第27卷 第1期
2001年1月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 27, No. 1
Jan., 2001

短文

随机2-D FM Ⅱ 模型的状态估计

陈雪如 杨成梧

(南京理工大学动力工程学院 南京 210094)

(E-mail: chenxr@public 1. ptt. js. cn)

摘 要 研究了在随机作用下的多输入多输出线性时变2-D 离散 FM Ⅱ 模型,利用斜割支线和几何方法,求出了2-D 随机 FM Ⅱ 模型的卡尔曼滤波与预测公式,并且给出了滤波与预测误差的方差阵和协方差阵.

关键词 2-D 系统,滤波,预测,高斯序列.

STATE ESTIMATION FOR STOCHASTIC 2-D FM Ⅱ MODEL

CHEN Xue-Ru YANG Cheng-Wu

(*School of Power Engineering & Dynamics, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing* 210094)

(E-mail: chenxr@public1. ptt. js. cn)

Abstract This paper studied the 2-D stochastic multi-input multi-output FM Ⅱ model. The Kalman filtering and prediction for the model are given by using the cross-cut and geometry methods. Furthermore, variance matrix and covariance matrix of filtering and prediction are given.

Key words 2-D system, expectation, variance, covariance, filtering, prediction, Gaussian sequence.

1 引言

近十几年来,2-D 系统理论越来越受到重视,得到了广泛深入的研究,取得了丰硕的成果(见文[1]),这些研究主要集中在对确定性2-D 控制理论的研究上. 但任何控制系统都是在随机变化的环境中,在随机干扰的作用下工作的,2-D 控制系统也不例外. 关于2-D 随机控制的研究成果可见文[2],这些研究主要集中在随机2-D 差分方程模型上,而在2-D 确定性理论中,最常用的是 Roesser 模型(简记 RM)和第二类 Fornasini-Marchesini 模型(简记 FMM Ⅱ ,RM 是 FMM Ⅱ 的特例). 文[3]通过构造观测器的方法给出了确定性2-D

收稿日期 1999-08-25 收修改稿日期 2000-03-20

FM Ⅱ 模型的状态估计. 本文利用斜割支线和几何方法，求出了随机2-D FMM Ⅱ 的卡尔曼滤波与预测公式，并且给出了滤波与预测误差的方差阵和协方差阵.

2 随机2-D 变系数 FMM Ⅱ

考虑下述在随机作用下的多输入多输出线性时变2-D 离散 FMM Ⅱ 的状态方程与输出方程

$$\boldsymbol{x}(i+1,j+1)=A_1(i+1,j)\boldsymbol{x}(i+1,j)+A_2(i,j+1)\boldsymbol{x}(i,j+1)+ \\ B_1(i+1,j)\boldsymbol{w}(i+1,j)+B_2(i,j+1)\boldsymbol{w}(i,j+1) \quad (1a)$$

$$\boldsymbol{y}(i,j)=C(i,j)\boldsymbol{x}(i,j)+\boldsymbol{v}(i,j),(i,j)\geqslant(0,0) \quad (1b)$$

其中 $\boldsymbol{x}(i,j)\in R^n$ 为在 (i,j) 处的局部状态向量，$\boldsymbol{y}(i,j)\in R^r$ 是输出向量，$\boldsymbol{w}(i,j)\in R^m$ 是均值为零的输入序列，且 $\mathrm{Cov}[\boldsymbol{w}(i,j),\boldsymbol{w}(k,l)]=Q_1(i,j)\delta_{ik}\delta_{jl}$，$\boldsymbol{v}(i,j)\in R^r$ 是与 $\boldsymbol{w}(k,l)$ 独立的均值为零的测量噪声序列，且 $\mathrm{Cov}[\boldsymbol{v}(i,j),\boldsymbol{v}(k,l)]=Q_2(i,j)\delta_{ik}\delta_{jl}$（$Q_2(i,j)$ 为正定阵），初始状态 $\{\boldsymbol{x}(i,0)\}$，$\{\boldsymbol{x}(0,j)\}$ 为与 $\boldsymbol{w}(i,j)$，$\boldsymbol{v}(i,j)$ 独立的独立高斯随机序列，且 $\mathrm{E}[\boldsymbol{x}(i,0)]=R(i,0)$，$\mathrm{Var}[\boldsymbol{x}(i,0)]=Q(i,0)$，$\mathrm{E}[\boldsymbol{x}(0,j)]=R(0,j)$，$\mathrm{Var}[\boldsymbol{x}(0,j)]=Q(0,j)$，其中 $\delta_{ik}=\begin{cases}1, & k=i,\\ 0, & k\neq i,\end{cases}$ 则由定理得[4]系统(1)的状态响应公式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}(i,j)=&\sum_{k=1}^{i}\Phi_{i,j}(i-k,j-1)[A_1(k,0)\boldsymbol{x}(k,0)+B_1(k,0)\boldsymbol{w}(k,0)]+\\&\sum_{l=1}^{j}\Phi_{i,j}(i-1,j-l)[A_2(0,l)\boldsymbol{x}(0,l)+B_2(0,l)\boldsymbol{w}(0,l)]+\\&\sum_{k=1}^{i}\sum_{l=1}^{j}[\Phi_{i,j}(i-k,j-l-1)B_1(k,l)+\Phi_{i,j}(i-k-1,j-l)B_2(k,l)]\boldsymbol{w}(k,l),\end{aligned} \quad (2)$$

