

# 基于多操作模型的非线性动态矩阵控制<sup>1)</sup>

赵众 金以慧 王京春 夏晓华 顾健

(清华大学自动化系 北京 100084)

**摘要** 将多模型方法与动态矩阵预测控制方法相结合, 提出一种基于多操作模型的非线性动态矩阵预测控制方法, 并分析了所提控制方法具有的稳定性和渐近跟踪性能。实例仿真研究证实了所提方法的可行性和有效性。

**关键词** 多模型, 动态矩阵控制, 非线性, 稳定性, 渐近跟踪

## 1 引言

预测控制器在工业上的应用非常成功, 象 DMC Corp., Honeywell 等公司都有自己的一套预测控制策略<sup>[1]</sup>。绝大多数的工业预测控制方法采用了线性动态模型和二次目标函数, 应用于稳态调节问题。但这些方法难于处理以下的两大类复杂的控制问题: (1) 非线性严重的控制问题, 如 PH 值控制等; (2) 操作点大范围变动的伺服控制问题, 如聚合反应控制等。其原因在于在稳态操作点得到的线性化模型不能反映非线性系统在大范围内的动、静态特性, 当控制模型有较大失配时, 预测控制的品质, 甚至稳定性都很难得到保证。多模型方法是解决非线性系统建模与控制的一种有效的方法<sup>[2]</sup>, 本文将多模型方法与动态矩阵预测控制方法相结合, 提出一种基于多操作模型的非线性动态矩阵预测控制方法, 并分析了其所具有的稳定性和渐近跟踪性能。本文还简要介绍了利用所提算法开发的非线性预测控制软件 SMART\_NLS 的简要功能及特点。SMART\_NLS 的实例仿真结果证实了所提方法的可行性和有效性。

## 2 非线性动态系统的操作区域多模型描述

考虑非线性动态系统  $\Sigma$  可用下述的广义输入—输出辨识模型来描述,

$$\eta(k+1) = h(\xi(k)) + e(k) \quad (1)$$

其中  $\eta(k) \in R^m$  为广义输出向量,  $\xi(k) \in R^r$  为广义输入向量,  $e(k) \in R^m$  为辨识偏差向量。定义  $\Sigma$  在采样时间  $k$  的工况特征向量为

$$z(k) = (z_1(k), z_2(k), \dots, z_d(k))^T = H(\xi(k)) \in Z = R^d, d \leq r \quad (2)$$

其中  $H$  为有界的工况特征映射算子,  $Z$  为  $\Sigma$  的操作空间。根据工况特征的变化, 可以将整个操作空间划分为  $I_N$  个不相交的操作区域  $Z = \bigcup_{i \in I_N} Z_i$ , 其中每个操作区域  $Z_i$  可

以用线性模型来近似  $\Sigma$  的局部特性变化, 则  $\Sigma$  可以用多个操作区域模型描述为

<sup>1)</sup> 九五攻关(96-546), 中国博士后科学基金资助项目

$$\hat{h}(\xi) = \sum_{i \in I_N} \hat{h}_i(\xi, \theta_i) w_i(z) \quad (3)$$

其中  $w_i(z) = \begin{cases} 0, z \notin Z_i \\ 1, z \in Z_i \end{cases}$ ,  $\hat{h}_i(\xi, \theta_i)$  为操作区域  $Z_i$  的线性模型描述,  $\theta_i$  为模型参数向量,  $w_i(z)$  为操作区域相关函数.

引理 1<sup>[3]</sup>: 适当选择操作区域特征向量及操作区域相关函数, 采用多区域分段线性模型结构如式(4)所示, 可以稳定且完备地描述任意连续的非线性动态系统  $\Sigma$ .

