



# PWB 装配线综合生产能力计划模型 及其近似求解算法<sup>1)</sup>

华中生 徐晓燕

(中国科技大学管理科学系 合肥 230026)

(E-mail: zshua@ustc.edu.cn)

**摘 要** 提出了多产品柔性制造环境中市场需求确定动态且完全由生产满足的条件下 PWB 装配线的再设计模型. 由于该模型为大规模混合整数规划问题, 提出了一种首先求解若干递归线性规划以减小搜索空间, 然后应用启发式搜索的近似求解方法. 实际问题的计算结果表明了所提出算法的有效性.

**关键词** 能力计划, 混合整数规划, 递归规划, 启发式算法.

## MODELING LINE CAPACITY PLANNING FOR PWB ASSEMBLY SYSTEMS AND ITS APPROXIMATE SOLUTION ALGORITHMS

HUA Zhongsheng XU Xiaoyan

(Department of Management Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

**Abstract** A model for PWB production planning and equipment changeover scheduling in multi-product, flexible manufacturing environment at the aggregate level is developed. Since the model is a large-scale mixed integer programming problem, solution algorithms are described, which first solve a recursive linear programming problem to obtain a rough set of machines to be added, a rough set of machines to be removed and thus a rough set of machines to be transferred for each machine line in each period, then apply a depth-first heuristic to the rough sets to obtain near optimal solutions to the equipment changeover scheduling problem. Computational study shows the efficiency of the algorithms.

**Key words** Capacity planning, mixed integer programming, recursive programming, heuristic algorithms.

1) 国家自然科学基金部分资助项目(79670087).

## 1 引言

应用表面组装技术(Surface Mount Technology, SMT)的 PWB(Printed Wiring Board)组装生产线中,元件插置机器是主要生产设备.通常,插置机器由底座、配线板移动定位系统、元件进料器、插头和视觉系统组成.插置机器由于拥有多个插头或多套取件器而具有插置不同元件的机器柔性<sup>[1]</sup>.每条生产线由若干不同型号的插置机器组成,用来生产多种产品类.生产线能生产的产品类个数是生产线柔性的一个关键测度.由于完全柔性生产设备(指能插置所有类型元件的机器)所需投资太高,大多数制造企业采用部分柔性插置机器(能插置部分类型元件的机器)组成装配线.为了满足多个时间段上下波动的市场需求,生产线需重新设计以增加或降低生产能力.

目前已有的能力规划问题可概括为设备更换决策与能力扩张决策.设备更换决策的基本问题是,随着设备的老化,其运作成本不断增加,可靠性不断降低.由此产生了生产能力的需求.在设备更换问题的研究文献中<sup>[2]</sup>,"能力的需求通常表示为设备的单位数",如美国的 UPS 将其能力需求表示为大型零担货车的台套数.在能力扩张问题的研究文献中,"能力的需求通常表示为产出的单位数<sup>[3~7]</sup>",如化肥厂在几种建厂方案间进行选择,每种建厂方案可用生产化肥的吨数表示.在这些研究文献中,能力被表示为连续/离散的变量,但产品本身的结构不作直接考虑.本文所提出模型的特点是将能力与产品类结构、生产工艺要求相结合,从而能更细致地反映顾客的需求,但模型的求解也更困难.

## 2 PWB 装配线综合生产能力计划模型

PWB 装配过程为将电子元件(如电阻、晶体管和电容等)插置到 PWB 预先确定的位置上.每台机器设备能插置几种型号的元件如小块(Small Chip, SC)、大块(Large Chip, LC)等.若干台机器设备组成一条装配线以生产若干个产品类.产品类指一组共享相同制造资源(如设备和劳动力)的产品项目.文[7]指出,综合生产计划的基础应建立在产品类的需求预测上.一条典型的装配线如图 1 所示.装配线由三台插置机器组成,每台插置机器能组装五类不同元件(插置操作)中的两类:SC,LC,OS(Odd-Shaped Chip,如连接器及片脚),HP(Hi-Precise,如高度集成的电路块的插置)和 DCA(Direct Chip Attach,需附加流量分配操作).图 1 中,每个方框代表一台 SMT 插置机器.其中,最左边的机器能插置 SC 和 LC 两种元件,其设计能力为每季度 9600 千次插置.当前的购买成本为 \$ 200 000.通常,一个企业有若干条这种生产线.

