

一类不确定性系统的鲁棒自适应控制器

梁春燕 谢剑英

(上海交通大学自动化研究所 上海 200030)

摘要 本文针对存在有界干扰和未建模动态的系统提出了一种新的鲁棒自适应控制器, 该控制器只需知道系统的相对阶次, 结构相对简单, 且在控制率中, 输出误差起了双重作用, 充分利用了误差量的反馈. 仿真结果表明该鲁棒控制器对有界干扰和未建模动态的系统控制效果很好, 能够理想地跟踪参考模型的输出.

关键词 鲁棒性, 自适应, 未建模动态, 有界干扰.

1 引言

在控制系统设计中最关心的是系统特性和稳定性. 实际中由于建模误差以及工作环境的变化, 都会给系统带来一些不确定因素, 存在一定的有界干扰和未建模动态. 已有的研究表明, 有界干扰及未建模动态可能会引起大多数自适应控制算法的失稳. 如何对自适应控制器进行改进, 提高控制器的鲁棒性, 是应用中一个比较重要的问题. 目前已经提出的自适应控制的许多修正方法, 如带有正则化的参数投影、死区、 σ -修正等^[1-4], 能保证和增强控制系统关于有界干扰及未建模动态的鲁棒稳定性, 但大多数需要未建模动态函数参数或扰动上界、未知控制器参数等.

本文在以上研究成果的基础上, 提出了一种基于误差反馈的、具有较好鲁棒性的自适应控制器, 对存在有界干扰和未建模动态系统有比较好的控制效果.

2 基于误差反馈的鲁棒自适应控制器

2.1 鲁棒自适应控制器设计

假设存在外部干扰和未建模动态的单输入单输出、线性时不变系统的传递函数描述为:

$$\begin{aligned} y_p &= G(s)U + \Delta_d(s)d \\ &= \{G_p(s)[1 + \mu\Delta_m(s)] + \mu\Delta_o(s)\}U + \Delta_d(s)d \end{aligned} \quad (1)$$

其中控制输入 $U \in IR$, 可测输出 $y_p \in IR$, $d \in IR$ 是有界输入干扰, $G_p(s)$ 是标称传递函数, 且满足下面的假设:

(A1) $G_p(s)$ 的相对阶次 n^* 必须已知, 且 $n^* \leq 2$. (A2) $G_p(s)$ 的零点存在, 且必须

位于 C^- . (A3) k_p 的符号必须已知. (A4) 能够找到自适应增益参数 Γ , 使得 $k_p \Gamma > 0$. (A5) $\Delta_m(s), \Delta_d(s)$ 是严格正实的传递函数, $\Delta_o(s)$ 是稳定的传递函数.

假设 y_p 跟随的参考模型输出 y_m 为:

$$y_m(s)/r(s) = G_m(s) = K_m/D_m(s) \quad (2)$$

$D_m(s)$ 是首一 Hurwitz 多项式, $r(s)$ 是一致有界的参考输入. 当 $\mu > 0$ 且系统摄动 $\Delta_m(s), \Delta_o(s)$ 和有界干扰 d 满足假设(A5), 则可以设计一自适应控制器, 使闭环系统输出 y_p 渐近跟踪参考模型的输出 y_m , $e_1(t) = y_p(t) - y_m(t)$ 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$.

$$\text{记 } \theta(t) = [\theta_p(t), \theta_1(t), \theta_m^T(t)]^T, \quad w(t) = [y_p(t), w_1(t), y_m(t)]^T, \quad \bar{w}(t) = \frac{1}{s+a} w(t),$$

$a \in \mathbb{R}^+$, 其中 $\theta_p(t), \theta_1(t) \in \mathbb{R}$, $\theta_m(t) \in \mathbb{R}^m$.

首先引入一引理:

引理^[5]: 当系统的结构如 (1) 式所示, 存在一定的不确定性, 则可以提出下面的控制量形式:

$$U(t) = \theta^T w(t) + u_R \quad (3)$$

来保证系统的稳定性, θ, w 同上.

需要说明的是, 虽然是整个控制量 $U(t)$ 来保证系统的鲁棒性, 但在这里我们可以简称 u_R 为控制器的鲁棒控制量 (Robust control).

