第26卷 第5期
2000年9月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 26, No. 5
Sep., 2000

一类多变量非线性动态系统的鲁棒自适应模糊控制[1)]

佟绍成　　　　柴天佑

（辽宁工学院基础部　锦州　121001）　（东北大学自动化研究中心　沈阳　110006）

（E-mail: tongshao@mail. JZPtt. ln. cn）

摘　要　对一类非线性多变量未知动态系统，提出了一种自适应模糊控制策略. 策略中采用IF-THEN推理规则来构造模糊逻辑系统，实现对系统中未知函数的估计，在建模误差为零的条件下设计状态反馈控制器及参数的自适应律. 分析了当存在建模误差时，闭环系统的稳定性和鲁棒性.

关键词　多变量非线性系统，模糊控制，稳定性，鲁棒性.

RUBOST ADAPTIE FUZZY CONTROL FOR A CLASS OF MULTIVARIABLE NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS

TONG Shaocheng

(*Department of Basic Mathematics, Liaoning Institute of Technology, Jinzhou* 121001)

CHAI Tianyou

(*Automation Research Center of Northeastern University, Shenyang* 110006)

Abstract　In this paper, a fuzzy adaptive control scheme for a class of MIMO nonlinear dynamic systems is presented. In the design, fuzzy logic systems are utilized to approximate the unknown functions, and state feedback controller and parameter adaptive law are obtained without considering modeling error. Finally, the stability and robustness analysis of the closed loop system is given.

Key words　MIMO nonlinear systems, fuzzy control, stability, robustness.

1　引言

自从六十年代以来，动态系统的自适应控制得到了广泛的关注和研究，最初的研究主要集中于线性时不变系统. 随着非线性控制理论的发展，特别是反馈线性化方法的出现，

1）国家自然科学基金资助项目.

收稿日期　1998-03-04　　收修改稿日期　1999-11-23

自适应方法开始用于控制非线性系统,以解决参数不确定及非线性特性已知的系统的控制问题[1~3],该方法的一个基本假设是未知参数线性化,虽然这种假设有时可以满足,但也限制了它的应用范围.如何控制未知复杂非线性系统,降低控制器设计过程中对系统及周围环境精确先验知识的要求,是一个急需解决的问题.模糊控制技术的出现以及与自适应方法的结合,为未知非线性的建模与控制提供了一种有效的途径.

本文针对一类多变量非线性未知动态系统,给出了一种稳定的模糊自适应控制策略.首先利用 IF-THEN 推理规则,构造一种适合于 MIMO 的模糊逻辑系统,对系统中的未知函数进行估计并实现对未知系统的建模.然后考虑只存在参数不确定(建模误差为零)的理想条件下,设计一种模糊自适应控制方案,并根据 Lyapunov 理论给出了闭环系统的稳定性分析.最后在奇异摄动理论框架下,讨论了当建模误差存在时所设计的模糊控制系统的鲁棒性能.

2　控制问题及其模糊逻辑系统的构造

考虑如下的多变量非线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}, \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{x}=(x_1,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}\in R^n$,$\boldsymbol{u}\in R^n$,$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=(f_1(\boldsymbol{x}),\cdots,f_n(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}$,$g(\boldsymbol{x})=[g_{ij}]_{n\times n}$是一个 $n\times n$ 函数矩阵.

假设1. $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$,$\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x})$是 R 上连续的未知函数向量并且满足 Lipschitz 条件.

假设2. $g(\boldsymbol{x})\in C^{n\times n}$是可逆矩阵.且 $\sigma(g^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})g(\boldsymbol{x}))\geqslant b_1>0$,这里 $\sigma(\cdot)$表示矩阵的最小奇异值.

给定跟踪的参考模型为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_m = A_m\boldsymbol{x}_m + B_m\boldsymbol{r}_m, \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{x}_m\in R^n$,$\boldsymbol{r}_m\in R^n$,$B_m\in R^{n\times n}$,A_m,B_m 是适当维数的矩阵.

