第26卷 第5期
2000年9月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 26, No. 5
Sep., 2000

研究简报

线性时变系统的模型参考自适应控制

刘玉生
（四川大学自动化系 成都 610065）
（E-mail:liuyslcx@mail.sc.cninfo.net）

李眉眉
（四川大学化工机械与控制工程系 成都 610065）
（E-mail:fishar@mail.sc.cninfo.net）

关键词 模型参考自适应控制，时变系统，稳定性理论.

MODEL REFERENCE ADAPTIVE CONTROL OF LINEAR TIME-VARYING PLANTS

LIU Yusheng
(*Dept. of Automation, Sichuan University, Chengdu* 610065)
LI Meimei
(*Dept. of Chemical Processing Machinery and Control Engineering, Sichuan University, Chengdu* 610065)

Key words Model reference adaptive control, time-varying plants, stability theory.

1 引言

近年来，对时变系统的自适应控制的研究已取得了较大的进展. 一些学者研究了慢时变[1]、周期时变[2]和已知变化结构的快时变对象的自适应控制系统. 在快时变对象参数的变化结构为已知的前提下，文献[3]中的自适应控制方案可以保证对任意有界初始条件下闭环内所有信号的有界性，但系统响应缓慢、自适应时间长、震荡很大.

本文针对线性时变系统提出一种新的模型参考自适应控制方案. 这种控制方案可用于对象参数的变化结构已知的快时变系统. 文中分析了该系统的稳定性，与文献[3]相比，本文方案在仿真实例中明显提高系统动态性能，即缩短了自适应时间，改善了跟踪精度.

2 问题的描述

考虑单输入单输出线性时变对象

$$D_p(s,t)[x_p(t)] = u_p(t), x_p(0) = x_0, y_p(t) = k_p(t)N_p(s,t)[x_p(t)], \tag{1}$$

收稿日期 1998-07-14 收修改稿日期 1999-07-20

式中 $x_p\in R^1, u_p\in R^1, y_p\in R^1$；$D_p(s,t)$，$N_p(s,t)$分别是 n 阶和 m 阶首一微分算子多项式；$x_p(0)$是初始条件；$k_p(t)\neq 0\ \forall\ t\geqslant 0$；假设对象参数是时间 t 的一致有界、光滑的函数；$D_p(s,t)$，$N_p(s,t)$为强右互质微分算子多项式；$N_p^{-1}(s,t)$是指数稳定.

控制目的是设计控制律 u_p，使输出 y_p 跟踪线性时不变参考模型的输出

$$y_m = W_m(s)r = k_m D_m^{-1}(s)r,$$

其中 $D_m(s)$是首一 Hurwitz 多项式；$k_m>0$为一常数，$r(t)$是一致有界参考输入信号，$\deg[D_m(s)]=n^*\triangleq n-m$.

3 控制器结构及自适应律

针对上述问题，文献[3]提出了一种模型参考自适应控制法. 这种方法的缺点是：自适应时间过长，跟踪精度低. 产生这种情况的主要原因在于该控制器没有直接引入跟踪误差的信息.

为了克服以上缺点，本文提出的自适应控制器结构如下：

$$u_p = g'\omega + c_0 r;\ \dot{\omega}_1 = F\omega_1 + \theta_1 u_p,\ \dot{\omega}_2 = F\omega_2 + \theta_2 y_p;\ \omega_3 = \theta_3 y_p + \theta_4 e_1 \qquad (2)$$

式中 $\omega=[\omega_1',\omega_2',\omega_3]'\in R^{2n-1}$；$\theta=[\theta_1',\theta_2',\theta_3,\theta_4]'\in R^{2n}$；$c_0$为标量；$F\in R^{(n-1)\times(n-1)}$为稳定，$g=[q',q',1]'$，且$(q',F)$为能观对；$e_1=y_p-y_m$.

定理1. 考虑式(1)表示的系统，对于任意有界的参数 θ_4，存在有界的 $\theta_i^*(t)(i=1,2,3)$，$c_0^*(t)$，当式(2)中 $\theta_i(t)=\theta_i^*(t)$，$c_0(t)=c_0^*(t)$时，闭环时变系统(1)，(2)是内部稳定的，且输入输出算子 $r\rightarrow y_p$ 等于线性时不变参考模型的输入输出算子.(由于篇幅所限，证明略去)

注. 从输入输出运算子匹配的角度来看，θ_4可以为任意有界参数. 然而为了使系统具有良好的瞬态响应，θ_4需要依靠一定的自适应律加以调整.

当控制器参数未知时，需要用自适应律来估计参数. 由于自适应速度有限，自适应律不能用来估计快时变参数. 考虑参数向量 $\Theta^*(t)=[\theta^{*\prime}(t),c_0^*(t)]'$，定义 $\Theta(t)=[\theta'(t),c_0(t)]'$是 $\Theta^*(t)$的估计，$\theta(t)=[\theta_1',\theta_2',\theta_3,\theta_4]'$. 假设 $\Theta^*(t)$的快时变结构为如下的形式：

$$\theta^*(t) = \theta_0^*(t) + H_1(t)\theta_1^*(t) + \cdots + H_l(t)\theta_l^*(t),\ c_0^*(t) = \hat{c}_0^*(t)h_0^{-1}(t).$$

即 $\Theta^*(t)=\hat{H}(t)\hat{\Theta}^*(t)$，其中 $\hat{\Theta}^*(t)=[\theta_0^{*\prime}(t),\cdots,\theta_l^{*\prime}(t),\hat{c}_0^*(t)]'$是未知参数向量；$\hat{H}(t)=\mathrm{diag}([I,H_1(t),\cdots,H_l(t)]),h_0^{-1}(t))$，$H_i(t)(i=1,\cdots,l)$：$R^+\rightarrow R^{(2n-1)\times(2n-1)}$由快时变参数的已知结构决定；高频增益 $k_p(t)=\bar{k}_p(t)h_0(t)$，$h_0(t)$：$R^+\rightarrow R^+$是已知光滑函数. 参数估计值 $\Theta(t)=\hat{H}(t)\hat{\Theta}(t)$，$\hat{H}(t)$已知，$\hat{\Theta}(t)$是待估参数. 当未知参数是慢时变，$\hat{H}(t)=I$，$h_0(t)=1$.