为了满足多个计划时间段上下波动的市场需求,装配线需重新设计以增加或降低生产能力以改进生产能力的利用率.装配线再设计(ECSP)问题

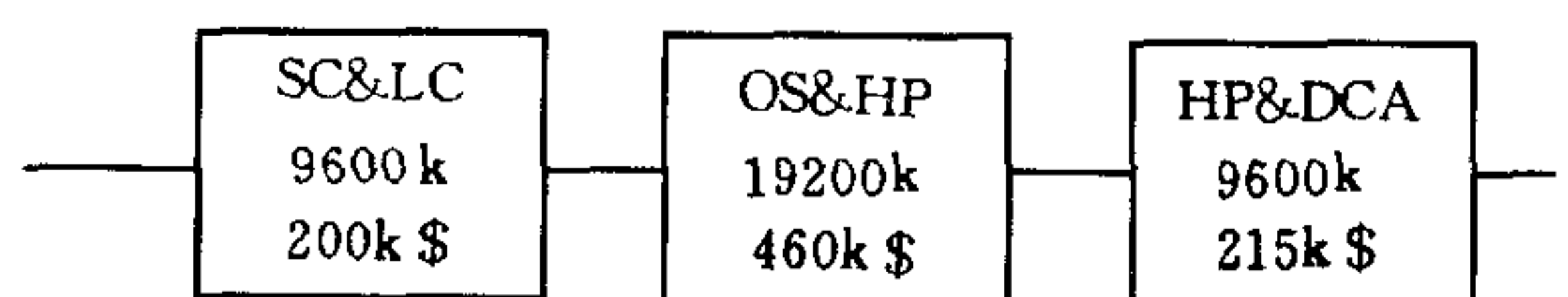


图 1 应用 SMT 技术的 PWB 装配线示意图

指在多个时间段上确定增装新设备,撤卸已有设备,将设备从一条生产线转移到另一条生产线的设备类型数量及时间表.假定有限的计划期(预算期)被分成若干相等长度的时间段,ECSP 的决策在计划期(预算期)开始之前作出.根据 ECSP 的决策结果,必要的装

配线调整措施在每个时间段的开始时刻进行,调整所需的时间很短,假定可忽略不计.在上述假定下,SMT 生产线能力规划与生产线设计问题的模型(ECSP)如下,其中的符号与参数参见表 1.

表 1 模型中的符号与参数

指标	能力参数
$t$ 计划的时间段, $t=1,2,\dots,T$	$F(i,m)$ 机器 $m$ 能否插置零部件类 $i$ 的指示变量. $F(i,m)=1$ 表示能,0 表示不能.
$i$ 零部件类型, $i=1,2,\dots,I$	$Q(m)$ 第 $m$ 种机器在单位时间段上的插置数
$j$ 产品类类型, $j=1,2,\dots,J$	$N(t,m,l)$ 设备调整后时间段 $t$ 上第 $m$ 种机器在第 $l$ 条生产线的台数
$m$ 机器类型, $m=1,2,\dots,M$	$B$ 用于新设备购买的投资预算约束
$l$ 生产线编号, $l=1,2,\dots,L$	
决策变量	需求与成本参数
$X(t,i,j,m,l)$ 时间段 $t$ 上产品类 $j$ 所需元件类 $i$ 在第 $l$ 条生产线第 $m$ 种机器上的插置数	$d(t,j)$ 在时间段 $t$ 上第 $j$ 种产品类的需求量
$Y_a(t,m,l)$ 为计划期 $t$ 上第 $m$ 种机器在第 $l$ 条生产线的台数	$S(i,j)$ 每个产品类 $j$ 中第 $i$ 种零部件的个数
$Y_r(t,m,l)$ 为计划期 $t$ 上第 $m$ 种机器在第 $l$ 条生产线上被拆卸的台数	$C_i(t)$ 时间段 $t$ 上转移一台设备的成本
$Y_l(t,m,l,l_1)$ 为计划期 $t$ 上第 $m$ 种机器从第 $l$ 条生产线转移到生产线 $l_1$ 的台数	$C_a(t)$ 时间段 $t$ 上安装一台设备的成本
	$C_r(t)$ 时间段 $t$ 上拆卸一台设备的成本
	$C_s(t)$ 时间段 $t$ 上被拆卸设备的残值
	$C_p(t,m)$ 时间段 $t$ 上第 $m$ 种机器的单价
	$C(t,m,l)$ 时间段 $t$ 上第 $l$ 条生产线上第 $m$ 种机器平均单位插置成本

