



# 模糊推理 Petri 网及其在故障诊断中的应用

高梅梅 吴智铭

(上海交通大学自动化研究所 上海 200030)

(E-mail: gmm70595@mail. sjtu. edu. cn, zinminwu@mail. sjtu. edu. cn)

**摘 要** 分析了推理 Petri 网与传统 Petri 网的共性和区别, 给出了模糊产生式规则推理 Petri 网模型. 在此基础上, 给出了有效的推理算法, 并以极大代数矩阵算子进行了形式化表示, 此算法充分利用了 Petri 网的数学理论基础和描述并发系统的能力, 具有并行推理能力, 可以同时得到推理后系统的全部状态值. 最后举例说明了其在故障诊断中的应用.

**关键词** 模糊产生式规则, 模糊推理 Petri 网, 模糊推理算法, 故障诊断.

## FUZZY REASONING PETRI NET AND ITS APPLICATION TO FAULT DIAGNOSIS

GAO Meimei WU Zhiming

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

**Abstract** A fuzzy reasoning Petri net (FRPN) model is defined in this paper to represent the fuzzy production rules of a rule-based system. Based on the FRPN model, an efficient reasoning algorithm is proposed. The fuzzy reasoning algorithm is formally expressed using max-algebra matrix equation, and has parallel reasoning ability. Through using this algorithm, the truth of all the statements in a system can be got from its initial state. An application to fault diagnosis system is explained through an example.

**Key words** Fuzzy production rules, fuzzy reasoning Petri net, fuzzy reasoning algorithm, fault diagnosis.

### 1 引言

Petri 网是用于离散事件系统建模与分析的工具. 从 Zisman M D<sup>[1]</sup>开始, 人们注意到 Petri 网可以用于表示产生式规则系统. 由于知识的不确定性, Looney C G<sup>[2]</sup>提出用模糊

Petri 网进行知识表示,Chen S M 等<sup>[3]</sup>在此基础上,提出了基于 Petri 网可达图的模糊推理算法,该算法是一种搜索过程,没能充分运用 Petri 网提供的并行推理能力,网模型描述也较复杂.文献[4,5]引用了[2,3]中的方法,但未能提出求解的形式化数学算法,限制了其应用.

本文利用 Petri 网同步、并发的能力,给出了一种表示模糊产生式规则的单级正向模糊推理 Petri 网模型,以极大代数的矩阵算式给出了形式化推理算法,并说明了其在故障诊断系统中的应用.

## 2 用模糊推理 Petri 网进行知识表达

在知识表达的模糊推理 Petri 网(Fuzzy Reasoning Petri Net FRPN)中,网的框架代表基于产生式规则的知识结构,库所表示命题,如果命题为真,在库所中标识上 token, token 的值表示命题为真的置信度;规则推理过程用推理 Petri 网中带置信度的变迁的触发表示,命题与推理规则之间的因果联系用库所和变迁之间的有向弧表示在 FRPN 中有如下特点不同于传统的 Petri 网:

- 1) 一个库所中的 token 数不会大于1,其值在0,1之间;
- 2) 规则的触发意味着命题为真的繁衍,规则触发后,规则的前提部的真值并不消失;
- 3) 变迁的引发不存在传统 Petri 网中的并发冲突问题.

## 3 模糊推理 Petri 网的模型及其推理算法

### 3.1 模糊推理 Petri 网的模型

根据 FRPN 的定义和特点,可将 FRPN 的模型表达为

$$(S, R, \Delta, \Gamma, \theta^0, U),$$

其中  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$  为命题(statements)的有穷集合;

$R = \{R_1, R_2, \dots, R_m\}$  为规则(rules)的有穷集合;

$\Delta: S \rightarrow R$  为规则的输入矩阵,  $\Delta = \{\delta_{ij}\}$ ,  $\delta_{ij}$  为逻辑量,  $\delta_{ij} \in \{0, 1\}$ , 当  $S_i$  是  $R_j$  的输入时,  $\delta_{ij} = 1$ ; 当  $S_i$  不是  $R_j$  的输入时,  $\delta_{ij} = 0, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ ;