### 3 基于操作区域多模型的非线性动态矩阵预测控制

#### 3.1 动态矩阵预测控制(DMC)

已知过程对象的开环阶跃响应采样值  $a_1, a_2, \dots, a_N$ ,  $N$  为建模时域, 则可由  $\{a_i\}$  构造如下的过程对象的预测状态空间描述<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Sx(k) + a\Delta u(k) \\ y(k) &= c^T x(k) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{其中 } S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(N \times N)}, \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}_{(N \times 1)}, \quad c^T = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]_{(1 \times N)}$$

$k$  时刻的控制目标为寻找一组控制向量  $\Delta u(k) = [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+M-1)]^T$ , 其中  $M$  为控制步长, 使下述的二次性能指标最优

$$\min J(k) = \|w(k) - y(k)\|_Q^2 + \|\Delta u(k)\|_R^2 \quad (5)$$

其中  $y(k) = [y(k+1), \dots, y(k+P)]^T$ ,  $w(k)$  为设定轨迹,  $P$  为预测步长,  $Q, R$  分别为输出、输入加权矩阵. 根据预测模型(6)及状态反馈重构可求出闭环控制作用为

$$\Delta u(k) = [1, 0, \dots, 0] \Delta u(k) = d^T [\hat{w}(k) - GS \hat{x}(k)] \quad (6)$$

$$\text{其中 } d^T = [1, 0, \dots, 0] (A^T Q A + R)^{-1} A^T Q, \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_P & a_{P-1} & \cdots & \cdots & a_{P-M+1} \end{bmatrix} \text{ 为动}$$

态矩阵,  $G = [I_{P \times P} : 0_{P \times (N-P)}]$  表示从  $N$  维向量中取前  $P$  个运算, 从式(7)可以看出, DMC 求出的控制序列依赖于过程的开环阶跃响应模型  $\{a_i\}$ .

引理 2<sup>[4]</sup>: 当控制器模型  $A$  正确时, 采用 DMC 作为控制器, 可使闭环控制系统具有渐进跟踪性能.

#### 3.2 基于多操作模型的 DMC 切换控制结构

由引理 1 非线性动态系统可由一组不同操作区域内的线性模型稳定且完备地描述，则相应可以构造不同区域内的控制器模型  $A_i$ ，根据 DMC 算法可以计算出不同操作区域内的控制增量  $\Delta u_i$ 。当过程处于不同操作区域时，可通过切换 DMC 的控制器模型  $A_i$ ，使非线性系统始终处于受控状态，基于多模型的 DMC 切换控制结构如图 1 所示。

