



# 超闭球 CMAC 的性能分析及多 CMAC 结构

段培永 任化芝

(山东建筑工程学院自动化系 济南 250014)  
(E-mail: pyduan@public.jn.sd.cn)

邵惠鹤

(上海交通大学自动化系 上海 200030)

**摘 要** 如何选择合适的网络参数是传统 CMAC (Cerebellar Model Articulation Controller) 应用中的一个难题. 采用泛化均方差 (GMSE) 和学习均方差 (LMSE) 来分别评价超闭球 CMAC 的泛化能力与记忆精度, 并引入权调整率的概念, 来研究 CMAC 结构参数与学习性能的关系. 研究表明, 在样本分布和量化级数不变时, 泛化均方差和学习均方差是权调整率的非增函数. 因此超闭球 CMAC 在满足存储空间和计算速度的要求下尽量使得权调整率较大. 还提出了并行 CMAC 结构以进一步提高单个超闭球 CMAC 的非线性逼近能力. 仿真结果证明了该方法的有效性.

**关键词** CMAC, 神经网络, 泛化能力, 学习精度.

## PROPERTY ANALYSIS OF HYPERBALL CMAC AND MULTIPLE CMAC STRUCTURE

DUAN Peiyong REN Huazhi

(Department of Automation, Shandong Institute of Architecture and Engineering, Jinan 250014)

SHAO Huihe

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

**Abstract** It is a problem to select network parameters of conventional CMAC. Generalization mean squared error (GMSE) and learning mean squared error (LMSE) are used to evaluate generalization ability and learning accuracy of hyperball CMAC. Weight adjusting ratio is introduced and investigated for discovering the relationship between the network parameters and learning property. Research results indicate that generalization ability and learning accuracy are the non-decreasing function of weight adjusting ratio. Therefore, the weight adjusting ratio of hyperball CMAC is chosen as large as possible with proper memory space and learning speed. A parallel CMAC structure is also designed for improving nonlinear approximation capabilities of the single hyperball CMAC. Simulation

results demonstrate that the proposed strategies are very effective.

**Key words** CMAC, neural network, generalization ability, learning accuracy.

## 1 引言

CMAC<sup>[1,2]</sup>由于它 1) 结构简单; 2) 能有效地从输入输出数据中提取信息; 3) 以权值的形式存储信息的能力; 4) 与其它网络相比, 具有快速的学习速度和收敛率; 5) 已证明是一种万能逼近器<sup>[3]</sup>, 使得 CMAC 的研究越来越受到人们的重视. 传统的 CMAC 缺少结构参数选择的理论依据, 这无疑会导致实际应用中参数选择的盲目性, 很难保证 CMAC 具有良好的性能. 应用广义基函数 CMAC 理论<sup>[4]</sup>, 提出了超闭球 CMAC<sup>[5]</sup>. 泛化能力和学习精度通用的评价标准是计算泛化均方差(GMSE) 和学习均方差(LMSE). 在学习前把样本数据分为学习样本集和检验样本集, 前者用于 CMAC 权系数的修正, 而检验样本集不用来学习, 只是用来计算学习后的 CMAC 的泛化误差. LMSE 可由下式计算

$$e_{\text{samp}} = \frac{1}{N_{t(x_i, y_i) \in S_{\text{samp}}}} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (1)$$

其中  $S_{\text{samp}} = \{(x_j, y_j), j=1, 2, \dots, N_s\}$  是学习样本集,  $\hat{y}$  是 CMAC 的估计输出. 同样, GMSE 可由下式计算

$$e_{\text{test}} = \frac{1}{N_{t(x_i, y_i) \in S_{\text{test}}}} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (2)$$

其中  $S_{\text{test}} = \{(x_j, y_j), j=1, 2, \dots, N_t\}$  是检验样本集.

泛化能力和学习精度主要取决于: 1) 学习样本集, 包括样本数目及在输入空间中的分布; 2) 一个输入输出数据对在每次学习时所调整的权系数的数目. 对 Albus CMAC, 样本分布和量化级数 QL (quantization level) 不变时, 感知野  $C$  过大或过小都会导致  $e_{\text{test}}$  过大, 即  $C$  有一个最佳值<sup>[7]</sup>. 那么, 研究  $e_{\text{samp}}, e_{\text{test}}$  与  $QL, C$  的函数关系是很困难的. 本文从另一个角度分析影响超闭球 CMAC 性能的因素.