$\Gamma: R \rightarrow S$  为规则的输出矩阵,  $\Gamma = \{\gamma_{ij}\}$ ,  $\gamma_{ij}$  为逻辑量,  $\gamma_{ij} \in \{0, 1\}$ , 当  $S_i$  是  $R_j$  的输出时,  $\gamma_{ij} = 1$ ; 当  $S_i$  不是  $R_j$  的输出时,  $\gamma_{ij} = 0, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ ;

$\theta^0$  为初始状态,  $\theta^0 = (\theta_{S_1}^0, \dots, \theta_{S_n}^0)^T$ ,  $\theta_{S_i}^0$  是命题  $S_i$  的初始逻辑状态,  $i = 1, \dots, n, \theta_{S_i}^0 \in [0, 1]$ , 其值表示  $S_i$  为真的程度.

$U$  为置信度矩阵,  $U = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_m)$ ,  $\mu_j$  为规则  $R_j$  的置信度,  $\mu_j \in [0, 1]$ .

若  $\theta^0, U$  的所有元素  $\theta_{S_i}^0 \in \{0, 1\}, \mu_j = 1$  时, 此模型为不含模糊变量的一般推理 Petri 网.

### 3.2 模糊推理 Petri 网中知识的推理算法

本文的推理算法是一种实用的不确定推理方法——MYCIN 的置信度方法<sup>[6]</sup>, 文献[3, 4, 7]也以这种方法为基础. 它的主要思想是模糊命题合取式的真值取各子式真值的最小值, 模糊命题析取式的真值取各子式真值的最大值. 引入极大代数中的两个算子

$$\oplus: a \oplus b = c, a, b, c \text{ 是 } n \text{ 维向量, 则 } c_i = \max(a_i, b_i);$$

$\otimes: A \otimes b = d$ ,  $A$  是  $(n \times m)$  维向量,  $b, d$  分别是  $m$  维,  $n$  维向量, 则  $d_i = \max_{1 \leq k \leq m} (a_{ik} \cdot b_k)$ .

为了在网络演化的极大代数运算表示中, 得到变迁输入命题真值的最小值(即规则前提为真的可信度), 在文献[7]中建议用“neg”算子. 在其启发下, 按照本文所定义的模糊推理 Petri 网结构, 用下面的式子更准确地、形式化地描述了用于知识表达的模糊推理 Petri 网的知识推理过程

定义.  $\text{neg}\theta^k = \mathbf{1}_m - \theta^k = \bar{\theta}^k, v^k = \Delta^T \otimes (\text{neg}\theta^k) = \Delta^T \otimes \bar{\theta}^k,$

$$\rho^k = \text{neg}v^k = \text{neg}(\Delta^T \otimes (\text{neg}\theta^k)) = \overline{\Delta^T \otimes \bar{\theta}^k}$$

其中  $\mathbf{1}_m$  为元素全为1的  $m$  维向量;  $k$  为推理步数;  $\text{neg}\theta^k$  为  $n$  维向量, 其元素值表示命题  $S_i$  为假的可信度,  $i=1, \dots, n$ ;  $v^k$  为  $m$  维向量、中间变量, 表示规则  $R_j$  的前提为假的可信度,  $j=1, \dots, m$ ;  $\rho^k$  为  $m$  维向量, 表示规则的前提为真的可信度, 假设 FRPN 的变迁  $R_j$  有  $q$  个输入库所, 其真值分别为  $\theta_{j1}^k, \theta_{j2}^k, \dots, \theta_{jq}^k$ , 则  $\rho_j = \min(\theta_{j1}^k, \theta_{j2}^k, \dots, \theta_{jq}^k), j=1, \dots, m$ .

根据 FRPN 的特点, 命题  $S_i$  的下一步状态  $\theta^{k+1}$  应为

$$\theta^{k+1} = \theta^k \oplus [(\Gamma \cdot U) \otimes (\overline{\Delta^T \otimes \bar{\theta}^k})]. \tag{1}$$

由此, 可得推理算法:

步骤1. 令  $k=0$ ;

步骤2. 根据式(1), 由  $\theta^k$ , 求得  $\theta^{k+1}$ ;

步骤3. 若  $\theta^{k+1} \neq \theta^k$ , 令  $k=k+1$ , 重复步骤2; 若  $\theta^{k+1} = \theta^k$ , 推理结束.