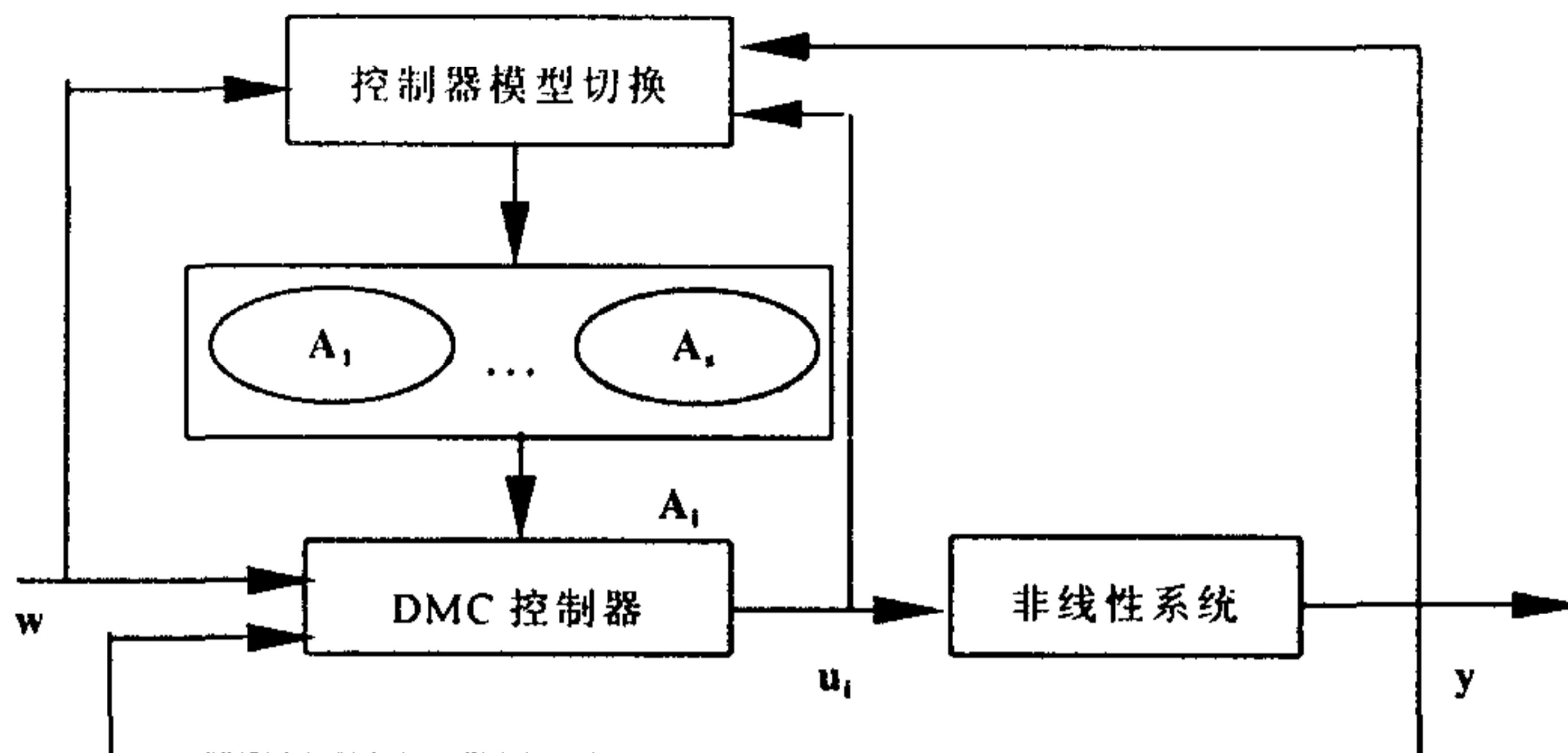


图 1 基于操作区域多模型的 DMC 切换控制结构

### 3.3 基于操作区域多模型的 DMC 切换控制算法

控制器模型切换的目标是从一组控制器模型中，挑选出一个正确描述过程对象的控制器模型。考虑实际过程运行中两种操作区域的改变：(1)工艺设定点改变引起的操作区域改变；(2)实时不可测扰动引起的操作区域改变。对于第(1)种操作区域改变，可根据工艺设定点的变化构造控制器模型集，实时运行中根据工艺设定点的变化切换控制器模型，以实现对非线性过程跟踪控制的目的。而对于第(2)种操作区域改变，离线状态下可根据扰动变化的历史数据，构造控制器模型集。在线状态下，由于缺乏实时检测信息，因而需要根据控制偏差构造自适应的控制器模型切换算法，以实现对非线性过程跟踪控制的目的。定义向量  $x \in R^n$  以及矩阵  $Y \in R^{n \times n}$  的  $\infty$  范数如下所示

$$\|x\|_\infty = \max_{i \in [1, 2, \dots, n]} |x_i| \quad (7)$$

$$\|Y\|_\infty = \max_{i \in [1, 2, \dots, n]} \sum_{j=1}^n |y_{ij}| \quad (8)$$

矩阵  $Y$  为稳定矩阵，指  $\det[zI - Y] = 0$  的全部根都在单位圆内。定义  $f : N \rightarrow R^+$  为单增限界函数，如果满足

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{f(i)}{c_0 + c_1(i-1) + c_2 \sum_{j=1}^{i-1} f(j)} \rightarrow \infty \quad (9)$$

其中  $(c_0, c_1, c_2) \in R^+ \times R^+ \times R^+$  为任意常数。当取  $f(i) = ie^{i^2}$  时， $f(i)$  为单增限界函数。类似地可构造其它的单增限界函数。定义控制偏差为  $e(k) = y(k) - w(k)$ ，过程对象的控制器模型集为  $A = \bigcup_{i=1}^s A_i$ ， $i \in \{1, 2, \dots, s\}$ ， $s \in N$ ，控制器模型切换时间点序列为  $\{k_l, l = 1, 2, \dots\}$ ， $k_1 = 0$ ，即时控制器模型为  $A_i(k)$ 。基于多操作模型的自

适应 DMC 切换控制算法步骤如下:

Step 1 对任意的  $l \geq 2$ ,  $k \in (k_{l-1}, k_l]$ , 令  $i = l - \text{floor}(\frac{l-1}{s}) \times s$  其中  $\text{floor}$  表示临近小整数圆整,  $\mathbf{A}(k) = \mathbf{A}_i$ .