## 2 超闭球 CMAC 性能分析

### 2.1 权调整率

设  $U$  是紧乘积空间, 对任意可能的输入  $x, x \in U = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n, U$  是实际输入空间的标准化空间, 输出  $y \in R. \forall x = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in U$  是可能的输入向量, 其中  $x_i \in A_i = [\min, \max]$ . CMAC 的输出为定义在以激活节点为中心的超闭球上的基函数的线性组合<sup>[5]</sup>

$$\hat{y}_k = S_k^T B(x_k) q = \sum_{l=1}^L s_l b_l(x_k) q_l = \sum_{l \in I_k} b_l(x_k) q_l, \quad (3)$$

其中  $B(x_k) = \text{diag}[b_1(x_k), b_2(x_k), \dots, b_L(x_k)], q = [q_1, q_2, \dots, q_L]^T$  是权系数向量.

设  $L$  是所有权系数的个数, 对每一个样本, 每次学习所修正的权系数的个数是  $N_b$ . 引入权调整率  $\eta = N_b/L$ . 由于每个节点对应一个权值, 且节点在输入空间中均匀分布, 因此  $\eta$  可表示为

$$\eta = V_b/V \approx V_c/V = [2R_b/(\max - \min)]^n, \tag{4}$$

其中  $V_b$  和  $V$  是每个超闭球和输入空间的体积.  $n$  是输入空间的维数,  $R_b$  为超闭球的半径,  $V_c$  是边长为  $2R_b$  的超立方体的体积. 取式(3)中的基函数为高斯函数

$$b_j(\mathbf{x}) = \exp(-\|\mathbf{x} - p_j\|^2/\sigma^2), \mathbf{x} \in C_j. \tag{5}$$

观察式(5), 如果  $\|\mathbf{x} - p_j\|/\sigma > 3, b_j(\mathbf{x}) < e^{-9}$  可忽略不计. 那么,  $C_j = \{\mathbf{x} | \|\mathbf{x} - p_j\|/\sigma \leq 3\}$ . 令  $\max_{\mathbf{x} \in C_j} \|\mathbf{x} - p_j\|/\sigma = 3$ , 因此

$$R_b/\sigma = 3. \tag{6}$$

由式(5)和(6),  $\sigma$  和  $R_b$  可表示为

$$\sigma = \frac{1}{6} \sqrt[n]{\eta} (\max - \min), R_b = \frac{1}{2} \sqrt[n]{\eta} (\max - \min). \tag{7}$$

### 2.2 权学习率对超闭球 CMAC 性能影响

仿真的目的是用 CMAC 来逼近下面的非线性函数

$$z = f(x, y) = 3(1 - x)^2 e^{-x^2 - (y+1)^2} - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) e^{-x^2 - y^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2 - y^2}.$$

学习算法<sup>[5]</sup>中的参数选择为  $\alpha = 0.02, \beta = 0.1$ . 为了克服样本分布对超闭球 CMAC 仿真结果的影响, 使样本均匀分布. 样本数据分为学习样本(300 points)和检验样本(1500 points). 学习后, 可得 GMSE 和 LMSE, 如图 1 所示. 可以看出它们与  $QL$  和  $\eta$  的关系. 图 2(a)是当  $\eta = 5\%, QL = 40$  时 CMAC 所逼近的函数, 图 2(b)逼近误差.

