, & s_{e,l}(k)y_{H,j}(k) < -\xi_{l,j}, \\ -y_{H,l}s_{e,l}(k)\bar{h}_l/\xi_{l,j}, & |s_{e,l}(k)y_{H,j}(k)| \leq \xi_{l,j}, \\ -\bar{h}_l, & s_{e,l}(k)y_{H,j}(k) > \xi_{l,j}. \end{cases} \quad (30c)$$

上式中 $\eta = \text{diag}(\eta_1, \dots, \eta_m)$ 表示神经网络学习率; $\bar{p}_l = \sup_{j,k} (|\tilde{\theta}_{l,j}(k)|)$ ($j=1, \dots, n_c$) 和 \bar{h}_l ($l=1, \dots, m$) 为常数用于保证系统的鲁棒性; κ_l ($l=1, \dots, m$) 定义为 $\kappa_l = 8\varepsilon_p / (\bar{p}_l + \bar{h}_l)$. 进一步假设 $\alpha_l^m \leq 1/|\Gamma_l(k)| \leq \alpha_l^M, \alpha_l^m, \alpha_l^M > 0$ 为常数, 且

$$|\Delta\Gamma_l(k)| \leq \eta_l r_l^2 \|\bar{y}_l(k)\|^2 + (1 - r_l^2) |\Gamma_l(k)| \quad (31)$$

成立, 其中 $\Delta\Gamma_l(k) = \Gamma_l(k) - \Gamma_l(k-1)$.

当系统的跟随误差度量在神经网络自适应控制的作用下进入滑动扇区, $|\tilde{s}_l(k+1)|$ ($l=1, \dots, m$) 通常幅值很小以致可以假设 $|\tilde{s}_l(k+1)| \leq \zeta_l |s_l(k)|$, 其中 ζ_l 是一小量. 如果神经网络学习率 η_l ($l=1, \dots, m$) 满足

$$2\zeta_l/\alpha_l^m r_l \|\bar{y}_l(k)\|^2 < \eta_l < 1/\alpha_l^M r_l \|\bar{y}_l(k)\| \|\bar{y}_l(k-1)\|, l=1, \dots, m, \quad (32)$$

这时, 基于神经网络的自适应控制在扇区内是稳定的(证明见附录).

定理2. 如果 $G^{-1}(k)$ 对角元素不全大于零, 只要将式(28), (30)和式(32)中的 $s_e(k)$, $s_l(k)$ 用 $\bar{s}(k)$ 和 $\bar{s}_l(k)$ 代替, 其中 $\bar{s}(k) = s(k)\bar{\Gamma} = (\bar{s}_1(k), \dots, \bar{s}_m(k))^T, \bar{\Gamma} = \text{diag}[\text{sgn}(\Gamma_1(k)), \dots, \text{sgn}(\Gamma_m(k))]$, 此时定理1结论同样成立(证明可仿定理1的推证进行).

4 应用

在控制方法的应用中, 二自由度机器人的动力学方程同文献[3]. 机械手关节待跟随的期望轨迹为

$$\theta_d(t) = 0.5(\sin t + \sin 2t), \phi_d(t) = 0.5(\cos 3t + \cos 4t). \quad (33)$$

神经网络系统中的两个前向神经网络假设是高斯径向基函数网络, 其中心和宽度采用与文献[3]中相同的方法确定. 扇区参数的设置按文献[3](37)式选取, 所不同的是动态神经网络稳定自适应控制中 $\bar{h}_l^{\max} = 16.6, \bar{p}_l^{\max} = 4.2$ ($l=1, 2$), 其它参数及控制器设计参数均同于文献[3]. 机器人仿真采用四阶龙格库塔法积分, 积分步长为0.001秒, 控制器采样周期为0.05秒. 仿真初始条件为 $[\theta(0) \quad \dot{\theta}(0) \quad \phi(0) \quad \dot{\phi}(0)] = [1.0 \quad -0.5 \quad 1.0 \quad -2.0]$.

图1和图2分别是采用动态神经网络自适应方法与静态神经网络自适应控制的机械手

关节角跟随误差曲线. 在动态神经网络稳定自适应控制初期神经变结构部分的增益系数设计得较大, 主要原因是动态神经网络控制在控制初期除神经网络函数部分未知外, 其神经网络函数部分的输入状态也不同于原系统的状态, 但在动态神经网络系统逼近原系统的动态行为后, 有着较好的跟随性能.