Step 2 对任意的  $l \geq 2$ , If  $\left\| [\Delta \mathbf{u}(k)^T \quad \mathbf{e}(k)^T]^T \right\|_\infty \geq f(l-1)$  Then  $k_i = k, l = l+1$ , 转 Step1.

上述的控制器模型切换算法可理解为, 根据操作增量以及控制偏差的变化, 实时顺序切换控制器模型集中的控制器模型, 直到小于定义的切换限界准则函数  $f(l)$  为止.

定理 1: 当控制器模型  $\mathbf{A}_i(k)$  正确时, 采用 DMC 作为控制器, 令  $\mathbf{z}(k) = [\mathbf{x}(k)^T \quad \Delta \mathbf{u}(k)^T \quad \mathbf{e}(k)^T]^T$ , 则存在常数  $(\xi_1, \xi_2) \in R^+ \times R^+$ , 对任意的  $k \geq 0, k \in N$  满足

$$\|\mathbf{z}(k)\|_\infty \leq \xi_1 \|\mathbf{z}(0)\|_\infty + \xi_2$$

定理 2: 当控制器模型集合中存在正确描述过程对象的控制器模型时, 对任意的单增限界函数  $f$ , 如果初始条件满足  $\|\Delta \mathbf{u}(0)\|_\infty < f(1), \|\mathbf{e}(0)\|_\infty < f(1)$ , 采用上述的自适应控制器模型切换算法, 则闭环控制系统具有下述的特性:

(1) 切换时间序列为有限集合, 即存在有限的时间常数  $k_{ss} \geq 0$ , 当  $k \geq k_{ss}$  时,

$$\mathbf{A}(k) = \mathbf{A}(k_{ss});$$

(2) 操作变量  $\Delta \mathbf{u}(k) \in L^\infty(R^m)$ , 过程状态  $\mathbf{x}(k) \in L^\infty(R^n)$ , 控制偏差  $\mathbf{e}(k) \in L^\infty(R^P)$ ;

$$(3) \lim_{k \rightarrow \infty} |\mathbf{e}(k)| \rightarrow 0.$$

从定理 2 可以看出, 在控制器模型切换过程中, 采用所提的自适应切换控制算法可以保证闭环控制系统具有稳定性和渐近跟踪性能.

## 4 SMART\_NLS 及实例仿真

利用所提的算法, 结合已开发出的可扩充多变量先进鲁棒控制器(SMART)<sup>[5]</sup>, 我们开发了 SMART 的非线性版本(SMART\_NLS), 其主要功能及特点如下: (1)采用基于输入输出模型的多变量预测控制算法; (2)能够处理“胖”、“瘦”的非常规系统; (3)对生产过程特性及建模误差具有鲁棒性; (4)被控变量分别采用给定点和区域控制; (5)操作变量具有上下限和变化率限约束功能; (6)被控变量和操作变量都具有软限约束处理功能; (7)具有操作区域模型集逻辑组态功能; (8)具有无扰动切换模型的功能; (9)具有方便的控制器离线组态功能; (10)具有控制器的自动优化设计功能, 并能够方便地采纳有经验的设计人员干预, 实现人机优势互补的辅助设计功能. 为检验所提方法的有效性, 利用 SMART\_NLS, 我们分别针对 PH 值中和反应过程<sup>[6]</sup>、苯乙烯聚合温度控制<sup>[7]</sup>两类非线性严重的 Benchmark 过程进行了实例仿真研究. 采用 SMART\_NLS 和单模型 DMC 对 PH 值中和反应过程的设定点跟踪效果分别如图 2、3 所示. 从图 2、3 比较可见 DMC 难以适应非线性过程操作区域的变化. 从图 4、5 的比较可见, SMART\_NLS 具有很强的适应扰动的能力, 而 DMC 难以适应未知扰动引起的非线性过程操作区域的改变, 控

制效果和稳定性难以得到保证。

## 5 结论

本文提出了一种基于多操作模型的非线性动态矩阵预测控制新方法，经理论分析和实例仿真研究可得出以下的结论：(1)由于实际闭环控制系统的操作区域数目非常有限，对非线性系统采用“粗粒化”的多模型描述是合理的；(2)采用所提的切换控制算法，可以保证闭环控制系统在操作区域大范围变动下的稳定性和渐进跟踪性能；(3)利用所提方法开发的 SMART\_NLS 应用软件在两类 Benchmark 过程的应用结果证实了其可行性和有效性，从而为解决非线性过程预测控制这一问题提供了一条新的有效途径。