控制目标是构造模糊自适应控制器 $u(\boldsymbol{x},\Theta_f,\Theta_g)$及参数 Θ_f,Θ_g 的自适应律,使得闭环系统稳定,跟踪误差 $\boldsymbol{e}$ 收敛于零.

由于 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$,$g(\boldsymbol{x})$ 的未知性,现有传统的非线性控制方法不能解决此类问题.所以首先构造模糊逻辑系统 $\hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}|\Theta_f)$,$\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{x}|\Theta_g)$分别逼近 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$,$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$,从而得到非线性系统的模型描述:

假设3. 对未知函数 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$,$g(\boldsymbol{x})$有如下的语言描述:

$$R_f^r\text{: If } x_1 \text{ is } A_1^r \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^r.\ \text{Then} f_1(\boldsymbol{x}) \text{ is } C_1^r \text{ and } \cdots \text{ and } f_n(\boldsymbol{x}) \text{ is } C_n^r, \tag{3}$$

$$R_g^r\text{: If } x_1 \text{ is} B_1^s \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } B_n^s \text{ Then } g_{i1}(\boldsymbol{x}) \text{ is } D_{i1}^s \text{ and } \cdots\text{and}$$

$$g_{in}(\boldsymbol{x}) \text{ is } D_{in}^s, i = 1,2,\cdots,n, \tag{4}$$

其中 A_i^r,B_j^s 是 $U_i\subset R$ 上的模糊集,C_i^r,D_{ij}^s是 R 上的正规模糊集,$r=1,2,\cdots,N_f$,$s=1,2,\cdots,N_g$.

文献[4]相类似构造模糊逻辑系统如下:

1) 在 $U_i\subseteq R^i$ 上定义 m_i 个模糊集 $F_i^{j_i}$,使其具有完备性,$i=1,2,\cdots,n$,$j_i=1,2,\cdots,m_i$.并且要求 $F_i^{j_i}$ 包含式(4),(5)中的模糊集 A_i^r,B_i^s.这些模糊集在下文的自适应中保持不变.

2) 构造模糊系统 $f(x|\Theta_f)$ 的模糊规则基,使其由下面的 $N=\prod_{i=1}^{n} m_i$ 个模糊推理规则组成

R^l:If x_1 is $F_1^{j_1}$ and…and x_n is $F_n^{j_n}$

$$\text{Then } \hat{f}_1(x) \text{ is } G_1^1 \text{ and}\cdots\text{and } \hat{f}_n(x) \text{ is } G_n^1, \tag{5}$$

其中 G_i^l 是 R 上的正规模糊集,$\mu_{G_i^l}(y)$ 在点 θ_{if}^l 取得最大值,即 $\mu_{G_i^l}(\theta_{if}^l)=1$. 记 $\Theta_f=(\theta_{1f},\cdots,\theta_{nf})^{\mathrm{T}}$,$\theta_{if}=(\theta_{if}^l,\cdots,\theta_{if}^N)$,$j_i=1,\cdots,m_i$. $i=1,\cdots,n$. $1=1,\cdots,N$,l 是$(j_1,\cdots,j_n)$的所有组合. 初始值 $\theta_{if}^j(0)$ 规定如下:如果式(5)中的推理前件与式(3)中的相同,则取 $\theta_{ij}^l(0)=arg\ sup_{y\in R}[\mu_{C_i^r}(y)]$,否则 $\theta_{if}^l(0)$ 在 R 上任取.