### 4 举例

以燃气轮机故障诊断众多规则中的几条来说明本文模糊推理 Petri 网推理算法的应用.

规则1( $R_1$ ). 规则置信度: 0.8; 故障: 压气机气流通道零件磨损( $S_6$ );

征兆: 机组功率过低( $S_1$ )和机组耗油量过高( $S_2$ )和涡轮前燃气温度过高( $S_3$ ).

规则2( $R_2$ ). 规则置信度: 0.8; 故障: 涡轮叶片磨损( $S_7$ );

征兆: 机组功率过低( $S_1$ )和涡轮效率过低( $S_4$ ).

规则3( $R_3$ ). 规则置信度: 1.0;

征兆: 压气机叶片断裂( $S_5$ ); 故障: 压气机喘振( $S_8$ ).

规则4( $R_4$ ). 规则置信度: 0.9;

征兆: 压气机气流通道零件磨损( $S_6$ ); 故障: 压气机喘振( $S_8$ ). 得其模糊推理 Petri 网

如图1所示. 根据 Petri 网得

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T,$$

$$U = \text{diag}(0.8, 0.8, 1.0, 0.9).$$

设初始状态  $\theta^0 = (1.0 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.8 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.0)^T$ ,

由推理算法  $\text{neg}\theta^0 = (0.0 \ 0.8 \ 0.7 \ 0.2 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0)^T$ ,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}^0 &= (0.8 \quad 0.2 \quad 1.0 \quad 1.0)^T, \boldsymbol{\rho}^0 = (0.2 \quad 0.8 \quad 0.0 \quad 0.0)^T, \\ \boldsymbol{\theta}^1 &= (1.0 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.8 \quad 0.0 \quad 0.16 \quad 0.64 \quad 0.0)^T. \end{aligned}$$

同理可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}^2 &= (1.0 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.8 \quad 0.0 \quad 0.16 \quad 0.64 \quad 0.144)^T, \\ \boldsymbol{\theta}^3 &= (1.0 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.8 \quad 0.0 \quad 0.16 \quad 0.64 \quad 0.144)^T. \end{aligned}$$

因为  $\boldsymbol{\theta}^3 = \boldsymbol{\theta}^2$ , 推理结束, 命题  $S$  的最终状态为  $(1.0 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.8 \quad 0.0 \quad 0.16 \quad 0.64 \quad 0.144)$ . 所以可得燃气轮机出现压气机气流通道零件磨损的故障概率为 0.16, 涡轮叶片磨损故障概率为 0.64, 压气机喘振的故障概率为 0.144. 据此可以推断出涡轮叶片磨损故障的可能性最大.

本文对一类模糊推理 Petri 网表示的模糊产生式规则系统, 提出了以极大代数矩阵算式表示的形式化的推理算法, 与传统 Petri 网的线性代数分析法相一致, 可

有效地用于模糊推理过程中, 算法具有一定的智能推理能力, 便于计算机编程求解复杂问题, 具有很好的应用前景.