其中 $(i,j)\geqslant(1,1)$，$\Phi_{i,j}(k,l)$ 为状态转移矩阵.

3 状态的线性最小方差滤波与预测

设以上涉及到的所有变量均为二阶矩变量，由于 $\boldsymbol{x}(i+1,j+1)$ 的值依赖于 $\boldsymbol{x}(i+1,j)$，$\boldsymbol{x}(i,j+1)$，$\boldsymbol{w}(i+1,j)$，$\boldsymbol{w}(i,j+1)$，为了处理上的方便，我们采用文[5]中的方法，定义斜割支线 $S_k=\{(i,j):i+j=k\}$，借助斜割支线，将系统的各变量按如下方式划分为当前，未来和过去三类.

$$\text{当前}\quad (i,j)\in S_k=\{(i,j):i+j=k\}; \quad (3a)$$

$$\text{未来}\quad (i,j)\in\bigcup_{l=k+1}^{\infty}S_l=\{(i,j):i+j>k\}; \quad (3b)$$

$$\text{过去}\quad (i,j)\in\bigcup_{l=1}^{k-1}S_l=\{(i,j):i+j<k\}. \quad (3c)$$

设 $\boldsymbol{x}(i,j)$ 是待估计的量，$\boldsymbol{Y}_k=\{\boldsymbol{y}(i,j):i+j\leqslant k,(i,j)\geqslant(1,1)\}$ 为一组对 $\chi_k=\{\boldsymbol{x}(i,j):i+j\leqslant k(i,j)\geqslant(1,1)\}$ 的实测值，要根据 $\boldsymbol{Y}_k$ 来确定 χ_k 的近似值. 引入记号：$\boldsymbol{y}_k=\{\boldsymbol{y}(i,j):i+j=k\}$，$\boldsymbol{x}_k=\{\boldsymbol{x}(i,j):i+j=k\}$，$\hat{\boldsymbol{x}}(i,k-i|\boldsymbol{Y}_k)$ 为根据 $\boldsymbol{Y}_k$ 决定的 $\boldsymbol{x}(i,k-i)$ 的估计. $\tilde{\boldsymbol{x}}(i,k-$

$i|\boldsymbol{Y}_k)$为相应的估计误差. $\mathrm{Proj}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z})$为 $\boldsymbol{x}$ 在 $\boldsymbol{z}$ 上的投影.

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(S_k|\boldsymbol{Y}_k) = \{\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(1,k-1|\boldsymbol{Y}_k),\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(2,k-2|\boldsymbol{Y}_k),\cdots,\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(i,k-i|\boldsymbol{Y}_k),\cdots,\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(k-1,1|\boldsymbol{Y}_k)\}. \tag{4a}$$

$$C_k = \mathrm{diag}\{C(1,k-1),C(2,k-2),\cdots,C(i,k-i),\cdots C(k-1,1)\}, \tag{4b}$$

$$\Gamma_k = \mathrm{diag}\{Q_2(1,k-1),Q_2(2,k-2),\cdots,Q_2(i,k-i),\cdots Q_2(k-1,1)\}, \tag{4c}$$

则由(1),(2)可得一步预测值

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k) &= \mathrm{Proj}[\boldsymbol{x}(i,k+1-i)|\boldsymbol{Y}_k)] = A_1(i,k-i)\hat{\boldsymbol{x}}(i,k-i|\boldsymbol{Y}_k) + \\ &\quad A_2(i-1,k+1-i)\hat{\boldsymbol{x}}(i-1,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k).\end{aligned} \tag{5}$$

由投影的定义[6]. 即可推知 $\hat{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k)$是 $\boldsymbol{x}(i,k+1-i)$的线性无偏最小方差估计.