模糊逻辑系统 $\hat{g}(x|\Theta_g)$ 的模糊规则基为

R^l:If x_1 is $F_1^{j_1}$ and … and x_n is $F_n^{j_n}$

$$\text{Then } \hat{g}_{11}(x) \text{ is } G_{11}^1 \text{and}\cdots\text{and } \hat{g}_{1n}(x) \text{ is } G_{1n}^1$$

$$\vdots$$

$$\text{Then } \hat{g}_{n1}(x) \text{ is } G_{n1}^1 \text{and}\cdots\text{and } \hat{g}_{nn}(x) \text{ is } G_{nn}^l, \tag{6}$$

其中 G_{ij}^l 是 R 上的正规模糊集,$\mu_{G_{ij}^l}(y)$ 在点 θ_{ijg}^l 取得最大值,即 $\mu_{G_{ij}^l}(\theta'_{ijg})=1$. 记 $\theta_{ijg}=(\theta_{ijg}^l,\cdots,\theta_{ijg}^l)$,$\theta_{ijg}^l(0)$的初值与 $\theta_{if}^l(0)$的初值选取相同.

3)令 $\hat{f}(x)|\Theta_f)=(\hat{f}(x|\theta_{1f}),\cdots,f(x|\theta_{nf}))$,$\hat{g}(x|\Theta_g)=[\hat{g}_{ij}(x|\theta_{ijg})]_{n\times n}$,利用单点模糊化、乘积推理规则、中心加权非模糊化方法把式(5),(6)分别化成

$$\hat{f}_i(x|\theta_{if})=\theta_{if}^{\mathrm{T}}\xi(x),\hat{g}_{ij}(x|\theta_{ijg})=\theta_{ijg}^{\mathrm{T}}\xi(x), \tag{7}$$

$$\hat{f}(x|\Theta_f)=\Theta_f\xi(x),\hat{g}(x|\Theta_g)=\Theta_g\xi_1(x), \tag{8}$$

其中 $\Theta_f=(\theta_{1f},\cdots,\theta_{nf})^{\mathrm{T}}$,$\xi(x)=(p_1(x),\cdots,p_N(x))^{\mathrm{T}}$,$\xi_1(x)=\mathrm{diag}[\xi(x),\cdots,\xi(x)]$,$\Theta_g=[\theta_{ijg}^{\mathrm{T}}]_{n\times n}$. 则系统(1)可表示成

$$\dot{x}=f(x|\Theta_f^*)+g(x|\Theta_f^*)u+[f(x)-f(x|\Theta_f^*)]+[g(x)-g(x|\Theta_g^*)]u, \tag{9}$$

其中 Θ_f^*,Θ_g^* 为最优逼近参数,定义如下

$$\Theta_f^*=\arg_{\Theta_f\in\Omega_f}\sup_{x\in U}[\|f(x)-f(x|\Theta_f)\|],$$

$$\Theta_g^*=\arg_{\Theta_g\in\Omega_g}\sup_{x\in U}[\|g(x)-g(x|\Theta_g)\|],$$

$$\Omega_f=\{\Theta_f|\mathrm{tr}(\Theta_f^{\mathrm{T}}\Theta_f)\leqslant M_f\},\Omega_g=\{\Theta_g|\mathrm{tr}(\Theta_g^{\mathrm{T}}\Theta_g)\leqslant M_g\},$$

其中 M_f,M_g 为设计参数. 定义

$$\omega=[f(x)-f(x|\Theta_f^*)]+[g(x)-g(x|\Theta_g^*)]u, \tag{10}$$

称 ω 为建模误差或最小逼近误差. 那么(9)写成

$$\dot{x}=\Theta_f\xi(x)+\Theta_g\xi_1(x)u+\tilde{\Theta}_f\xi(x)+\tilde{\Theta}_g\xi_1(x)u+\omega, \tag{11}$$

其中 $\tilde{\Theta}_f=\Theta_f^*-\Theta_f$,$\tilde{\Theta}_g=\Theta_g^*-\Theta_g$.

3 模糊自适应控制及鲁棒性分析

3.1 参数不确定的情况

首先假设非线性系统的精确模型可以获得，即没有建模误差. 在这种情况下，给出控制律及参数的自学习律以保证闭环系统的稳定.