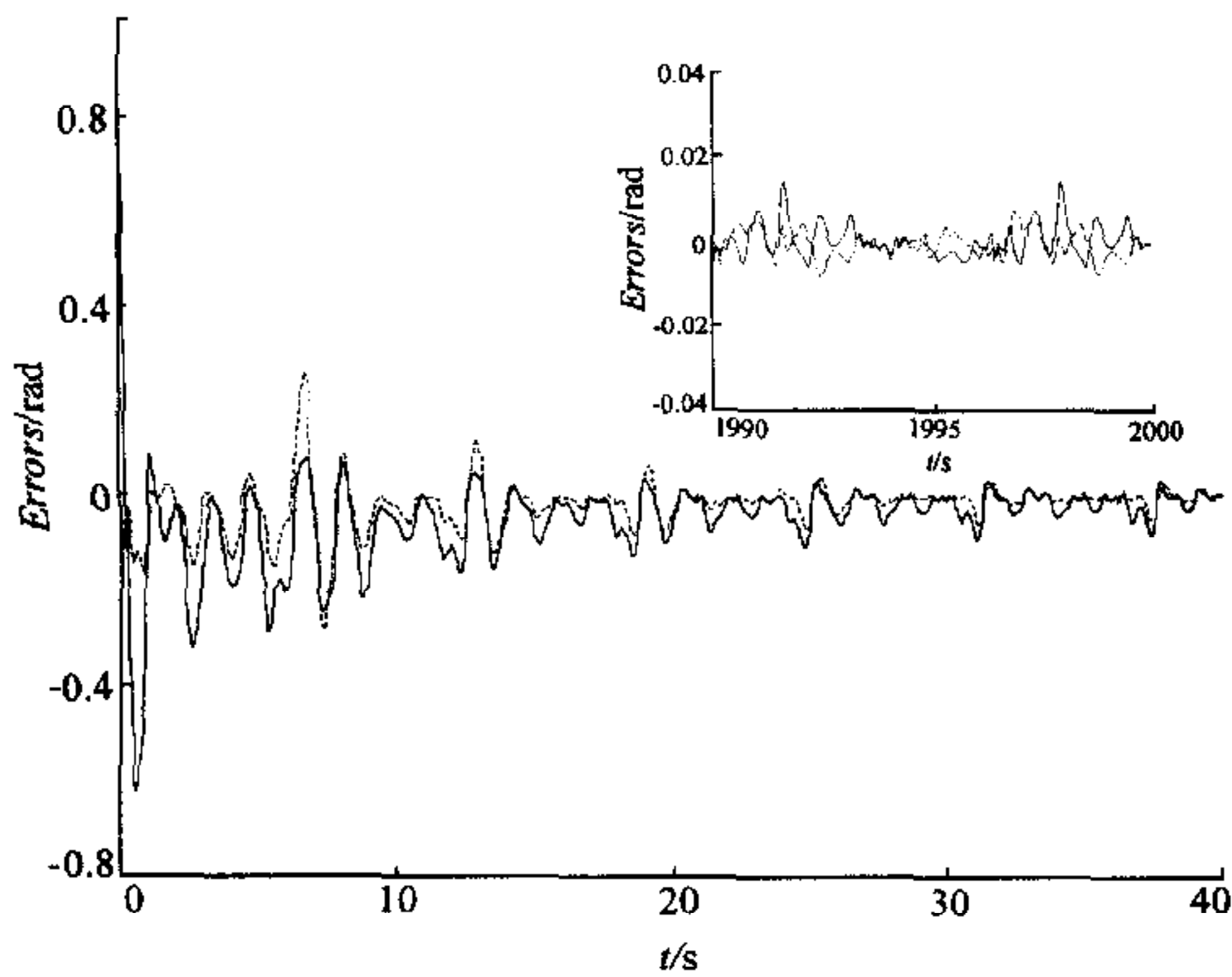


图1 动态神经自适应方法的机械手跟随误差响应(实线为 θ , 虚线为 ϕ)