由于对任何二阶矩变量 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2$，有[6]

$$\mathrm{Proj}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z}) = \mathrm{Proj}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z}_1) + \mathrm{Cov}(\tilde{\boldsymbol{x}},\tilde{\boldsymbol{z}}_2)\mathrm{Var}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{z}}_2)\tilde{\boldsymbol{z}}_2,$$

其中 $\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}})$, $\tilde{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{x}-\mathrm{Proj}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z}_1)$, $\tilde{\boldsymbol{z}}_2=\boldsymbol{z}_2-\mathrm{Proj}(\boldsymbol{z}_2|\boldsymbol{z}_1)$. 则由该结论及前述假设可得滤波公式

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_{k+1}) &= \mathrm{Proj}\left[\boldsymbol{x}(i,k+1-\mathrm{i})\left|\begin{matrix}\boldsymbol{Y}_k\\ \boldsymbol{y}_{k+1}\end{matrix}\right.\right] = \mathrm{Proj}[\boldsymbol{x}(i,k+1-i)|\boldsymbol{Y}_k] + \\ &\quad \mathrm{Cov}[\tilde{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k),\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}]\mathrm{Var}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1})\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1} = \\ &\quad \hat{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k) + H_{k+1}(i)\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}.\end{aligned} \tag{6}$$

这里 $\tilde{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k)=\boldsymbol{x}(i,k+1-i)-\hat{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k)$为估计误差，$\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}$为新息，$H_{k+1}(i)$为滤波增益阵.

$$\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1} = \boldsymbol{y}_{k+1} - \mathrm{Proj}[\boldsymbol{y}_{k+1}|\boldsymbol{Y}_k] = \boldsymbol{y}_{k+1} - C_{k+1}\hat{\boldsymbol{x}}(S_{k+1}|\boldsymbol{Y}_k), \tag{7}$$

$$H_{k+1}(i) = \mathrm{Cov}[\tilde{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k),\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}]\mathrm{Var}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}). \tag{8a}$$

利用新息 $\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}$对预测值 $\hat{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k)$进行修正，即得滤波值. 下面来求修正系数阵 $H_{k+1}(i)$的计算公式.

记

$$P_{k+1}(i,j|\boldsymbol{Y}_k) = \mathrm{Cov}[\tilde{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k),\tilde{\boldsymbol{x}}(j,k+1-j|\boldsymbol{Y}_k)], \tag{8b}$$

则

$$\mathrm{Cov}[\tilde{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k),\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}] = [P_{k+1}(i,1|\boldsymbol{Y}_k),P_{k+1}(i,2|\boldsymbol{Y}_k),\cdots,P_{k+1}(i,k|\boldsymbol{Y}_k)]C_{k+1}^{\mathrm{T}}, \tag{8c}$$

$$\mathrm{Var}(\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1}) = C_{k+1}\begin{bmatrix}P_{k+1}(1,1|\boldsymbol{Y}_k),P_{k+1}(1,2|\boldsymbol{Y}_k),\cdots,P_{k+1}(1,k|\boldsymbol{Y}_k)\\ P_{k+1}(2,1|\boldsymbol{Y}_k),P_{k+1}(2,2|\boldsymbol{Y}_k),\cdots,P_{k+1}(2,k|\boldsymbol{Y}_k)\\ \cdots\\ P_{k+1}(k,1|\boldsymbol{Y}_k),P_{k+1}(k,2|\boldsymbol{Y}_k),\cdots,P_{k+1}(k,k|\boldsymbol{Y}_k)\end{bmatrix}C_{k+1}^{\mathrm{T}} + \Gamma_{k+1}. \tag{8d}$$

由于 $Q_2(i,j)$为正定阵，故上述矩阵显然可逆.

下面来推导一步预测误差的方差与协方差阵公式.