$$\text{Minimize } Z = \sum_t \left( \sum_{m,l} (C_a(t) + C_p(t,m)) Y_a(t,m,l) + (C_r(t) + C_s(t)) Y_r(t,m,l) \right) + \sum_{m,l,l_1} C_i(t) Y_l(t,m,l,l_1) + \sum_{i,j,m,l} C(t,m,l) X(t,i,j,m,l). \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \sum_{i,j} X(t,i,j,m,l) \leq N(t,m,l) Q(m), \\ m = 1, \dots, M, l = 1, \dots, L, t = 1, \dots, T; \quad (2)$$

$$\sum_j X(t,i,j,m,l) \leq N(t,m,l) Q(m) F(i,m), \\ j = 1, \dots, J, m = 1, \dots, M, l = 1, \dots, L, t = 1, \dots, T; \quad (3)$$

$$\sum_m X(t,i,j,m,l) S(i',j) = \sum_m X(t,i',j,m,l) S(i,j), \\ (S(i,j) \neq 0), i, i' = 1, \dots, I (i \neq i'), \\ j = 1, \dots, J, l = 1, \dots, L, t = 1, \dots, T; \quad (4)$$

$$\sum_{i,m,l} X(t,i,j,m,l) \geq S(i,j) d(t,j) \\ t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J; \quad (5)$$

$$\sum_{t,m,l} C_p(t,m) Y_a(t,m,l) \leq B; \quad (6)$$

$$X(t,i,j,m,l) \geq 0, \text{int} Y_a(t,m,l), Y_r(t,m,l), Y_l(t,m,l,l_1). \quad (7)$$

在目标函数(1)中,前三项为生产线调整成本,第四项为生产总成本.约束(2)(3)两式为能力约束,分别表示每台机器的总能力与插置第  $i$  种零部件的能力不能被计划超过.约束(4)为生产线要求“一个产品须在同一条生产线上完成”的近似描述.对  $\forall j$ ,若  $S(i,j)$  ( $i$

$=1, 2, \dots, I$ ) 的最大公因子为  $\alpha$ , 则描述的最大误差为  $(\alpha-1) \sum_i S(i, j)$ . (5) 式为需求约束, (6) 式为用于新设备购买的投资预算约束, (8) 式为非负及整数约束.

模型假定不保持计划期间库存, 这在综合能力计划问题中是合理的. 虽然在短期作业计划或中期生产计划中, 期间库存是平衡能力与需求矛盾的有效方法, 但对于长期综合计划问题, 若保持期间库存, 则单位时间单位库存成本的系数很大, 且因为产品种类多, 库存量大, 故不是平衡能力与需求的有效方法.

在上述模型 (ECSP) 中, 若生产能力计划的决策变量  $Y_a(t, m, l), Y_r(t, m, l), Y_i(t, m, l, l_1)$  取为零, 则模型 (ECSP) 变为生产计划问题 (PA). 在模型 (PA) 中, 决策变量  $X(t, i, j, m, l)$  本应为整数, 但设备的生产能力表示为插置数是很大的数, 故可将其近似地看成连续变量. 因为不保持计划期间的库存, 模型 (PA) 等价于  $T$  个单期生产计划问题. 由 (2) 式中可以看出, 第  $t$  个时间段上第  $l$  条装配线的最大生产能力可表示为

$$Q(m) * N(0, m, l) + Q(m) * \left\{ \sum_{k=1}^t (Y_a(k, m, l) - Y_r(k, m, l)) + \sum_{k=1}^t \sum_{\substack{l_1=1 \\ l_1 \neq l}}^L (Y_i(k, m, l_1, l) - Y_i(k, m, l, l_1)) \right\}. \quad (8)$$