定理: 如果系统 (1) 满足假设(A1)~(A5), 参考模型由 (2) 式给出, 那么可以找到控制输入 U , 使闭环回路中的所有信号均全局有界, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$, 控制输入 U 为:

$$U(t) = \theta(t)^T w(t) + |\delta| \theta_m(t) \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} \dot{w}_1(t) &= -\lambda_1 w_1(t) + U(t) \\ \dot{\theta}_p(t) &= -\gamma_p e_1(t) \bar{y}_p(t) & \gamma_p > 0 \\ \dot{\theta}_1(t) &= -\gamma_1 e_1(t) \bar{w}_1(t) & \gamma_1 > 0 \\ \dot{\theta}_m(t) &= -\gamma_m e_1(t) \bar{y}_m(t) & \gamma_m > 0 \end{aligned} \quad (5) \quad [6]$$

$$\delta = \frac{-a_0}{s+a_1} e_1 \quad a_1, a_0 > 0 \quad (6)$$

在控制率中, 输出误差起了双重作用, 一是调整控制器的参数, 一是对系统进行输出反馈补偿, 充分利用了误差的补偿作用. 另外, 选取一阶环节 $\delta = \frac{-a_0}{s+a_1} e_1$, 除了进行误差补偿, 还有对误差信号进行滤波的作用.

2.2 稳定性分析

为了推导 (4) 式的稳定性, 首先将系统 (1) 式的数学方程改写为:

$$y^{(n)}(t) + a_{p1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_{pn}y(t) = k_p \left[U^{(m)}(t) + b_{p1}U^{(m-1)}(t) + \dots + b_{pm}U(t) + D(U, y, t) \right] \quad (7)$$

在这里, 为了使公式 (7) 简单, 将系统摄动 $\Delta_m(s), \Delta_a(s)$ 和有界干扰 d 统一写成 $D(U, y, t)$ 的形式, 且 $\|\bar{D}(U, y, t)\| \leq \rho(y, t)$, $\rho(y, t)$ 为非线性、连续时变有界的高阶函数.

将 (7) 式进一步简化:

$$y^{(n)}(t) + a_{p1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_{pn}y(t) = k_p B_p(s) \left[U(t) + B_p^{-1}(s) D(U, y, t) \right] \\ \stackrel{\Delta}{=} k_p B_p(s) \left[U(t) + \bar{D}(U, y, t) \right] \quad (8)$$

由引理可知, u_R 是控制量 $U(t)$ 的一部分, 可以通过设计 u_R 来保证系统 (8) 的鲁棒性. u_R 可以写成下面的函数:

$$\mu(e_1, y, U, t) = e_1(t) g(y, U, t) \\ g(y, U, t) = 2BND(\|\tilde{\theta}\|) \|\bar{\omega}(t)\| + 2BND\left(\left|\frac{1}{\alpha(s)} \left(1 - \frac{D_1(s)}{\bar{B}_m(s)} \bar{D}(U, y, t)\right)\right|\right) \quad (9)$$

$$\bar{u}_R = \frac{\mu(e_1, y, U, t) |\mu(e_1, y, U, t)|^\tau}{2(|\mu(e_1, y, U, t)|^{\tau+1} + \psi^{1+\tau} \exp[-\beta(\tau+1)])} g(y, U, t)$$

$\bar{u}_R = u_R / \alpha(s)$, $\psi > 0, \beta \geq 0, \tau \geq 0$ 均为常数, e_1 为系统输出误差.

选取适当的李雅谱诺夫函数, 可以证明 $U(t) = \theta^T \omega(t) + \alpha(s) \bar{u}_R$ 是连续有界的, 并能保证在附加干扰和摄动情况下系统的鲁棒性.

对 (4) 式进行整理得到:

$$U(t) = \theta(t)^T w(t) + |\delta| \theta_m(t) \\ = \theta_p(t) y_p(t) + \theta_1(t) w_1(t) + \theta_m(t) y_m(t) + |a_0 e_1 / (s + a_1)| \theta_m(t) \quad (10) \\ = \theta_p(t) y_p(t) + \theta_1(t) w_1(t) + \theta_m(t) y_m(t) + \tilde{u}_R$$

记 $\tilde{u}_R = |a_0 e_1 / (s + a_1)| \theta_m(t) = \bar{\tilde{u}}_R / (s + a_1)$, $\bar{\tilde{u}}_R = |a_0 e_1| \theta_m(t)$.