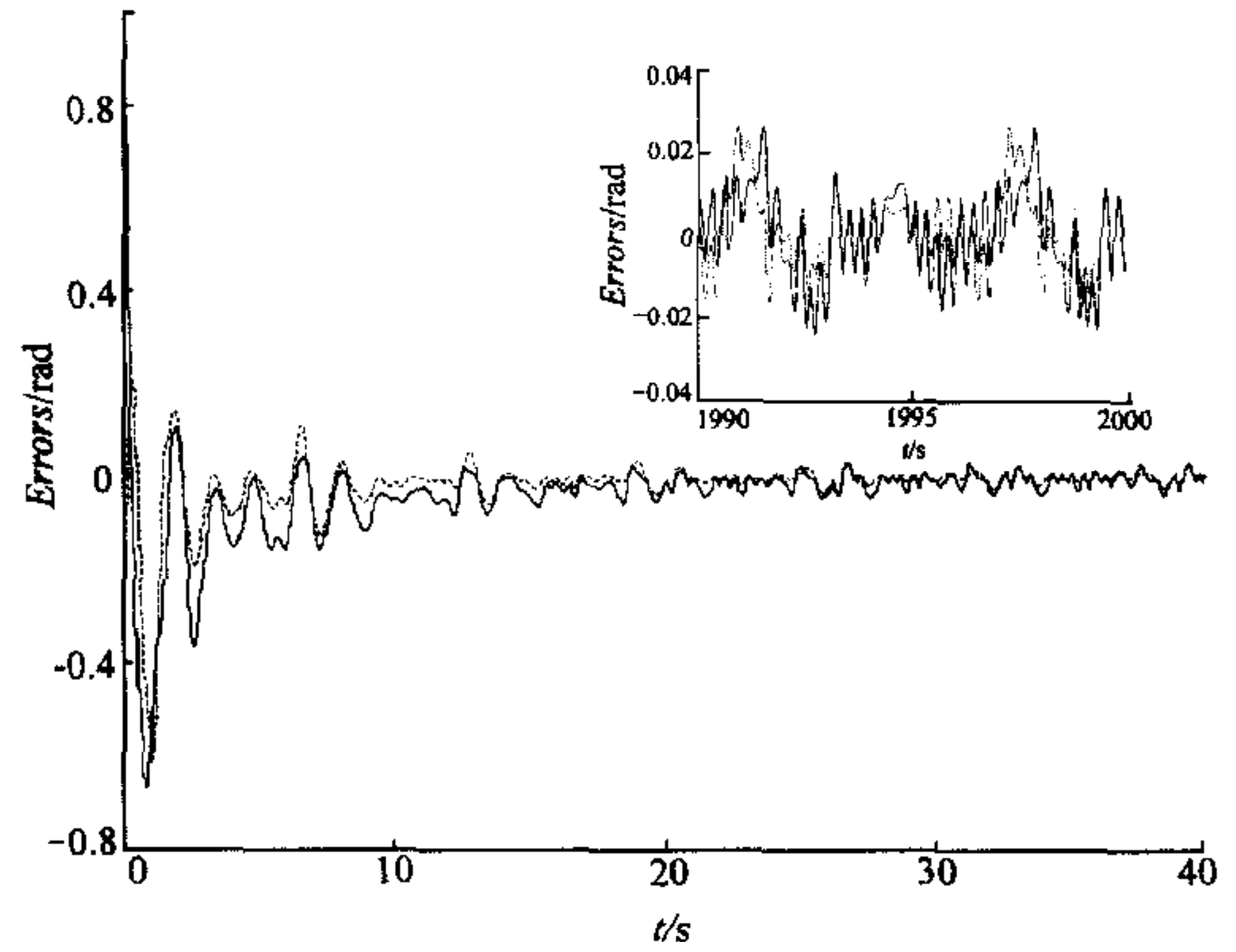


图2 静态神经自适应方法的机械手跟随误差响应(实线为 θ , 虚线为 ϕ)

5 结论

本文研究了基于动态神经网络的非线性系统神经网络稳定自适应控制方法, 提出的设计方法克服了现有神经网络自适应控制研究中存在的两个问题, 即系统状态位于某一紧致集的假设和构造真正的动态神经网络系统. 文中给出了系统状态跟随误差、实际系统与神经网络系统状态偏差以及神经网络权值收敛性的证明, 并举例验证了提出设计方法的性能.

参 考 文 献

- 1 Sanner R M, Slotine J J E. Stable adaptive control of robot manipulators using 'neural' networks. *Neural Computation*, 1995, 7(3): 753~790.
- 2 Lin C T, Lee C S G. *Neural Fuzzy Systems: A Neuro-Fuzzy Synergism to Intelligent Systems*. Prentice-Hall, 1996.
- 3 Sun F C, Sun Z Q. Stable neural network-based adaptive control for sampled-data nonlinear systems. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1998, 9(5): 956~968
- 4 Rovithakis G A, Christodoulou M A. Adaptive control of unknown plants using dynamical neural networks. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 1994, 24(3): 400~412
- 5 Rovithakis G A. Tracking control of multi-input affine nonlinear dynamical systems with unknown nonlinearities using dynamical neural networks. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics*, 1999, 29(2): 179~189

附 录

定理1的证明

设李雅普诺夫函数为

$$V(k) = \frac{1}{2} \mathbf{s}_e^T(k) G^{-1}(k-1) \mathbf{s}_e(k) + \frac{1}{2} \mathbf{s}_0^T(k) \mathbf{s}_0(k) + \sum_{l=1}^m \frac{1}{2\eta_l} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l^T(k-1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l(k-1), \quad (\text{A1})$$