### 3 求解算法

模型 ECSP 是一个大规模混合整数规划问题. 本文的求解方法思路是首先尽可能减少生产线调整方案的个数, 然后进行近似搜索. 为此须构造每个时间段上每条生产线需增装和撤卸的机器的略集 (即对每条生产线需要增加和减少的机器设备的种类与数量进行粗略的估计得到的集合), 这样可以大大减小搜索空间. 求解过程包括两个主要阶段:

阶段 1: 识别每一阶段每条生产线的需增装和撤卸的机器的略集.

阶段 2: 应用启发式算法搜索略集以确定生产线再设计的方案.

为识别略集, 本文假定:

A1) 每条生产线都有一台特殊机器 (一种具有完全柔性, 无限能力的虚拟插置机器);

A2) 特殊机器无需设备调整成本, 但其单位生产成本  $C_s$  高于所有可用设备的单位生产成本;

A3) 无须根据设备的负荷对特殊机器的单位生产成本进行调整.

基于上述求解的假定, 模型 ECSP 变为与  $T$  个计划时间段相对应的  $T$  个特殊的基于设备利用率的生产计划问题 (SPACU), 其中, 第  $M$  种机器假定为特殊机器.

(SPACU)

$$\min \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{t,l} \left[ \frac{Q(m) \times N(t, m, l)}{\sum_{i,j} X^{k-1}(t, i, j, m, l)} \left( \sum_{i,j} C(t, m, l) \times X^k(t, i, j, m, l) \right) \right] + \sum_{t,i,j,l} C_s \times X^n(t, i, j, M, l) \quad (9)$$

受约束于式 (2) ~ (5), (7). 其相应的指标集为  $t = 1, \dots, T, m = 1, \dots, M-1, l = 1, \dots, L$ . 在 (9) 式中, 假定

$$\sum_{i,j} X^0(t,i,j,m,l) = Q(m) * N(0,m,l). \tag{10}$$

SPACU 是一阶递归线性规划,它由一系列线性规划(LP)问题组成,每一个 LP 问题对应一次迭代.

**定理 1.** 给定初始 SMT 生产系统布局,递归线性规划问题 SPACU 的解收敛.

证明.(思路)用(SPACU)对应的(PA)问题(无反馈)及其对偶规划问题的决策变量构成决策空间  $V$ .可以证明  $V$  有界闭.由于(9)式中的反馈函数为单值连续映射,应用文[8]中的定理,可知(SPACU)收敛.

求解  $T$  个 SPACU 问题,对 SPACU 的收敛解,用机器集中的  $M-1$  种机器识别每条生产线上特殊机器的计划指派,可得各时间段上的略集(限于篇幅,有关识别的过程将另文说明).记  $\{A(t,m,l)\}$  为识别结果中,第  $t$  时间段上第  $m$  种机器加到第  $l$  条生产线的台数  $t = 1, \dots, T, m = 1, \dots, M-1, l = 1, \dots, L; R(t,m,l)$  为识别结果中,第  $t$  时间段上第  $m$  种机器从第  $l$  条生产线被拆卸的台数  $(t = 1, \dots, T, m = 1, \dots, M-1, l = 1, \dots, L)$ . 集合  $\{A(t,m,l)\}, \{R(t,m,l)\}$  分别被称之为第  $t$  时间段上第  $l$  条生产线的设备增装略集和拆卸略集.由集合  $\{A(t,m,l)\}, \{R(t,m,l)\}$  可以容易地构造转移略集  $\{T(t,m,l,l_1)\}$ ,其中  $\{T(t,m,l,l_1)\}$  表示第  $t$  时间段上第  $m$  种机器从第  $l$  条生产线被转移到第  $l_1$  条生产线的台数  $(t = 1, \dots, T, m = 1, \dots, M-1, l, l_1 = 1, \dots, L(l \neq l_1))$ .应用近似搜索

策略搜索上述略集,可得到设备调整的排程.对略集  $\{T(t,m,l,l_1)\}$  的搜索过程可用图 2 表示,对略集  $\{A(t,m,l)\}$  与略集  $\{R(t,m,l)\}$  的搜索过程与此类似(具体算法略),其中,在搜索略集  $\{A(t,m,l)\}$  时,增装设备的预算约束需进行考虑.

