



遗传算法优化效率的定量评价

孙瑞祥 屈梁生

(西安交通大学诊断与控制学研究所 西安 710049)

(E-mail: sunrx@263.net)

摘 要 为了评价遗传算法的优化效率,提出了“平均截止代数”和“截止代数分布熵”的概念,并用二者组成的平面测度作为评价准则.在此基础上,以浮点型遗传算法为例,对不同遗传算子的优化效率进行了详细的研究.结果表明,不同遗传算子对应着不同的优化效率;这为选择高效的遗传算子提供了科学依据.

关键词 遗传算法,优化,效率.

QUANTITATIVE EVALUATION OF OPTIMIZATION EFFICIENCY FOR GENETIC ALGORITHMS

SUN Ruixiang QU Liangsheng

(Institute of Diagnostics and Cybernetics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract In order to evaluate the optimization efficiency of genetic algorithms, this paper presents two indices——“the average truncated generation” and “the distribution entropy of truncated generations”. Thereafter, they are unified as a monolithic criterion. Based on this criterion, the optimization efficiencies of several genetic operators are investigated in detail with the example of float-type genetic algorithms. The results show that the variation of genetic operators corresponds to that of optimization efficiencies. The conclusion provides a scientific basis for selecting the efficient genetic operators.

Key words Genetic algorithms, optimization, efficiency.

1 引言

遗传算法(Genetic Algorithms)作为一类模拟生物进化过程的计算模型^[1~3],在解决工程优化问题中,愈来愈显示出其优越性.其显著特点是全局优化性和不依赖于目标函数

的梯度信息. 目前, 人们已经提出了多种遗传算子, 如何合理地选择这些算子及其控制参数, 成为应用遗传算法解决实际问题的关键. 本文在遗传算法优化效率的定量评价方面进行了一些探索性的研究: 首先提出了“平均截止代数”和“截止代数分布熵”的概念, 并以它们组成的二维测度作为综合评价指标; 然后, 以浮点型遗传算法为例, 通过大量的数值试验, 从统计整体上比较了常见的几种遗传算子及其不同控制参数的优化效率.

2 遗传算法优化效率的评价准则

遗传算法是一种比较灵活的计算方法, 主要表现在遗传算子及控制参数的合理选取上. 文献[4]研究了用遗传算法本身来优化其参数选取, 获得了一些选择参考依据. 但该方法需要消耗大量的 CPU 资源. 本文从收敛速度和收敛不稳定性两个方向入手, 将它们综合集成化, 提出了新的评价准则.

DeJong^[5]曾提出用“在线性能”和“离线性能”作为评价准则.

2.1 在线性能与离线性能

定义 1. 在线性能.

设 $X(S, G)$ 为在策略 S 下遗传算法在第 G 代时的在线性能, $f(g)$ 为第 g 代的平均适应度函数, 则在线性能可表示为

$$X(S, G) = \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G f(g). \quad (1)$$

定义 2. 离线性能.

设 $X^*(S, G)$ 为在策略 S 下遗传算法在第 G 代时的离线性能, $f^*(g)$ 为第 g 代的最佳适应度函数, 则离线性能可表示为

$$X^*(S, G) = \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G f^*(g). \quad (2)$$

上述评价准则适合于单次运行遗传算法时的优化效率评价, 它只考虑了遗传算法的收敛速度特征, 没有考虑多次运行时的收敛不稳定性特征. 由于遗传算法使用的是概率转移准则, 要客观地评价遗传算法的优化效率, 必须考虑其收敛不稳定性.

2.2 平均截止代数与截止代数分布熵

我们从统计分析的整体观点出发, 用平均截止代数与截止代数分布熵两个测度分别衡量遗传算法的收敛速度和收敛不稳定性, 并用它们集成的二维指标来作为综合评价准则.

定义 3. 截止代数.