因为系统只存在参数不确定性，所以可假设存在参数 Θ_f^*，Θ_g^* 使得系统(1)表示为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \Theta_f\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) + \Theta_g\xi_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \tilde{\Theta}_f\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) + \tilde{\Theta}_g\xi_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}, \tag{12}$$

误差方程为

$$\dot{\boldsymbol{e}} = \Theta_f\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) + \Theta_g\xi_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \tilde{\Theta}_f\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) + \tilde{\Theta}_g\xi_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} - A_m\boldsymbol{x}_m - B_m\boldsymbol{r}_m, \tag{13}$$

取模糊自适应控制

$$\boldsymbol{u} = [\Theta_g\xi_1(\boldsymbol{x})]^{-1}[A_m\boldsymbol{x} + B_m\boldsymbol{r}_m - \Theta_f\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x})]. \tag{14}$$

参数的自适应律如下：

$$\dot{\Theta}_f = \begin{cases} P\boldsymbol{e}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}), \text{if } \Theta_f \in \Omega_f \text{ or } \{\|\Theta_f\| = m_1 \text{ and tr } \{P\boldsymbol{e}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_f^{\mathrm{T}}\} \leqslant 0\} \\ P\boldsymbol{e}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) - \mathrm{tr}\{P\boldsymbol{e}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_f^{\mathrm{T}}\}\left(\dfrac{1+\|\Theta_f\|}{M_f}\right)^2\Theta_f, \\ \text{if } \|\Theta_f\| = M_f \text{ and tr } \{P\boldsymbol{e}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_f^{\mathrm{T}}\} > 0, \end{cases} \tag{15}$$

$$\dot{\Theta}_g = \begin{cases} P\boldsymbol{e}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\xi_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) \text{ ,if } \Theta_g \in \Omega_g \text{or}\{\|\Theta_g\| = M_g \text{ and tr } \{P\boldsymbol{e}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\xi_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_g\} \leqslant 0\} \\ P\boldsymbol{e}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\xi_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) - \mathrm{tr}\{P\boldsymbol{e}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\xi_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\}\left(\dfrac{1+\|\Theta_g\|}{M_g}\right)^2\Theta_g, \\ \text{if } \|\Theta_g\| = M_g \text{ and tr } \{P\boldsymbol{e}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_g\} > 0, \end{cases} \tag{16}$$

其中 P 是满足下面的 Lyapunov 方程的正定解，

$$PA_m + A_m^{\mathrm{T}}P = -I. \tag{17}$$

定理1. 对于系统(1)，在假设1-3)成立的条件下，如果采用自适应控制方案(14)，(15)，(16)，则

$$\text{i)}\|\Theta_f\| \leqslant M_f, \|\Theta_g\| \leqslant M_g, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u} \in L_\infty,$$

$$\text{ii)}\lim_{t\to\infty} e(t) = 0, \lim_{t\to\infty}\dot{\tilde{\Theta}}_f = 0, \lim_{t\to\infty}\dot{\tilde{\Theta}}_g = 0.$$

证明. 关于 i)的证明与文献[4]的证明相似. 下面证明 ii)

取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{e} + \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{\Theta}_f^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_f) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{\Theta}_g^{\mathrm{T}}\tilde{\Theta}_g), \tag{18}$$

对 V 求导数，并由(13)式得

$$\begin{aligned}\dot{V} = &-\frac{1}{2}\|\boldsymbol{e}\|^2 + I_1 \text{ tr } \{P\boldsymbol{e}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_f^{\mathrm{T}}\}\left(\frac{1+\|\Theta_f\|}{M_f}\right)^2 \text{ tr } (\Theta_f\tilde{\Theta}_f^{\mathrm{T}}) + \\ &I_2\mathrm{tr}\{P\boldsymbol{e}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\xi_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_g^{\mathrm{T}}\}\left(\frac{1+\|\Theta_g\|}{M_g}\right)^2 \text{ tr } (\Theta_g\tilde{\Theta}_g^{\mathrm{T}}),\end{aligned} \tag{19}$$