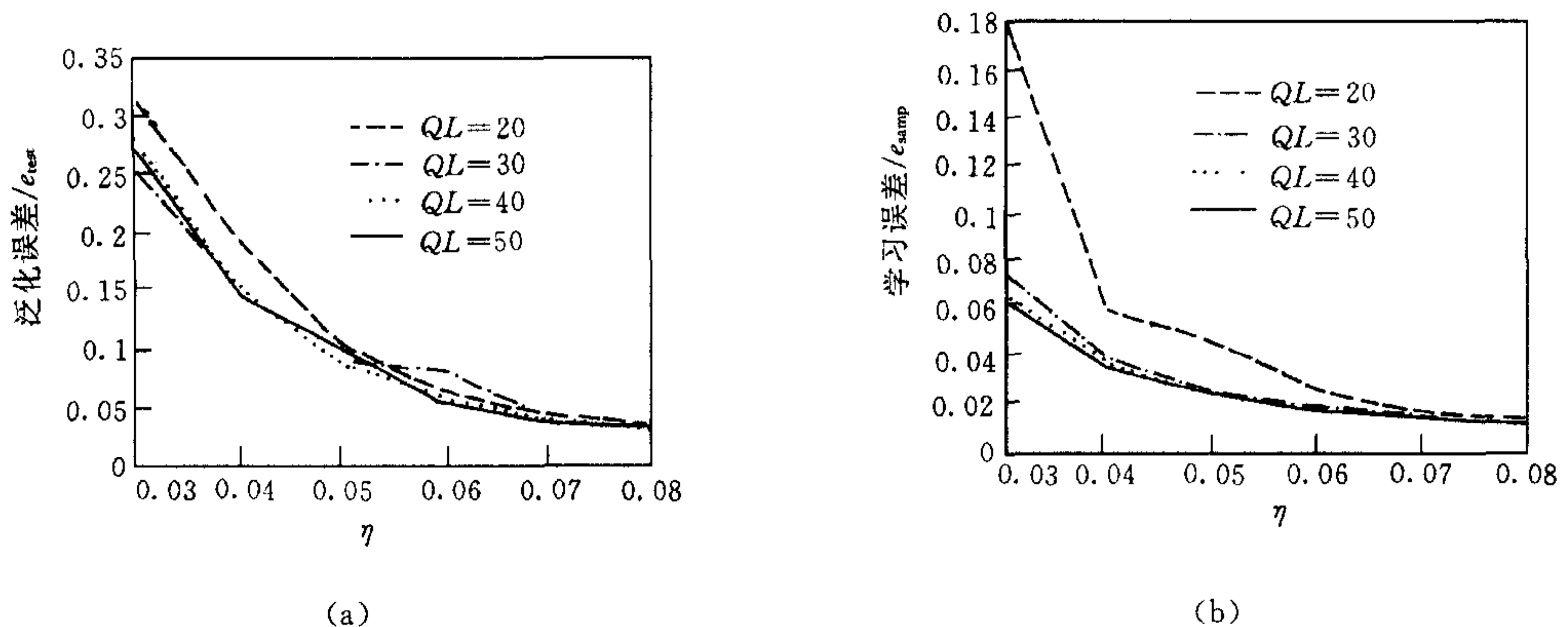
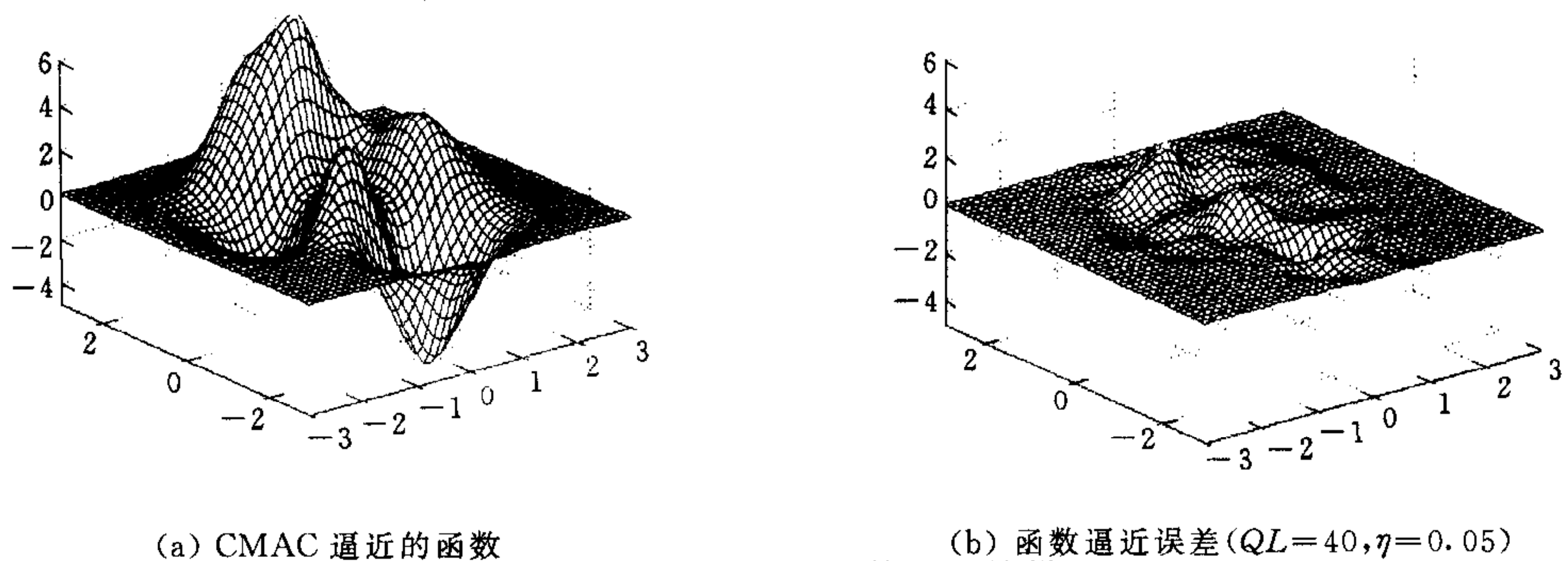