一般工程优化问题就是解决 n 元函数 $f(x)$ 在约束区域 D 上的极值问题, 即

$$\max f(x), x \in D. \quad (3)$$

用遗传算法求解问题(3)的过程中, 在遗传策略 S 下 $f(x)$ 在可行域 D 内首次达到计算精度 ϵ ($\epsilon = f_{\max} - f$, ϵ 为预先设定的很小的正数) 时的进化终止代数称为遗传算法的截止代数, 如果达到了预先设定的阈值代数 G_{\max} 而仍未达到计算精度 ϵ , 则规定截止代数为 G_{\max} .

定义 4. 平均截止代数.

设 $T(S, \epsilon)$ 为在策略 S 下遗传算法达到计算精度 ϵ 时的平均截止代数, T_i 为第 i 次独立运行时的截止代数, N 为独立运行次数, $T = \{T_i | 0 < T_i \leq G_{\max}, T_i \in Z^+, i = 1, 2, \dots, N\}$,

将 T 中的不同元素按从小到大的顺序排列, 得到新的集合 $T' = \{T'_i | T'_i < T'_{i+1}, i=1, 2, \dots, M-1, M \leq N\}$. $C = \{C_i | 0 < C_i \leq N, C_i \in Z^+, i=1, 2, \dots, M\}$, 其中 C_i 为 T'_i 对应的统计频数, 由 C 可以很容易地获得 T'_i 对应的统计频率 p_i 构成的集合

$$P = \left\{ p_i \mid p_i = \frac{C_i}{N}, \sum_{i=1}^M p_i = 1, 0 \leq p_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, M \right\}, \text{ 则平均截止代数 } T(S, \epsilon) \text{ 为}$$

$$T(S, \epsilon) = \sum_{i=1}^M T'_i * p_i \quad (4)$$

定义 5. 截止代数分布熵.

设 $H(S, \epsilon)$ 为在策略 S 下遗传算法达到计算精度 ϵ 时的截止代数分布熵, 则

$$H(S, \epsilon) = \frac{-\sum_{i=1}^M p_i * \ln(p_i)}{\ln(M)} \quad (5)$$

其中 M, p_i 的含义同定义 4. 截止代数分布熵表示截止代数分布的均匀程度.

平均截止代数用于衡量多次独立运行遗传算法的平均收敛速度性能; 而截止代数分布熵则用于衡量同样条件下遗传算法的收敛不稳定性. 若将它们集成为一个平面测度 (T, H) , 用来作为综合评价准则, 则在 K 个不同策略下在平面 (T, H) 上的 K 个点中, 离原点愈近的点, 其对应的策略优化效率愈高.

3 试验设计与控制参数

3.1 试验设计

选择在工程优化中使用较多的浮点型遗传算法作为研究对象, 它直接在参数空间中操作, 没有编码和解码的资源开支.

设计如下函数优化为例:

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x_1, x_2) = 100 - x_1^2 - (x_2 - 5)^2, \\ \text{s. t.} \quad & -3 \leq x_1 \leq 3, \\ & 2 \leq x_2 \leq 8. \end{aligned}$$

设计该函数一方面是因为其最优值已知, 为 $f(0, 5) = 100$, 我们可以方便地控制计算精度 ϵ 的大小; 另一方面, 该函数引入了两个非线性二次项, 可以检验遗传算法的非线性优化能力. 此外, 常数项 100 使得适应度的计算变得相对简单, 约束区间在两个方向上数量级相同, 避免了在两个方向上搜索能力的较大差异.

3.2 控制参数

本文所讨论的主要遗传算子及其对应的控制参数列入表 1, 其它相关的运行参数列入表 2. 各个遗传算子的具体实施方法及其控制参数的意义可参阅文献[6].

表 1 遗传算子及其控制参数

遗传算子	控制参数
排序选择	0.08
算术杂交	4
启发杂交	[4, 3]
简单杂交	4

表 2 遗传算法的运行参数

设定项目	运行参数
群体规模	30
终止代数	50
阈值代数	50
计算精度	$10e-4$
运行次数	200

4 常用遗传算子的优化效率评价

常用的遗传算子有选择、杂交和变异等,由于选择和杂交对优化效率影响较大,而变异作为遗传算法的辅助算子,对优化效率影响甚小,因此,本文只讨论不同选择和杂交算子.