由式(8b),(1),(2)可得

$P_{k+1}(i,j|\boldsymbol{Y}_k)=\mathrm{E}[\boldsymbol{x}(i,k+1-i)-\hat{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_k)][\boldsymbol{x}(j,k+1-j)-$
$\hat{x}(j,k+1-j|\boldsymbol{Y}_k)]^{\mathrm{T}}=A_1(i,k-i)P_k(i,j|\boldsymbol{Y}_k)A_1^{\mathrm{T}}(j,k-j)+A_1(i,k-i)P_k(i,$
$j-1|\boldsymbol{Y}_k)A_2^{\mathrm{T}}(j-1,k+1-j)+A_2(i-1,k+1-i)P_k(i-1,j|\boldsymbol{Y}_k)A_1^{\mathrm{T}}(j,$
$k-j)+A_2(i-1,k+1-i)P_k(i-1,j-1|\boldsymbol{Y}_k)A_2^{\mathrm{T}}(j-1,k+1-j)+$
$B_1(i,k-i)Q_1(i,k-i)B_1^{\mathrm{T}}(j,k-j)\delta_{i,j}+B_1(i,k-i)Q_1(i,k-i)B_2^{\mathrm{T}}(j-1,$
$k+1-j)\delta_{i,j-1}+B_2(i-1,k+1-i)Q_1(i-1,k+1-i)B_1^{\mathrm{T}}(j,k-j)\delta_{i-1,j}+$
$B_2(i-1,k+1-i)Q_1(i-1,k+1-i)B_2^{\mathrm{T}}(j-1,k+1-j)\delta_{i,j},$ (9)

而滤波误差的方差与协方差阵为

$P_{k+1}(i,j|\boldsymbol{Y}_{k+1})=\mathrm{E}[\tilde{\boldsymbol{x}}(i,k+1-i|\boldsymbol{Y}_{k+1})][\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(j,k+1-j|\boldsymbol{Y}_{k+1})]=$
$P_{k+1}(i,j|\boldsymbol{Y}_k)-[P_{k+1}(i,1|\boldsymbol{Y}_k),P_{k+1}(i,2|\boldsymbol{Y}_k),\cdots,P_{k+1}(i,k|\boldsymbol{Y}_k)]C_{k+1}^{\mathrm{T}}H_{k+1}^{\mathrm{T}}(j)-$
$H_{k+1}(i)C_{k+1}[P_{k+1}^{\mathrm{T}}(1,j|\boldsymbol{Y}_k),P_{k+1}^{\mathrm{T}}(2,j|\boldsymbol{Y}_k),\cdots,P_{k+1}^{\mathrm{T}}(k,j|\boldsymbol{Y}_k)]^{\mathrm{T}}+H_{k+1}(i)\mathrm{var}(\tilde{\boldsymbol{y}}_{k+1})H_{k+1}^{\mathrm{T}}(j).$
(10)

滤波初值由(5),(6)式可得,欲保证 $k+1$瞬时滤波无偏,就必须保证 k 瞬时滤波无偏,因此设定

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k,0|\boldsymbol{Y}_k)=\mathrm{E}\boldsymbol{x}(k,0)=R(k,0),\hat{\boldsymbol{x}}(0,k|\boldsymbol{Y}_k)=\mathrm{E}\boldsymbol{x}(0,k)=R(0,k) \tag{11}$$

则由该假定,前述假定(1),前述结论(5)～(10),略去冗长的推导,可得

$$P_k(0,0|\boldsymbol{Y}_k)=Q_2(0,k),\ P_k(k,k|\boldsymbol{Y}_k)=Q_2(k,0), \tag{12a}$$

$$\begin{aligned}P_k(i,0|\boldsymbol{Y}_k)&=P_k^{\mathrm{T}}(0,k|\boldsymbol{Y}_k)=P_k(k,i|\boldsymbol{Y}_k)=P_k^{\mathrm{T}}(i,k|\boldsymbol{Y}_k)=P_k(k,0|\boldsymbol{Y}_k)\\&=P_k^{\mathrm{T}}(k,0|\boldsymbol{Y}_k)=0\ 1\leqslant i\leqslant k-1.\end{aligned} \tag{12b}$$

这样,式(5)～(12)就给出了一套递推求算 $\hat{\boldsymbol{x}}(S_{k+1}|\boldsymbol{Y}_k),\hat{\boldsymbol{x}}(S_{k+1}|\boldsymbol{Y}_{k+1})$的公式.

例1. 设2-D 系统方程为

$$\boldsymbol{x}(i+1,j+1)=\boldsymbol{x}(i+1,j)+\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}\boldsymbol{w}(i,j+1),$$

$$\boldsymbol{y}(i,j)=\boldsymbol{x}(i,j)+\boldsymbol{v}(i,j),$$

$\boldsymbol{v}(i,j)$为独立的服从 $N(0,0.01\,I_2)$的分布,$\boldsymbol{w}(i,j)$为与$\boldsymbol{v}(i,j)$独立的服从 $N(0,0.04\,I_2)$的分布,对系统进行了若干次测量,每次测量都是独立进行的.得实测值为 $\boldsymbol{y}(0,0),\boldsymbol{y}(1,0),\boldsymbol{y}(0,1),\boldsymbol{y}(2,0),\boldsymbol{y}(1,1),\boldsymbol{y}(0,2),\boldsymbol{y}(2,1),\boldsymbol{y}(1,2)$,试给出系统状态的线性最小方差估计.