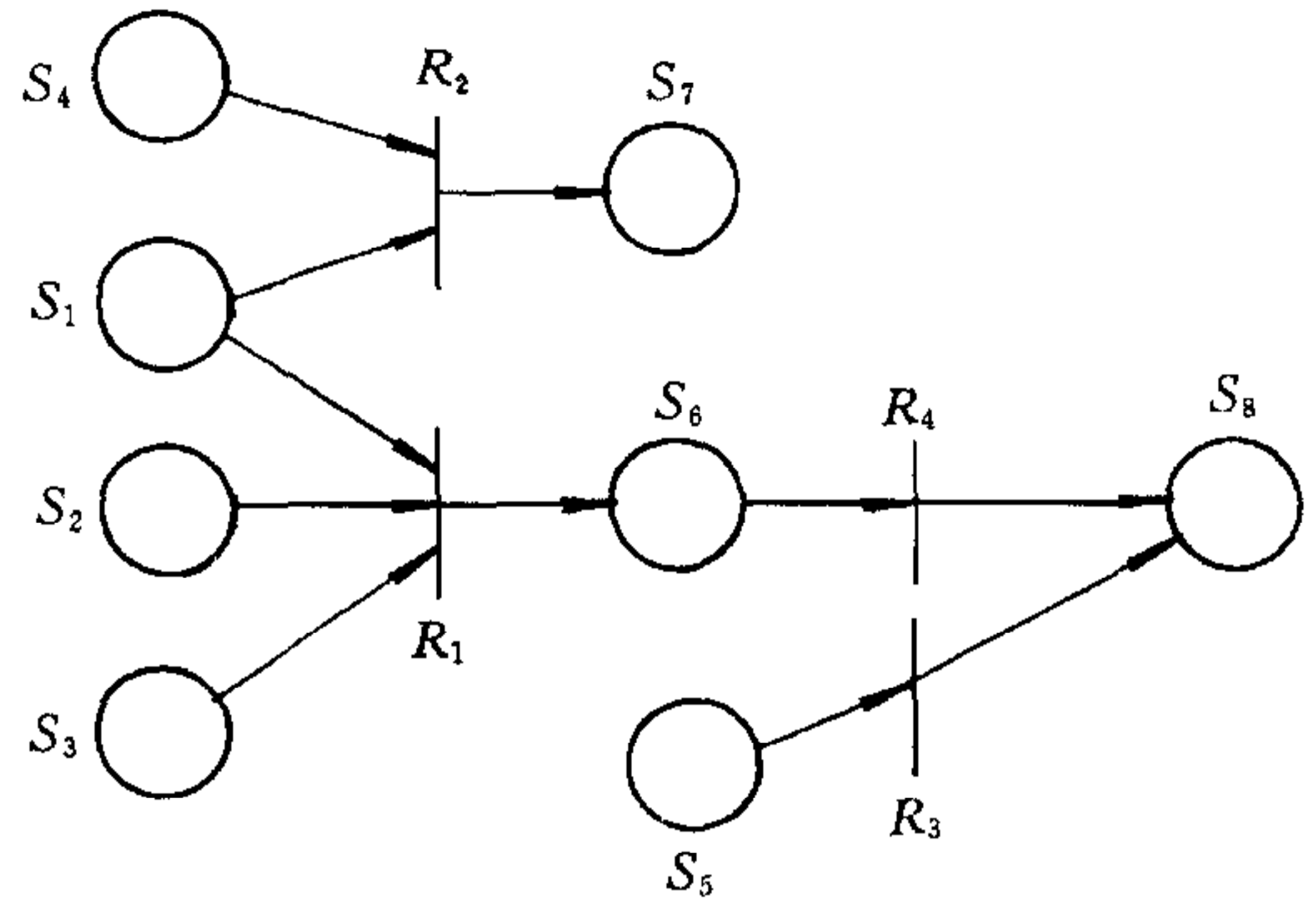


图1 故障事例的 FRPN 模型

## 参 考 文 献

- 1 Zisman M D. Use of Production Systems for Modelling Asynchronous Concurrent Processes. Pattern Directed Inference Systems, London: Academic Press, 1978. 53~68
- 2 Looney C G. Fuzzy Petri nets for rule-based decision making. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, 1988, **SMC-18** (1), 178~183
- 3 Chen S M, Ke J S, Chang J F. Knowledge representation using fuzzy Petri nets. *IEEE Trans. Knowledge and Data Engineering*, 1990, **2**(3): 311~319
- 4 廉小亲, 王信义, 朱小燕, 故障诊断系统中的模糊推理算法的研究. 北京理工大学学报, 1996, **16**(1): 97~101
- 5 Tazaki E, Yoshida K. A fuzzy Petri net model for approximate reasoning and its application to medical diagnosis. *IEEE International Conference on System, Man and Cybernetics*, 1992, **1**: 627~631
- 6 杨叔子等. 基于知识的诊断推理. 北京: 清华大学出版社, 1993. 69~70
- 7 Tzafestas S G, Capkovic F. Petri net-based approach to synthesis of intelligent control systems for DEDS. *Computer-Assisted Management and Control of Manufacturing Systems*. New York: Springer, 1997. 523~531

**高梅梅** 女, 24岁, 上海交通大学自动化系博士生. 研究方向为: 离散事件系统理论及应用, 人工智能.

**吴智铭** 63岁, 上海交通大学自动化系教授、博士生导师. 研究领域为: 离散事件动态系统和混杂系统.