系统 (1) 与 (7) 所描述的系统结构相似, (3) 式的控制器结构也可以保证系统 (7) 的稳定性. 比较 (3) 式和 (10) 式可以看出, 只要恰当选择 $\mu(e_1, y, U, t), g(y, U, t)$, \bar{u}_R 就可以写成 $\bar{\tilde{u}}_R$ 的形式. 在本文中取 $\beta = 0, \tau = 0, \psi \rightarrow 0$,

使 $\psi \exp(-\beta) \rightarrow 0$. 则 $\bar{u}_R \approx \frac{\mu(e_1, y, U, t)}{2|\mu(e_1, y, U, t)|} g(y, U, t)$, 并根据 (9) 式进一步化简:

$$\bar{u}_R \approx \frac{\mu(e_1, y, U, t)}{2|\mu(e_1, y, U, t)|} \times \frac{\mu(e_1, y, U, t)}{e_1(t)} = \frac{|\mu(e_1, y, U, t)|}{2e_1(t)}$$

令 $\bar{u}_R = |a_0 e_1| \theta_m(t) = \bar{u}_R = \frac{|\mu(e_1, y, U, t)|}{2e_1(t)}$, \bar{u}_R 被称做鲁棒控制量, 这样控制率 (3) 式

与 (4) 式就具有相同的控制器结构. 在 (4) 式的控制作用下, 可以保证未建模动态和有界干扰系统 (1) 式的稳定性, 并且跟踪误差渐近趋于零.

3 仿真结果

假设某一被控对象的数学模型如 (1) 式所示, 其中: $G_p(s) = \frac{s + 3.5}{s^2 + 4.4s + 4.59}$. 摄动和外部干扰的模型为 $\Delta_m(s) = \frac{s + 12}{s^2 + 2.3s + 2.4}$, $\Delta_a(s) = \frac{3}{s^2 + 0.01s + 6}$, $\Delta_d(s) = \frac{3}{s^2 + 2.4s + 2.59}$, 参考模型取 $G_m(s) = \frac{9.5}{s^2 + 5.3s + 9.5}$.

选择控制器参数 $\gamma_m = -2.34, \gamma_p = -7.97, \theta_m(0) = 32.8, \theta_p(0) = -37.9$ 及 $a_0 = 1.2, a_1 = 0.1, \mu = 1$. 输入信号为 1, 假设在 10 秒钟时存在一幅值为 1 的干扰信号, 仿真结果如图 1、2 所示, 可以看出当系统存在摄动和有界干扰时, 该控制器使系统比较好地跟踪参考模型的输出.

在仿真过程中, $\theta_p(0)$ 的大小主要决定模型输出跟踪参考模型输出的快慢, $\theta_p(0)$ 越大, 则跟踪地越快, 如果 $\theta_p(0)$ 选择得过大, 则在跟踪的初始阶段会出现振荡; $\theta_m(0)$ 主要决定模型输出是否有超调, $\theta_m(0)$ 越大则超调越大, 过小则在初始阶段远离理想输出. 控制器基于误差反馈补偿, 引用了鲁棒控制量 $\tilde{u}_R = |a_0 e_1 / (s + a_1)| \theta_m(t)$, 充分利用了输出误差量, 鲁棒性比较好. 仿真结果表明, a_0 / a_1 的值越大, 则调节时间越短; 如果 a_0 / a_1 充分小, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时 $e_1(t) \rightarrow 0$.