解.由(11)式选取滤波初值,则由(12),(5),(9)式,$\hat{\boldsymbol{x}}(1,1|\boldsymbol{Y}_1)=\hat{\boldsymbol{x}}(1,0|\boldsymbol{Y}_1)=\boldsymbol{Y}(1,0)$,

$$P_2(1,1|\boldsymbol{Y}_1)=P_1(1,1|\boldsymbol{Y}_1)+\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}\cdot 0.04\,I_2\begin{bmatrix}1&0\\1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.09&0\\0&0.01\end{bmatrix};$$

由(6),(10)式,$\hat{\boldsymbol{x}}(1,1|\boldsymbol{Y}_2)=\hat{\boldsymbol{x}}(1,1|\boldsymbol{Y}_1)+H_2(1)\tilde{\boldsymbol{y}}_2=\boldsymbol{y}(1,0)+\begin{bmatrix}0.9&0\\0&0.5\end{bmatrix}[\boldsymbol{y}(1,1)-\boldsymbol{y}(1,0)]$,$P_2(1,1|\boldsymbol{Y}_2)=P_2(1,1|\boldsymbol{Y}_1)-P_2(1,1|\boldsymbol{Y}_1)H_2^{\mathrm{T}}(1)-H_2(1)P_2(1,1|\boldsymbol{Y}_1)+H_2(1)\mathrm{Var}(\tilde{\boldsymbol{y}}_2)H_2^{\mathrm{T}}(1)=\begin{bmatrix}0.009&0\\0&0.005\end{bmatrix}$;

再由式(12),(5),(9)得

$$\hat{\boldsymbol{x}}(1,2|\boldsymbol{Y}_2)=\begin{bmatrix}0.9&0\\0&0.5\end{bmatrix}\boldsymbol{y}(1,1)+\begin{bmatrix}0.1&0\\0&0.5\end{bmatrix}\boldsymbol{y}(1,0),$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(2,1|\boldsymbol{Y}_2)=\boldsymbol{y}(2,0),$$

$$P_3(1,1|\boldsymbol{Y}_2)=\begin{bmatrix}0.089 & 0\\ 0 & 0.005\end{bmatrix},$$

$$P_3(1,2|\boldsymbol{Y}_2)=P_2(1,2|\boldsymbol{Y}_2)=P_3(2,1|\boldsymbol{Y}_2)=P_2(2,1|\boldsymbol{Y}_2)=0,$$

$$P_3(2,2|\boldsymbol{Y}_2)=\begin{bmatrix}0.09 & 0\\ 0 & 0.01\end{bmatrix};$$

再由(6)得

$$\hat{\boldsymbol{x}}(1,2|\boldsymbol{Y}_3)=\begin{bmatrix}0.89 & 0\\ 0 & 0.33\end{bmatrix}\boldsymbol{y}(1,2)+\begin{bmatrix}0.099 & 0\\ 0 & 0.335\end{bmatrix}\boldsymbol{y}(1,1)+\begin{bmatrix}0.011 & 0\\ 0 & 0.335\end{bmatrix}\boldsymbol{y}(1,0),$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}(2,1|\boldsymbol{Y}_3)=\boldsymbol{y}(2,1)+\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.5\end{bmatrix}\boldsymbol{y}(2,0).$$

参 考 文 献

1 杨成梧，邹云．2-D线性离散系统．北京：国防工业出版社，1995

2 何振亚．多维数字信号处理．北京：国防工业出版社，1995

3 杨成梧，陈雪如．2-D离散系统的观测器．自然化学报，1991，**17**(4)：601～605

4 杨成梧，陈雪如，邹云．变系统2-D线性离散系统在一般模型下的状态响应及其观控性．自动化学报，1991，**17**(4)：551～557

5 Marszalek W. Sadecki J. Dynamic programiming for 2-D discrete linear systems. *IEEE Trans. Autom. Control*，1989，**34**：181～184

6 冯缵刚，郭治．随机控制．北京：国防工业出版社，1988

陈雪如　1965年生．1989年于南京理工大学自动控制专业获工学硕士．现为南京师范大学信息工程系副教授．南京理工大学动力工程学院在职博士生．研究方向为2-D线性离散系统、广义系统、随机控制．

杨成梧　1936年生．南京理工大学动力工程学院教授．博士生导师．《控制理论与应用》编委．主要研究方向：复杂系统理论、非线性系统理论、H^{∞}控制、数学采样控制等．