其中 $I_i(i=1,2)$ 为示性函数，如果式(15)，(16)中的第一个条件成立，则 $I_i=0$，如果第二个条件成立，则 $I_i=1$. 可以证明式(19)中的后两项均小于或等于零. 所以有

$$\dot{V} \leqslant -\frac{1}{2}\|\boldsymbol{e}\|^2. \tag{20}$$

因此，V 是单调非增函数，$\lim\limits_{t\to\infty}V(t)=V(\infty)$ 存在. 从0到∞积分，知

$$\frac{1}{2}\int_0^\infty \|e\|^2 \mathrm{d}t \leqslant \int_0^\infty \dot{V}\,\mathrm{d}t = V(0) - V(\infty). \tag{21}$$

根据 Barbalat 引理及式(21)可推出结论 ii)成立.

3.2 参数及未建模不确定性同时存在的情况

由于建模误差的存在,模型(1)的阶比原系统模型的阶低,所以本节在奇异摄动理论框架下研究闭环控制系统的稳定性和鲁棒性.

根据奇异摄动理论及文献[5,6],非线性系统(1)可由下面的方程完全描述

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}} = \Theta_f^* \xi(\boldsymbol{x}) + \Theta_g^* \xi_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + F(\boldsymbol{x},\Theta_f,\Theta_g)A_0^{-1}\Theta_0\boldsymbol{u} + \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},\Theta_f,\Theta_g)\boldsymbol{z}, \\ \mu\dot{\boldsymbol{z}} = A_0\boldsymbol{z} + \Theta_0\boldsymbol{u}, \quad \boldsymbol{z} \in R^r.\end{cases} \tag{22}$$

其中 z 是未建模动态,$\mu>0$是奇异摄动值, $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},\Theta_f,\Theta_g)$是对每个变量可微分的有界函数.

进一步假设存在 $v>0$使得

$$\mathrm{Re}\lambda\{A_0\} \leqslant -v < 0,$$

即系统 $\mu\dot{z}=A_0z+\Theta_0u$ 是稳定的.注意到 $\dot{z}$ 值很大,而 μ 的值很小,因此未建模动态是快变量.对于奇异摄动值从 $\mu>0$变到 $\mu=0$,则有

$$\boldsymbol{z} = -A_0^{-1}\Theta_0\boldsymbol{u}. \tag{23}$$

由文献[5]知,快变量 z 可表示为

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\eta) + \eta, \tag{24}$$

其中 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\eta)$定义为 z 的拟稳状态,η 是快瞬态变量, 并且 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\eta)$可表示为

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\eta) = -A_0^{-1}\Theta_0\boldsymbol{u}.$$

根据(23),(24)可得奇异摄动模型

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= \Theta_f^* \xi(x) + \Theta_g^* \xi_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + F(\boldsymbol{x},\tilde{\Theta}_f,\tilde{\Theta}_g)\eta, \\ \mu\dot{\eta} &= A_0\eta - \mu\dot{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{x},\tilde{\Theta}_f,\tilde{\Theta}_g,\eta,\boldsymbol{u}).\end{aligned} \tag{25}$$

由(2),(25)可得

$$\dot{\boldsymbol{e}} = A_m\boldsymbol{e} + \tilde{\Theta}_f\xi(\boldsymbol{x}) + \tilde{\Theta}_g\xi_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + F(\boldsymbol{x},\tilde{\Theta}_f,\tilde{\Theta}_g)\eta, \tag{26}$$

$$\mu\dot{\eta} = A_0\eta - \mu\dot{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{x},\tilde{\Theta}_f,\tilde{\Theta}_g,\eta,\boldsymbol{u}), \tag{27}$$

$$\boldsymbol{u} = [\Theta_g\xi_1(\boldsymbol{x})]^{-1}[A\boldsymbol{e} + A_m\boldsymbol{x} + B_m\boldsymbol{r}_m - \Theta_f\xi(\boldsymbol{x})]. \tag{28}$$