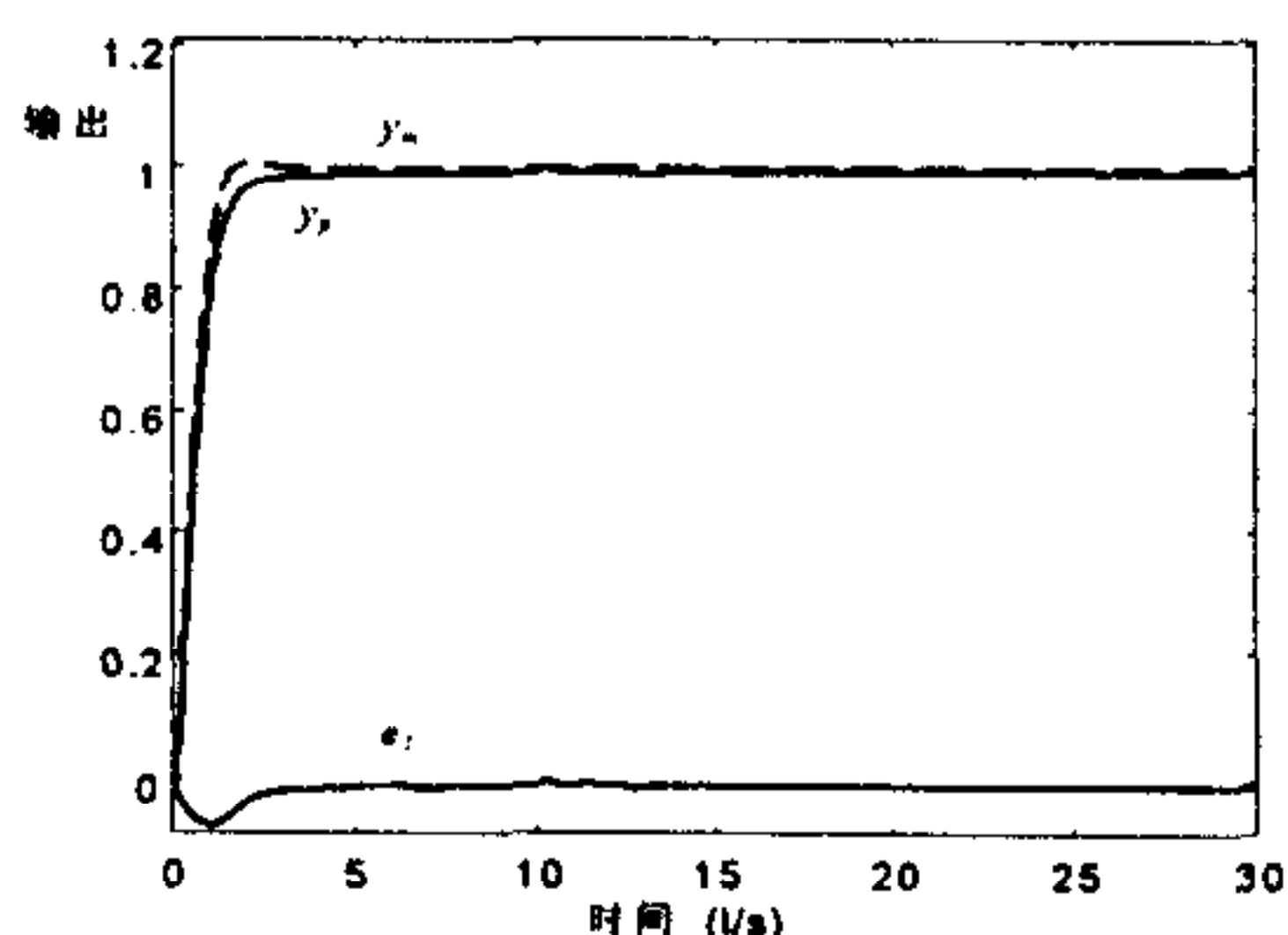


图 1 有鲁棒控制量时的系统输出

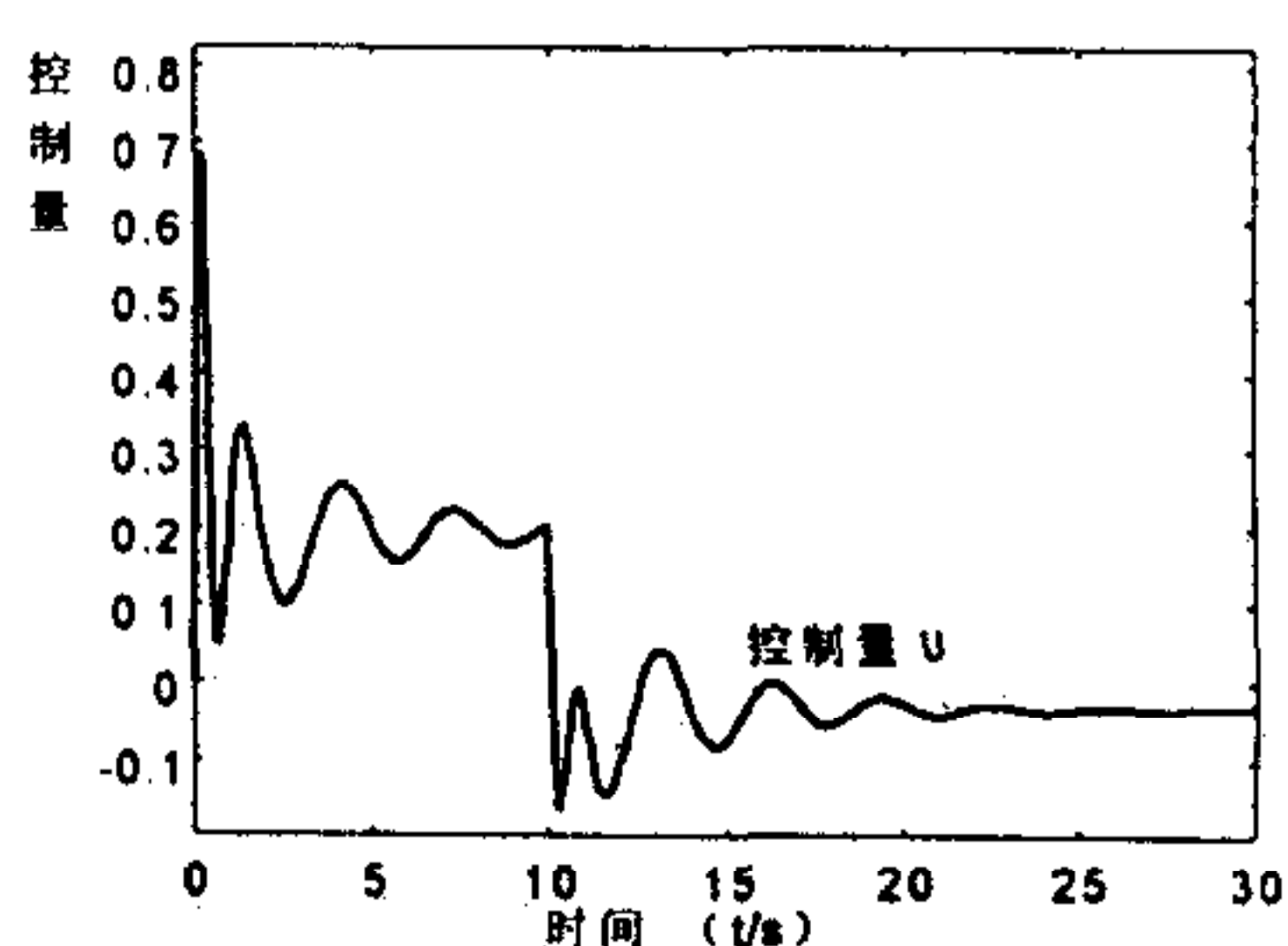


图 2 控制量

不考虑鲁棒控制量 \tilde{u}_R , 系统仅在控制量 $U(t) = \theta(t)^T w(t)$ 的作用下的仿真结果如图 3 所示, 与图 1 相比, 系统输出虽然能最终跟踪参考模型, 但调节时间长, 跟随效果比较差, 系统对控制器参数的要求相对比较高.