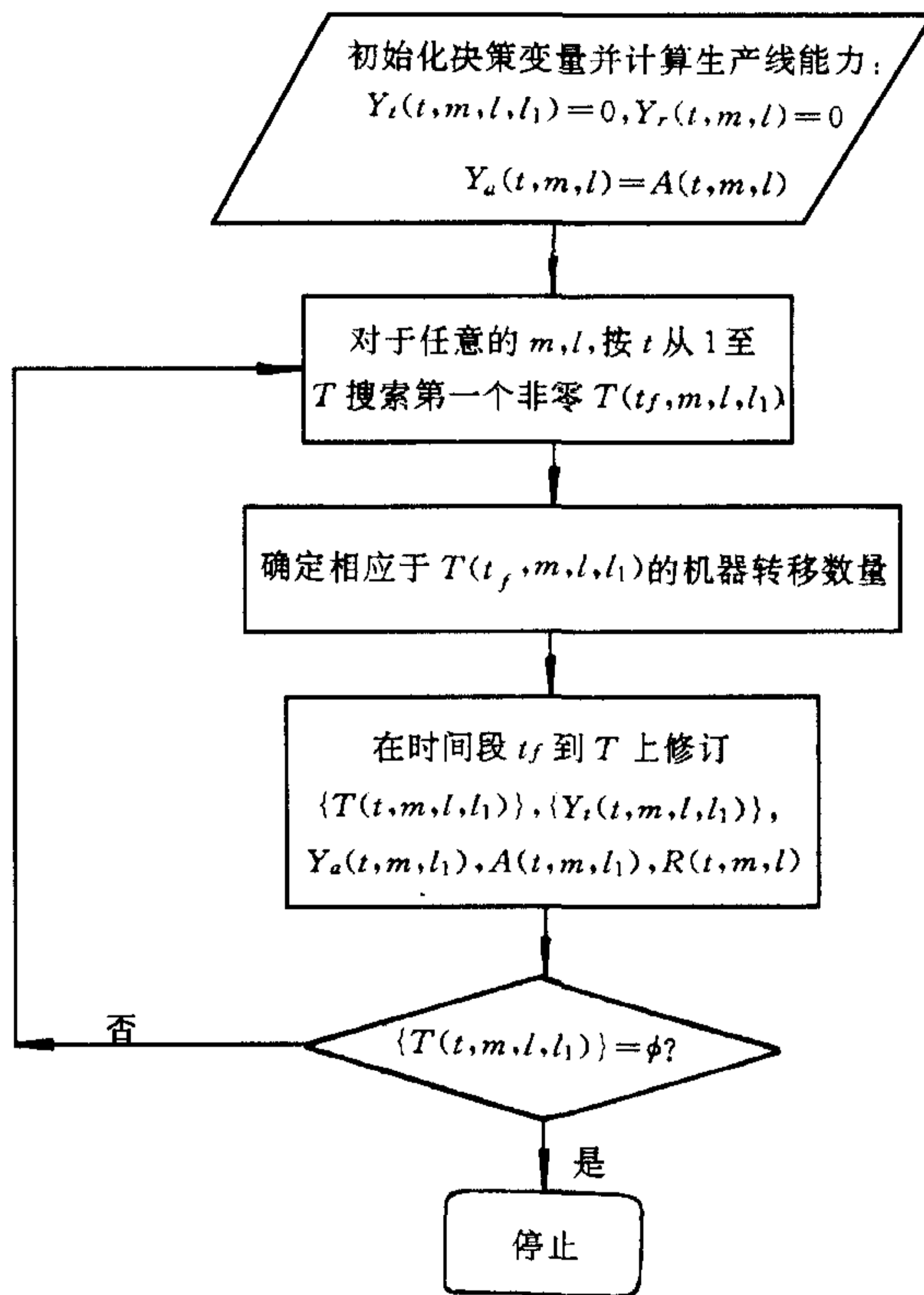


图 2 对略集  $\{T(t,m,l,l_1)\}$  的搜索过程

### 4 仿真研究

应用 CPLEX 可调函数库,所提出的模型求解方法用 C++ 进行了实现.为了验证模型的效益及其求解算法的精度,在小规模问题(2 条生产线、5 种可供选择的机器、2 个产品类、5 种零部件类、8 个时间段)的对比实验中,十个实验的近似解结果与最优解相比,平均误差为 2.61%,其中最大误差为 5.15%.根据与我们进行合作研究的企业经验,安装

一台新设备的成本估计为 \$ 20 000, 撤卸一台设备的成本为 \$ 10 000, 被撤卸机器的残值为其购买价格的五分之一左右, 将一台机器从一条生产线转移到另一条生产线的成本为 \$ 5 000. 模型 ECSP 在设备投资方面与按需求预测的最大值确定的固定能力相比, 将节省约 12% 的设备投资与调整成本.

对于有实际背景的大规模问题: 企业有 18 条 SMT 装配线, 两年的预算期被分为 8 个时间段(季度), 三个产品类在计划期上的需求确定且其变化规律分别为产品类 1 单调增, 产品类 2 基本不变, 产品类 3 单调下降, 但三种产品的总需求量在计划期上基本保持不变. 组成产品类的零部件类有 5 种. 有 37 种可用的机器供选择. 本文所描述的近似求解算法在主频为 145MHz 的 Silicon Graphics Indy 工作站上用一个半小时得出了 ECSP 的近似解. 模型 ECSP 在保证满足市场需求的前提下, 在设备投资方面与按需求预测的最大值确定的固定能力相比, 将平均节省约 7% 的设备投资与调整成本.

**致谢** 该文在研究与应用中得到美国伊利诺大学芝加哥分校的 P Banerjee 教授和 Motorola Inc. 的 T Tirpak 博士的支持与帮助, 作者在此表示感谢.

### 参 考 文 献

- 1 Van Laarhoven P J M, Zijm W H M. Production preparation and numerical control in PCB assembly. *International Journal of Flexible Manufacturing System*, 1987, **5**(2): 187~207
- 2 Rajagopalan S. Capacity expansion and equipment replacement: A unified approach. *Operations Research*, 1998, **46**(6): 846~857