引理. 函数 $\dot{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{e},\tilde{\Theta}_f,\tilde{\Theta}_g,\eta)$有界, 即 $\dot{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{e},\tilde{\Theta}_f,\tilde{\Theta}_g,\eta,\boldsymbol{u})\leqslant\rho_1\|\boldsymbol{e}\|+\rho_2\|\eta\|$,下面的不等式成立

$$\begin{aligned}&\|\boldsymbol{h}_{\tilde{\Theta}_f}\dot{\tilde{\Theta}}_f\|/\|1 + \boldsymbol{h}_\eta\| \leqslant k_0\|\boldsymbol{e}\|, \quad \|\boldsymbol{h}_{\tilde{\Theta}_g}\dot{\tilde{\Theta}}_g\|/\|1 + \boldsymbol{h}_\eta\| \leqslant k_1\|\boldsymbol{e}\|, \\ &\|\boldsymbol{h}_e\tilde{\Theta}_f\xi(\boldsymbol{x})\|/\|1 + \boldsymbol{h}_\eta\| \leqslant k_2\|\boldsymbol{e}\|, \quad \|\boldsymbol{h}_e\tilde{\Theta}_g\xi_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}\|/\|1 + \boldsymbol{h}_\eta\| \leqslant k_3\|\boldsymbol{e}\|, \\ &\|\boldsymbol{h}_eA\boldsymbol{e}\|/\|1 + \boldsymbol{h}_\eta\| \leqslant k_4\|\boldsymbol{e}\|, \quad \|A_0/\mu + \boldsymbol{F}\|/\|1 + \boldsymbol{h}_\eta\| \leqslant \rho_2,\end{aligned} \tag{29}$$

其中 $\rho_1=k_0+k_1+k_2+k_3+k_4$.

定理2. 对于 $\mu\in(0,\mu_0)$,$\mu_0=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2c_1c_2+c_3}\right)$,则闭环系统 (15),(16),(27),(28)是渐近稳定的,而且有下面的性质成立

$$\mathrm{i})\|\Theta_f\| \leqslant M_f, \|\Theta_g\| \leqslant M_g. \boldsymbol{x},\boldsymbol{u} \in L_\infty;$$

$$\text{ii) } \lim_{t\to\infty} \boldsymbol{e}(t) = 0, \lim_{t\to\infty} \boldsymbol{\eta}(t) = 0;$$

$$\text{iii) } \lim_{t\to\infty} \dot{\tilde{\Theta}}_f = 0, \lim_{t\to\infty} \dot{\tilde{\Theta}}_g = 0.$$

证明. 考虑如下的 Lyapunov 函数

$$V = \frac{c_1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{e} + \frac{c_2}{2}\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}P_0\boldsymbol{\eta} + \frac{c_1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{\Theta}_f\tilde{\Theta}_f^{\mathrm{T}}) + \frac{c_1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{\Theta}_g\tilde{\Theta}_g^{\mathrm{T}}), \tag{30}$$

其中 $c_1>0, c_2>0$ 在定理证明中给出 $P^{\mathrm{T}}=P>0, P_0^{\mathrm{T}}=P_0>0$且满足下面的方程

$$PA_m + A_m^{\mathrm{T}}P = -I, P_0A_0 + A_0^{\mathrm{T}}P_0 = -I.$$

求 V 的导数并由式(15)，(16)，(28)得

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant & -\frac{c_1}{2}\|\boldsymbol{e}\|^2 - \frac{c_2}{2\mu}\|\boldsymbol{\eta}\|^2 + c_1\|\boldsymbol{\eta}\|\|\boldsymbol{F}\|\|P\|\|\boldsymbol{e}\| + c_2\|\dot{\boldsymbol{h}}\|\|P_0\|\|\boldsymbol{\eta}\| + \\ & I_1 \,\mathrm{tr}\,\{\boldsymbol{Pe}\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_f^{\mathrm{T}}\}\left(\frac{1+\|\Theta_f\|}{M_f}\right)^2 \mathrm{tr}(\Theta_f\,\tilde{\Theta}_f^{\mathrm{T}}) + \\ & I_2\,\mathrm{tr}\{\boldsymbol{Peu}^{\mathrm{T}}\xi_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\Theta_g^{\mathrm{T}}\}\left(\frac{1+\|\Theta_g\|}{M_g}\right)^2 \mathrm{tr}(\Theta_g\,\tilde{\Theta}_g^{\mathrm{T}}).\end{aligned}$$