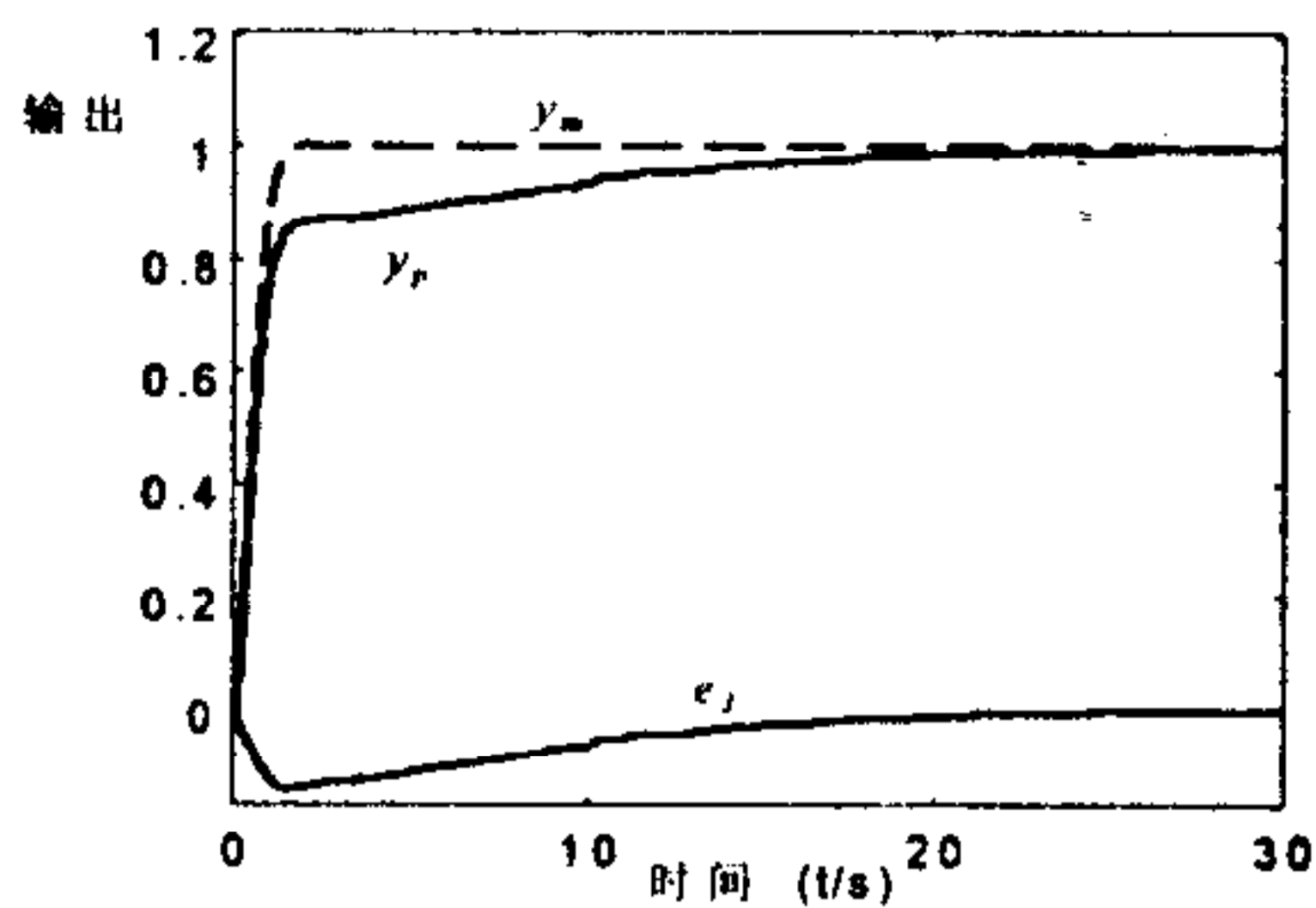


图 3 无鲁棒控制量时系统输出

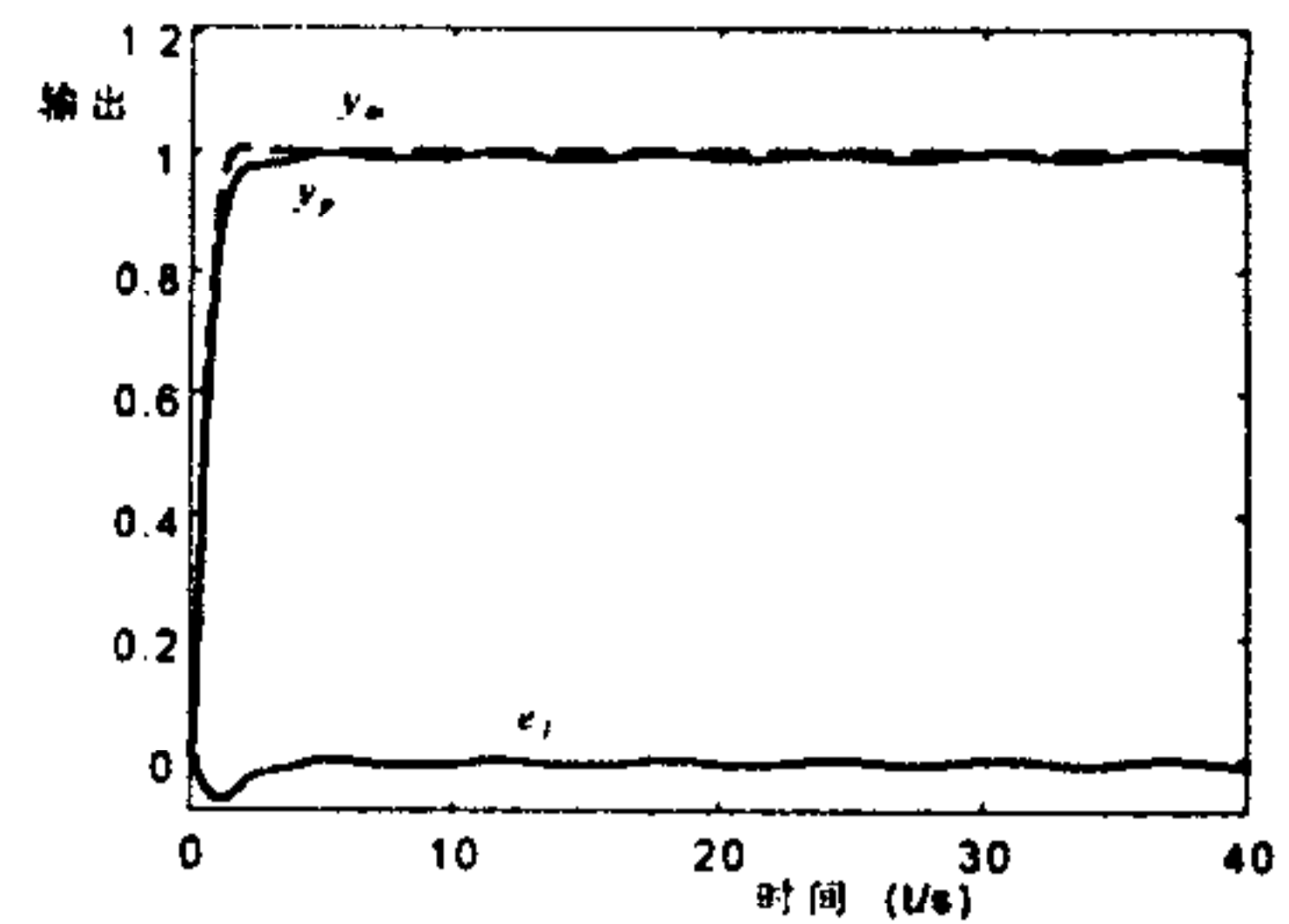


图 4 有鲁棒控制量时的系统输出

另外假设干扰是系统输出和时间的函数, 取 $d(y_p, t) = 0.2 \sin t + 0.5 \sin y_p + y_p^2 \cos t$, 仿真结果如图 4 所示.

由以上仿真结果可以看出, 这种新的自适应控制器对有界干扰和未建模动态的鲁棒性比较强, 系统输出能很好地跟随参考模型的输出.

4 结束语

本文针对实际中存在有界干扰和未建模动态的系统提出了一种新的鲁棒自适应控制器, 该控制器只需知道系统的相对阶次, 与传统的自适应控制方法相比, 结构相对简单, 并且在控制率中, 输出误差起了双重作用, 一是调整控制器的参数, 一是对系统进行输出反馈补偿, 充分利用了误差量的反馈作用. 仿真结果也表明该鲁棒控制器对存在有界干扰和未建模动态的系统控制效果很好, 能够理想地跟踪参考模型的输出.

参 考 文 献

1. T.Y.Chai, Zhang Tao. A new model reference robust adaptive controller in the presence of unmodeled dynamics and bounded disturbances. *Automatic*, 30(5): 865-869
2. Qingquan.L. Theory, design and application of adaptive control system. Beijing: Qinghua University, 1990, 222-246.
3. Ortega,R., Y. Tang. Robustness of adaptive controllers-a survey. *Automatica*, 1989, 25: 651-677
4. Ioannou,P.A., P.V.Kokotovic. Robust redesign of adaptive control. *IEEE Trans.Aut.Control*, Ac-29: 202-211
5. Zhihua Qu, F.Dorsey, M.Dawson. Model reference robust control of a class of SISO systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1994, 39(11): 2219-2234
6. 梁春燕, 樊丁, 谢剑英. 新的模型参考自适应控制方法在航空发动机中的应用. *航空动力学报*, 2000, 15(1): 93-95.

梁春燕 女, 1974 年生. 1995 年毕业于西北工业大学航空动力装置专业, 1998 年获西北工业大学航空发动机硕士学位, 现在上海交通大学自动化研究所攻读博士学位, 主要研究方向为计算机过程控制、鲁棒控制、运动控制、时滞控制等.

谢剑英 男, 1940 年生, 1964 年毕业于上海交通大学自动化系, 教授, 博士生导师. 主要研究方向为计算机过程控制、网络与信息系统等.