其一阶差分为

$$\begin{aligned} \Delta V(k+1) = & V(k+1) - V(k) = \\ & \mathbf{s}_e^T(k) r G^{-1}(k) \tilde{\mathbf{s}}_e(k+1) - \frac{1}{2} \mathbf{s}_e^T(k) (I+r) G^{-1}(k) (I-r) \mathbf{s}_e(k) + \\ & \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{s}}_e^T(k+1) G^{-1}(k) \tilde{\mathbf{s}}_e(k+1) + \frac{1}{2} \mathbf{s}_e^T(k) (G^{-1}(k) - G^{-1}(k-1)) \mathbf{s}_e(k) - \\ & \frac{1}{2} \mathbf{s}_0^T(k) (I-r^2) \mathbf{s}_0(k) - \sum_{l=1}^m \frac{1}{2\eta_l} (2\Delta\boldsymbol{\theta}_l^T(k) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l(k) + \Delta\boldsymbol{\theta}_l^T(k) \Delta\boldsymbol{\theta}_l(k)). \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

首先考虑系统状态在扇区外的情况. 由于

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_e^T(k) r G^{-1}(k) \tilde{\mathbf{s}}_e(k+1) - \sum_{l=1}^m \frac{1}{\eta_l} (2\Delta\boldsymbol{\theta}_l^T(k) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_l(k) + \Delta\boldsymbol{\theta}_l^T(k) \Delta\boldsymbol{\theta}_l(k)) \leq \\ \sum_{l=1}^m \left\{ r_l (s_{e,l}(k) \boldsymbol{\varepsilon}_l(k) - \boldsymbol{\varepsilon}_p |s_{e,l}(k)|) - \frac{1}{2} \alpha_l^M (p_l + h_l)^2 \left[\sum_{j=1}^{n_\psi} |y_{\psi,j}(k) h_l(k)| + \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{j=1}^{n_\varphi} |y_{\varphi,j}(k)| + \sum_{j=1}^{n_H} |y_{H,j}(k)| \right] A^l(k) \right\} - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m \eta_l r_l^2 s_{e,l}^2(k) \bar{\mathbf{y}}_l^T(k) \bar{\mathbf{y}}_l(k), \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

由式(29)不难得到

$$|\Gamma_l(k) \tilde{s}_{e,l}(k+1)| \leq (p_l + h_l) \left(\sum_{j=1}^{n_\psi} |y_{\psi,j}(k) h_l(k)| + \sum_{j=1}^{n_\varphi} |y_{\varphi,j}(k)| + \sum_{j=1}^{n_H} |y_{H,j}(k)| \right) + 2\boldsymbol{\varepsilon}_p. \quad (\text{A4})$$

如果假设 $|\Gamma_l(k) \tilde{s}_{e,l}(k+1)| \geq 3\boldsymbol{\varepsilon}_p$, 则有

$$|\Gamma_l(k) \tilde{s}_{e,l}(k+1)| - 2\boldsymbol{\varepsilon}_p \leq (p_l + h_l)^2 \left(\sum_{j=1}^{n_\psi} |y_{\psi,j}(k) h_l(k)| + \sum_{j=1}^{n_\varphi} |y_{\varphi,j}(k)| + \sum_{j=1}^{n_H} |y_{H,j}(k)| \right)^2. \quad (\text{A5})$$

将式(A3), (A5)和(31)代入式(A2), 利用 $|\Gamma_l(k) \tilde{s}_{e,l}(k+1)| \geq 3\boldsymbol{\varepsilon}_p$, 有

$$\begin{aligned} \Delta V(k+1) \leq & \sum_{l=1}^m r_l (s_{e,l}(k) \boldsymbol{\varepsilon}_l(k) - \boldsymbol{\varepsilon}_p |s_{e,l}(k)|) - \sum_{l=1}^m \frac{1}{2} \left\{ (\alpha_l^M |\Gamma_l(k)| - 1) |\Gamma_l(k)| \tilde{s}_{e,l}^2(k+1) + \right. \\ & \left. s_{e,l}^2(k) (r_l^2 \eta_l \|\bar{\mathbf{y}}_l(k)\|^2 + (1-r_l^2) |\Gamma_l(k)| - |\Delta\Gamma_l(k)|) \right\} < 0. \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

如果 $|\Gamma_l(k) \tilde{s}_{e,l}(k+1)| < 3\boldsymbol{\varepsilon}_p$, 则无论系统跟随误差度量在扇区内还是在扇区外, 由式(14)描述的自适应关系已经成立. 这样, 定理的主要部分证明完成, 而式(32)的证明可参阅文献[3]的相应部分证明, 这里从略.

孙富春, 孙增圻 简介见本刊25卷第3期.