- 3 Eppen G D, Martin R K, Schrage L. A scenario approach to capacity planning. *Operations Research*, 1989, **37**(4): 517~527
- 4 Gaimon C. Subcontracting versus capacity expansion and the impact on pricing of services. *Naval Research Logistics*, 1994, **41**: 875~892
- 5 Gaimon C, Ho J C. Uncertainty and the acquisition of capacity—a competitive analysis. *Computers & Operations Research*, 1994, **21**: 1073~1088
- 6 Rajagopalan S. Flexible versus dedicated technology: A capacity expansion model. *International Journal of Flexible Manufacturing System*, 1993, **5**(1): 129~142
- 7 Rajagopalan S, Soteriou A C. Capacity acquisition and disposal with discrete facility sizes. *Management Science*, 1994, **40**(7): 903~917
- 8 Day R, Kennedy P. Recursive decision systems: An existence analysis. *Econometrica*, 1970, **38**(5): 666~681

**华中生** 1965 年生, 1987 年中国科学技术大学自动控制系毕业, 1990 年在中国科学技术大学管理科学系获硕士学位, 现为中国科学技术大学计算机科学技术系博士生, 管理科学系副教授. 目前主要从事工业工程与运筹学方面的研究工作.

**徐晓燕** 1966 年生, 1989 年毕业于安徽大学中文系, 现为中国科学技术大学商学工商管理专业硕士研究生. 目前主要研究方向为投资决策、企业管理等.