设$\|F\|\|P\|\leqslant c_2, \rho_1\|P_0\|\leqslant c_1, \rho_2\|P_0\|\leqslant c_3$，则

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant & -\frac{c_1}{2}\|\boldsymbol{e}\|^2 - \frac{c_2}{2\mu}\|\boldsymbol{\eta}\|^2 + 2c_1c_2\|\boldsymbol{\eta}\|\|\boldsymbol{e}\| + c_2c_3\|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leqslant \\ & -\frac{c_1}{2}\|\boldsymbol{e}\|^2 - c_2\left(\frac{1}{2\mu} - c_3\right)\|\boldsymbol{\eta}\|^2 + 2c_1c_2\|\boldsymbol{\eta}\|\|\boldsymbol{e}\|,\end{aligned} \tag{31}$$

等价于

$$\dot{V} \leqslant [\|\boldsymbol{e}\|\,\|\boldsymbol{\eta}\|]\begin{bmatrix}\dfrac{c_1}{2} & \dfrac{-c_1c_2}{2} \\ \dfrac{-c_1c_2}{2} & c_2\left(\dfrac{1}{2\mu} - c_3\right)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\|\boldsymbol{e}\| \\ \|\boldsymbol{\eta}\|\end{bmatrix}. \tag{32}$$

当 $\mu\leqslant\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2c_1c_2+c_3}\right)$时，式(32)的2×2矩阵是正定的，所以 $V\in L_\infty$. 即 $\boldsymbol{e},\boldsymbol{\eta},\tilde{\Theta}_f,\tilde{\Theta}_g\in L_\infty$，进而推出 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{e}+\boldsymbol{x}_m\in L_\infty$. 因为 V 是单调减少并且下方有界，所以$\lim_{t\to\infty}V(t)=V(\infty)$存在，从 $t=0$到 $t=\infty$积分式(32)有

$$\int_0^\infty \dot{V}\,\mathrm{d}t = V(0) - V(\infty) < 0. \tag{33}$$

所以根据 Barbalat 引理及式(33)不难得到定理的结论成立.

4　结论

本文针对一类多变量非线性未知动态系统提出了一种模糊自适应控制策略，由于系统是未知的，所以先用模糊逻辑系统进行建模，然后设计状态反馈自适应控制器. 在存在参数不确定及动态不确实两种情况下证明了所构造的控制算法不但使闭环系统稳定，而且具有鲁棒性.

参 考 文 献

1 Taylor D G ,Kokotovic P V, Marino R, Kanellakopoulos I. Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1989,**34** (4) :405～412

2 Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Marino R. An extended direct scheme for robust adaptive nonlinear control. *Automatica*, 1991, **27**(2): 247～255

3 Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Morse A S. Sytematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1991, **36**(11): 1241～1253

4 Wang L X. Design and analysis of fuzzy identifiers of nonlinear dynamic systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1995, **40**(1): 11～23

5 Kokotovic P K,Kailil H K , O'relly J. Singular Perturbation Methods in Control Analysis and Design. NewYork: Academic Press, 1996

6 戴琼海. 基于动态神经网络的鲁棒非线性自适应控制. [博士论文]. 沈阳:东北大学,1996

佟绍成 1960年生,博士、教授. 从事的研究领域为模糊集与系统、模糊控制、非线性控制.

柴天佑 见本刊26卷4期541页。