选择自适应律

$$\dot{\hat{\Theta}} = -\Gamma\frac{\varepsilon_1 B}{m^2} - \Gamma\sigma\hat{\Theta},\quad \dot{\hat{\psi}}_0 = -\gamma\frac{\varepsilon_1\xi}{m^2} - \gamma\sigma_1\hat{\psi}_0, \qquad (3)$$

式中 $\hat{\Theta}$ 是控制器未知参数的估计，$\hat{\psi}_0(t)$是 $\hat{\psi}_0^*(t)=1/\hat{c}_0^*(t)$的估计；

$$\dot{m} = -\delta_0 m + \delta_1(|u_p| + |y_p| + 1),\ m(0)\geqslant\delta_1/\delta_0;$$

$$\sigma=\begin{cases}0 & \|\hat{\Theta}\|<M_0\\ \sigma_0\left(\dfrac{\|\hat{\Theta}\|}{M_0}-1\right) & M_0\leqslant\|\hat{\Theta}\|\leqslant 2M_0\\ \sigma_0 & \|\hat{\Theta}\|>2M_0\end{cases};\quad \sigma_1=\begin{cases}0 & \|\hat{\psi}_0\|<M_1\\ \sigma_0\left(\dfrac{\|\hat{\psi}_0\|}{M_1}-1\right) & M_1\leqslant\|\hat{\psi}_0\|\leqslant 2M_1\\ \sigma_0 & \|\hat{\psi}_0\|>2M_1\end{cases};$$

$\varepsilon_1=y_p-y_m+\hat{\psi}_0\xi$;其中 $\xi=\hat{\Theta}'B-W_m(s)h_0(t)u_p, B=[PU\hat{H}(t)]'$,

$$P=[W_m(s)h_0(t)D^{-1}(s)[Q_1(s),\cdots,Q_{n-1}(s)],W_m(s)h_0(t)D^{-1}(s)[Q_1(s),\cdots,Q_{n-1}(s)],$$
$$W_m(s)h_0(t),1,W_m(s)h_0(t)],$$

$$\hat{G}'(s)=[D^{-1}(s)[Q_1(s),\cdots,Q_{n-1}(s)],D^{-1}(s)[Q_1(s),\cdots,Q_{n-1}(s)],1,1,1],$$

$$U=\mathrm{diag}(\underbrace{u_p,\cdots,u_p}_{n-1},\underbrace{y_p,\cdots,y_p}_{n-1},y_p,e_1,r).$$

其中的 $\Gamma=\Gamma'>0,\sigma_0,\gamma,\delta_1>0$,适当选择 $M_0,M_1,\delta_0>0$,使下述条件成立:$M_0>\|\hat{\Theta}^*(t)\|$;$M_1>|\hat{\psi}_0^*(t)|$;$\delta_0+\delta_2\leqslant q_0,\delta_2>0$为一常数,设计者选定的 q_0使 $W_m(s-q_0)$的极点和 $F+q_0I$ 的特征值稳定.

4　稳定性分析

定理2. 假设$\|(\mathrm{d}/\mathrm{d}t)\hat{\Theta}^*(t)\|\leqslant\mu,\forall\ t\geqslant 0,\mu\geqslant 0$. 则对于所有 $\mu\in[0,\mu^*)$和某个 $\mu^*>0$,以及任何有界初始条件,自适应控制系统(1)~(3)式中所有信号有界,且跟踪误差 e_1收敛于集合:$D_e=\left\{e_1:\lim\limits_{T\to\infty}\sup\limits_{T>0}\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{t_0}^{t_0+T}|e_1(t)|^2\mathrm{d}t\leqslant\mu\cdot c\right\}$,其中 $c>0$为常数.

由于篇幅所限,证明略.

5　仿真和结论

为了便于比较,采用与文献[3]相同的线性时变对象分别用文献[3]的方法以及本文的方法进行了仿真. 从仿真结果看,本文的控制方案跟踪误差收敛速度较快,震荡减小,系统的动态性能明显提高.

参　考　文　献

1　Tsakalis K S, Ioannou P A. Adaptive control of linear time-varying plants. *Automatica*, 1987, **23**:459~468

2　Ohkawa F. Model reference adaptive control systems for linear time-varying systems with parameters and time delays. *Int. J. Contr.* ,1986,**44**(1):43~54

3　Tsakalis K S, Ioannou P A. Adaptive control of linear time-varying plants: A new model reference controller structure. *IEEE Trans. Automat. Contr.* , 1989, **34**(10):1038~1046

刘玉生　1982年毕业于华中理工大学获硕士学位,现为四川大学自动化系教授. 主要研究方向为大系统的建模、优化和控制及其在电力系统的应用、自适应控制、分散控制、系统辨识等.

李眉眉　1998年毕业于四川大学自动化系,获硕士学位. 现任教于四川大学化工机械与控制工程系,主要研究方向为自适应控制、交流调速及其在机械装备的应用等.