4.1 选择算子

1)排序选择.排序选择是基于相对适应度大小的选择方法.它与绝对适应度无关.其最优个体选择概率 q (表 1 中排序选择的控制参数)对优化效率有着重要的影响.根据群体规模(30),选择 q 的范围为 0.02~0.40,间隔 0.02,(编号为 1~20).在其它参数固定不变的条件下,对每个 q 值独立运行 200 次,然后做出 (T, H) 平面,如图 1 所示标出了 1~9 点的编号,随着 q 的增大,优化效率的变化规律是先增加,后降低,在 0.08 最高.另外,试验还表明,优化效率最高的 q 值受群体规模的影响,群体规模增加, q 也随着增大.

2)联赛选择.联赛选择的基本思想是,每次从 N 个个体组成的群体中随机选取 s 个个体($1 < s < N$), s 称为联赛规模.将最优个体送入交配池,直至达到 N 个个体.我们取 $s=2\sim 10$,间隔为 1,获得的优化效率如图 2 所示,图中的标号表示联赛规模. $s=2$ 或 3 时效率较高.

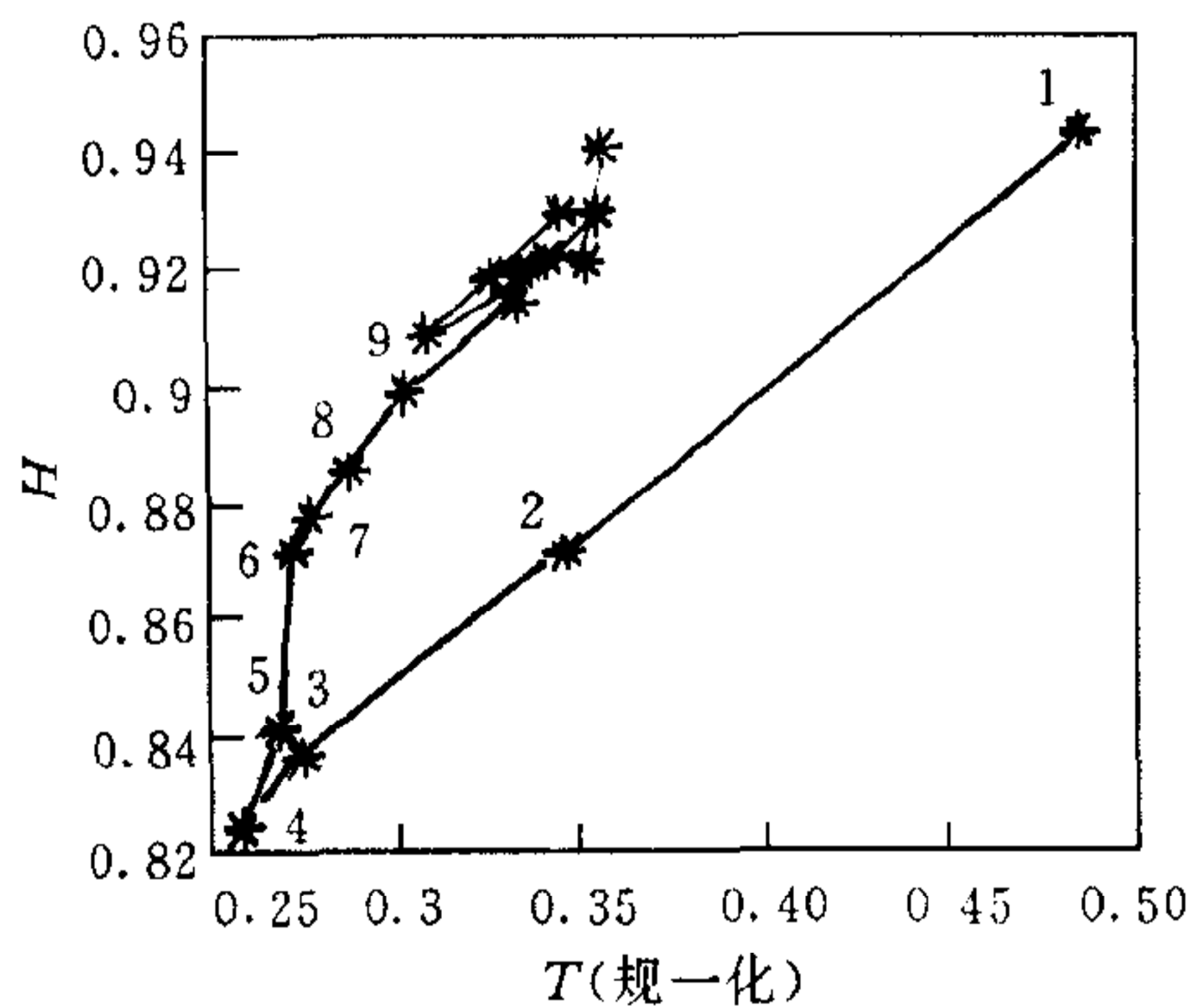


图 1 排序选择的优化效率

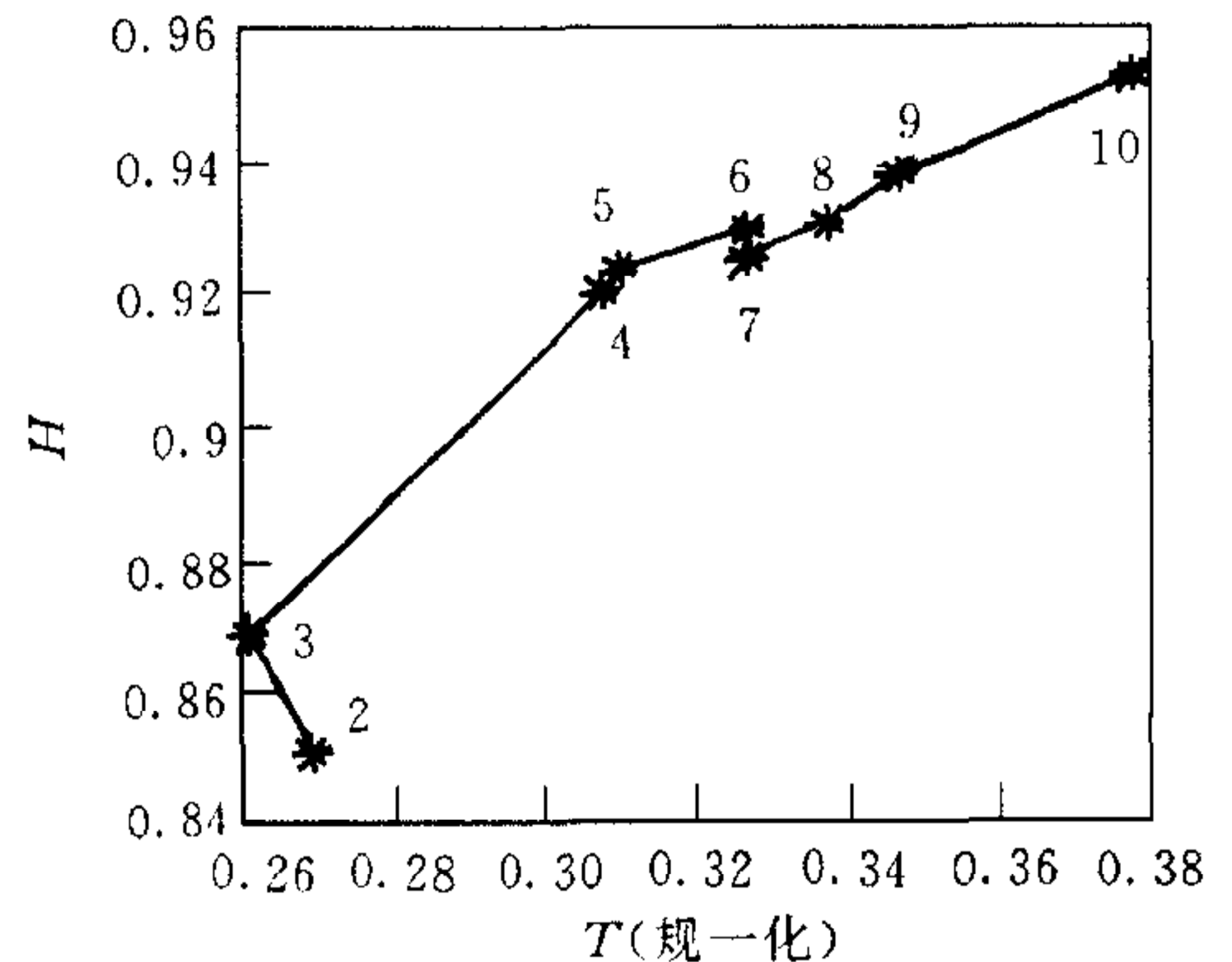


图 2 联赛选择的优化效率

3)四种不同选择方案的比较.为了比较选择对优化效率的影响,选择如图 3 所示的四种方案,赌轮选择的平均截止代数 T 值远大于其他三种,而截止代数分布熵 H 值却很小,这是因为在用赌轮选择的 200 次独立试验中,有 167 次达到阈值代数 $G_{max}(50)$ 而未达到计算精度 0.0001.另外,联赛规模 $s=2$ 和 $s=3$ 时的效率在 T 值上相差不大,而 H 值却相差较大,说明用两个测度集成的评价准则能够更合理地评价遗传算法的优化效率.

4.2 杂交算子

在浮点型遗传算法中,主要有算术杂交、启发杂交和简单杂交^[6]等.本文还采用了由以上三种杂交算子组成的“混合杂交”,即按一定的使用频率同时使用三种杂交算子.图 4 表明混合杂交算子比每种单一杂交算子的优化效率都高,而简单杂交的效率较低.