图 1 泛化均方差、学习均方差与权调整率  $\eta$  的关系



(a) CMAC 逼近的函数 (b) 函数逼近误差 ( $QL = 40, \eta = 0.05$ )  
图 2 单个 CMAC 函数逼近结果

仿真结果表明, 尽管 GMSE 和 LMSE 不能任意减小, 但通过调整  $QL$  和  $\eta$ , 可使它们达到或趋近于最小值. 为了使 CMAC 的 LMSE 都尽可能地小,  $\eta$  和  $QL$  的选择原则是: 在权系数存储空间和 CMAC 信息恢复速度允许的条件下,  $\eta$  和  $QL$  应尽可能地大. 如果 LMSE 已经最小化了, 而 GMSE 大于给定的阈值  $E_G$ , 这表明 CMAC 通过学习还没有从样本中获得足够多的精细信息, 是由于样本分布不均匀或样本数目太少, 必需增加学习样本. 如果 LMSE 大于给定的阈值  $E_L$ , 这表明 CMAC 没有很好地记忆学习样本. 由于单个 CMAC 学习能力的局限性, 对学习性能要求较高的场合, 单个 CMAC 有时不能胜任. 因此, 提出多 CMAC 的结构.

### 3 并行 CMAC

近几年, 多个神经网络组合在一起作为一个神经网络用于非线性函数逼近, 成为新的研究领域. 基于超闭球 CMAC, 并行 CMAC 结构设计为如图 3 所示. 思想是: 该结构最初含有一个 CMAC, 学习样本集  $\{(x_k, y_k)\}$ , 通过选择  $QL$  和  $\eta$  使 GMSE 和 LMSE 最小或接近最小, 得到学习样本的学习误差集  $\{(x_k, e_k)\}$ , 然后, 在该结构中增加一个 CMAC, 学习  $\{(x_k, e_k^{<1>})\}$  后, 得到  $\{(x_k, e_k^{<2>})\}$  ..., 依此类推. 直到学习误差满足要求为止.

为了检验并行 CMAC 学习结构的性能, 应用两个 CMAC 去逼近前面仿真中的非线性函数. 由 2.2 可知, CMAC1 ( $QL = 40, \eta = 5\%$ ) 的性能为  $e_{\text{test}} = 0.0881$  和  $e_{\text{samp}} = 0.0242$ . 为了进一步提

高学习结构的泛化能力和学习精度, 应用另一个 CMAC2 ( $QL = 50, \eta = 5\%$ ), 这两个 CMAC 组成一个并行 CMAC 结构. CMAC1 的样本学习误差集用于 CMAC2 的权系数的学习. 最后得到的 GMSE 和 LMSE 比 CMAC1 分别下降了 58.6% 和 80.6%. 表 1 列出了分别采用单个 CMAC1 和 CMAC2 时的 GMSE 和 LMSE, 并与这两个 CMAC 组成的并行结构作了比较. 图 4 是该结构所逼近的函数误差曲线.

表 1 均方差比较 ( $\eta = 5\%$ )

CMAC 的数目	$QL$	GMSE	LMSE
单个	40	0.0881	0.0242
单个	50	0.0993	0.0236
两个并行	40(+) 50	0.0364	0.0047