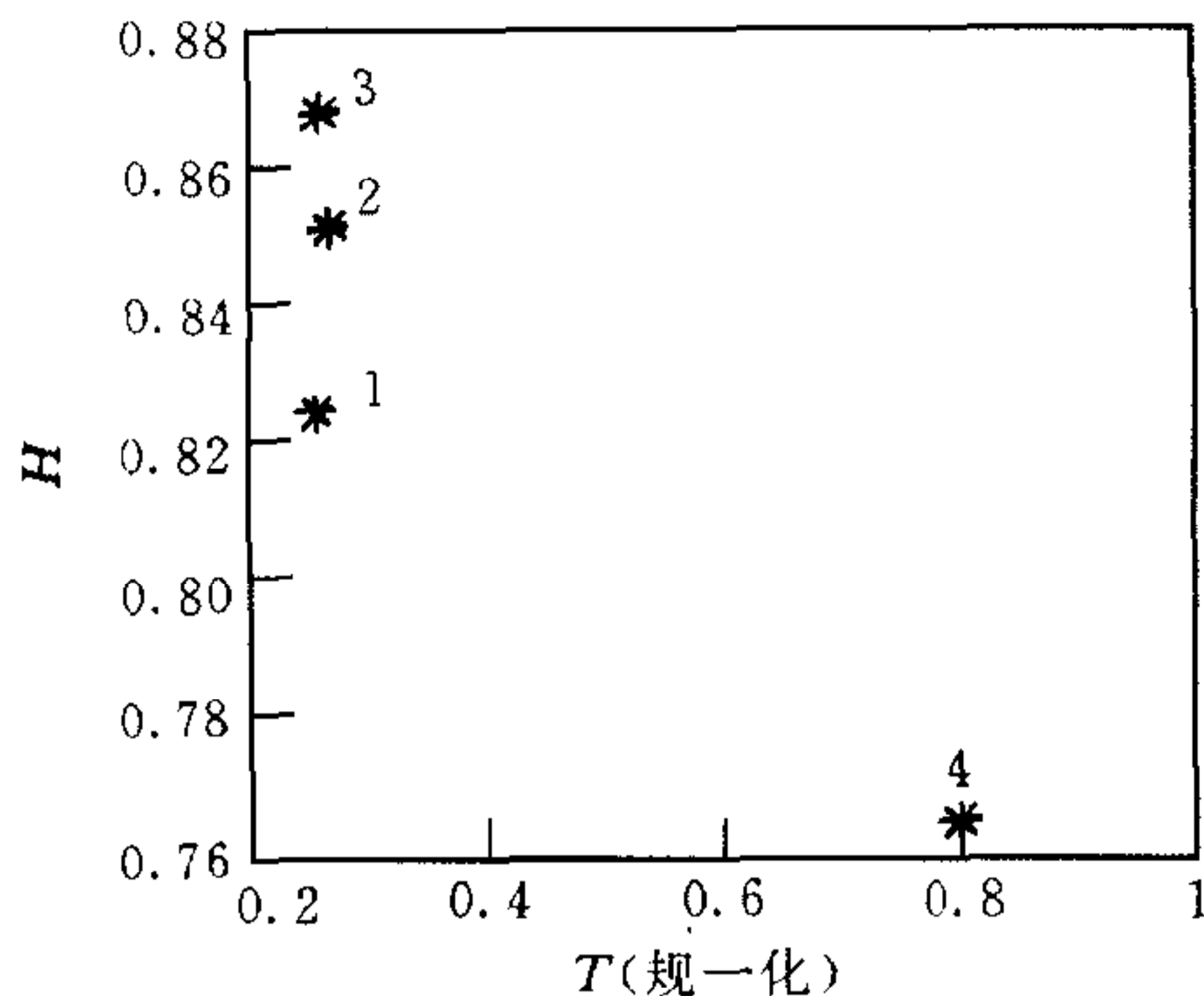


图 3 四种不同选择方案的比较

1. 排序选择($q=0.08$); 2. 联赛选择($s=2$);
3. 联赛选择($s=3$); 4. 赌轮选择

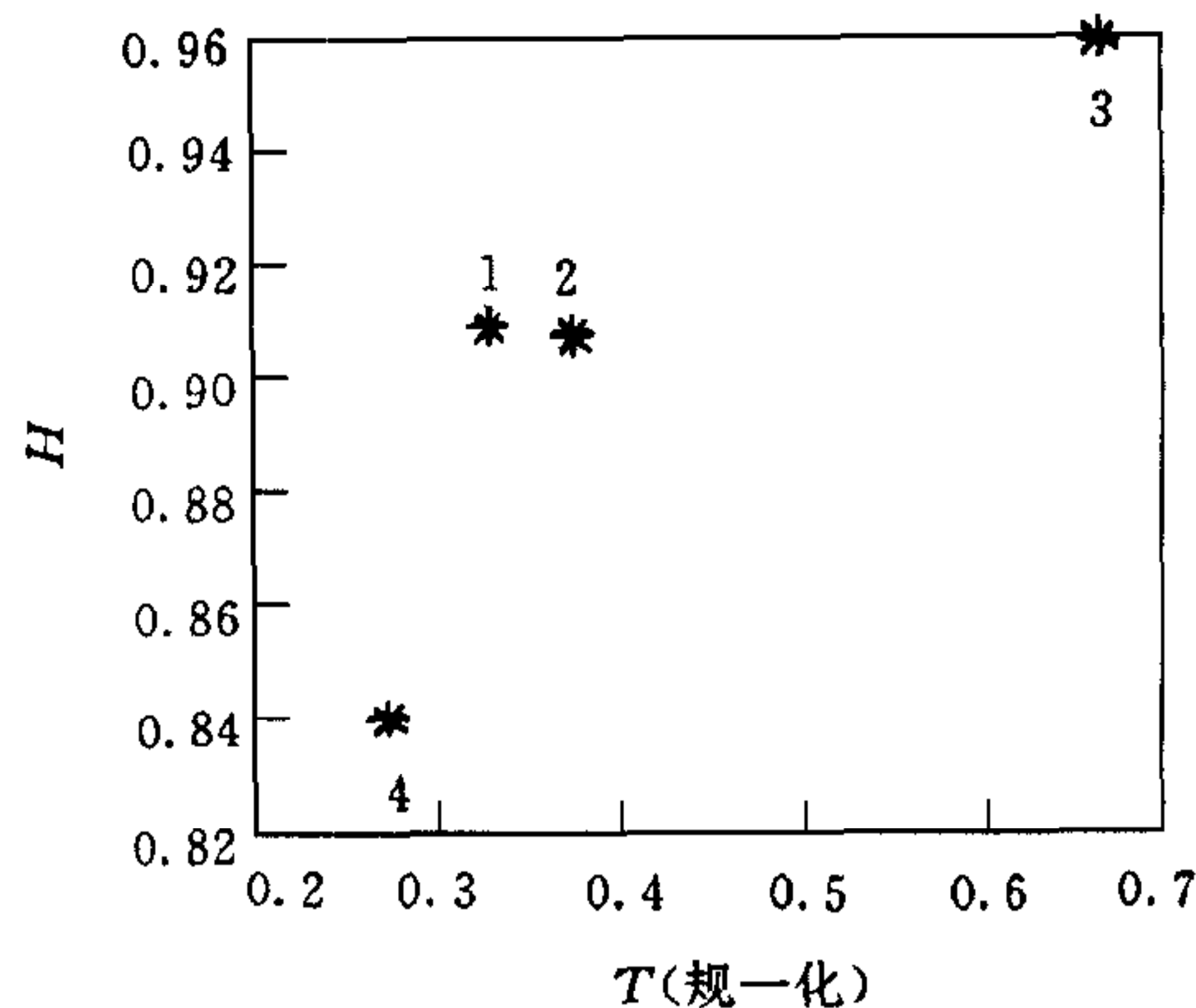


图 4 不同杂交算子的优化效率

1. 算术杂交; 2. 启发杂交;
3. 简单杂交; 4. 混合杂交

5 结束语

1) 由平均截止代数和截止代数分布熵集成的评价准则可以合理地评价遗传算法多次运行时的优化效率;

2) 排序选择和联赛选择的优化效率一般优于赌轮选择; 排序选择的优化效率与最优个体选择概率有密切关系; 而联赛选择一般在联赛规模 $s=2$ 或 3 时优化效率较高;

3) 混合杂交优于单一杂交.

参 考 文 献

- Holland J H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1992. 66~158
- Goldberg D E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. New York: Addison-Wesley, 1989. 1~56
- 陈国良, 王煦法等. *遗传算法及其应用*. 北京: 人民邮电出版社, 1996. 5~89
- Grefenstette J J. Optimization of control parameters for genetic algorithms. *IEEE Trans. System. Man and Cybernetics*, 1986, **16**(1): 122~128
- DeJong K A. *Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems* [Ph. D. thesis]. Ann Arbor: Univ. Michigan, 1975
- Michalewicz Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Berlin: Springer-Verlag, 1994. 95~104

孙瑞祥 1972年生, 1995年毕业于西安交通大学成形与控制工程系, 1997年开始攻读博士学位, 现为西安交通大学诊断与控制学研究所博士研究生. 研究领域为遗传算法, 故障诊断和人工智能.

屈梁生 1931年生, 西安交通大学教授, 博士生导师, 诊断与控制学研究所所长. 研究领域为故障诊断, 遗传算法和人工智能.