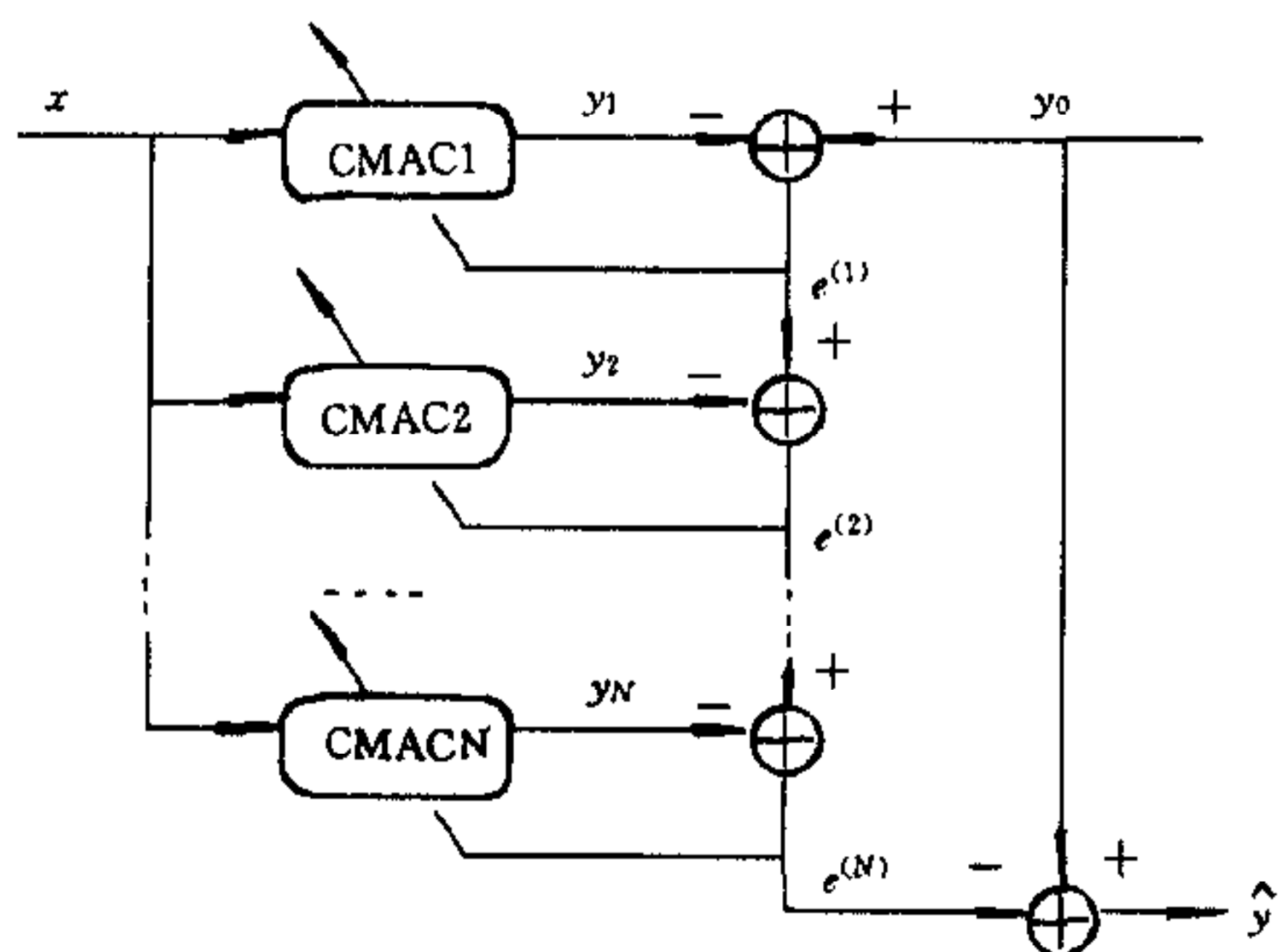


图 3 并行 CMAC 结构

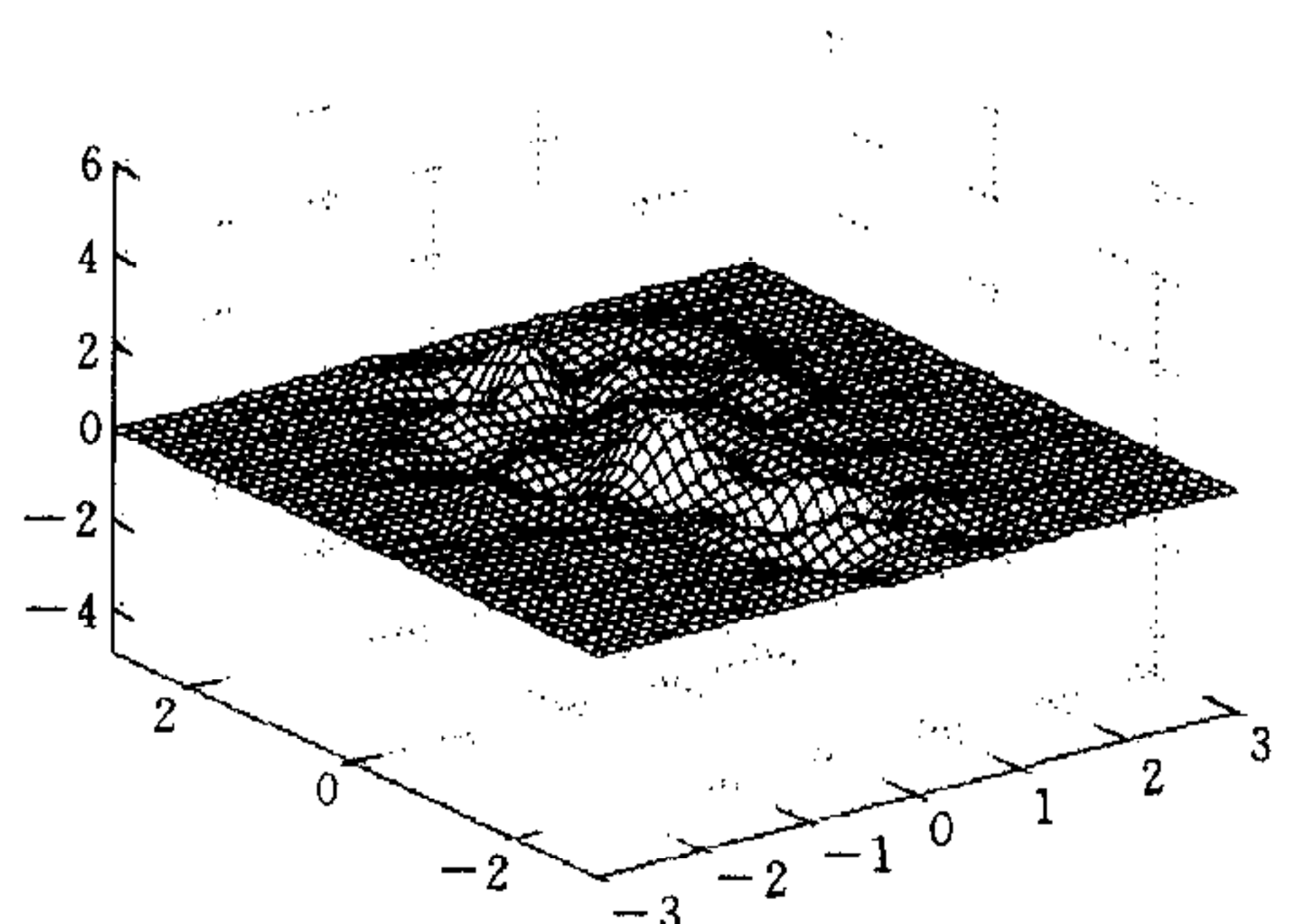


图 4 并行结构逼近函数误差曲线结果

## 4 结论

引入权系数调整率  $\eta$ , 便于定性和定量分析超闭球 CMAC 的泛化能力和样本记忆精度. 大量仿真表明了泛化误差与记忆精度随  $\eta$  的增加而递减, 但递减的程度越来越小, 直至为零.  $\eta$  不变时, 记忆精度随量化级数的增加而减小. 这些特性为设计高性能的 CMAC 具有重要的指导意义. 并行 CMAC 结构可有效地提高单个 CMAC 的泛化能力和记忆精度. 另外, 本文的研究方法对分析其它类型的神经网络的性能也具有指导意义.

## 参 考 文 献

- 1 Albus J S. Data storage in the cerebellar model articulation controller (CMAC). *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Transaction of ASME*, 1975, (97): 228~233
- 2 Lane S H, Handelman D A and Gelfand J J. Theory and development of high-order CMAC neural networks. *IEEE Control Syst. Mag.* 1992, 12(2), 23~30
- 3 Commuri S, Lewis F L. CMAC neural networks for control of nonlinear dynamical systems; structure, stability and passivity. *Automatica*, 1997, 33(4), 635~641
- 4 Chang-Tsan Chiang, Hun-Shin Lin. CMAC with general basis functions, *Neural Networks*, 1996, 9(7): 1199~1211
- 5 段培永, 邵惠鹤. 一种 CMAC 超闭球结构及其学习算法. *自动化学报*, 1999, 25(6): 816~819

**段培永** 1968年生, 1991年毕业于山东建筑工程学院, 1999年获上海交通大学控制理论与控制工程专业博士学位, 主要从事神经网络、模糊控制、现场总线及建筑智能化等理论和应用研究, 在国内外期刊及学术会议上发表论文 20 余篇.

**邵惠鹤** 简介见本刊 1996 年第 22 卷第 2 期第 213 页.