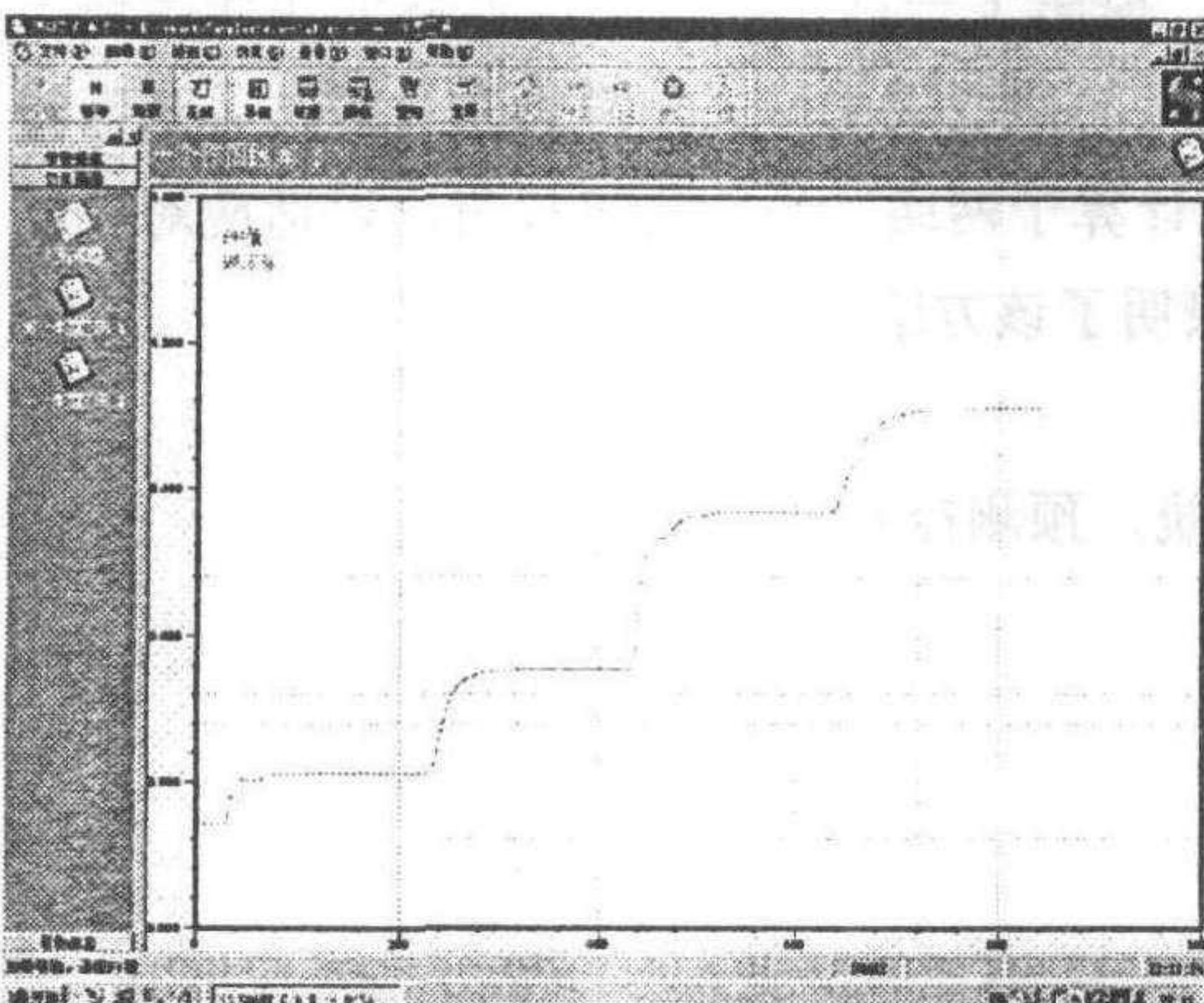


图 2 SMART\_NLS PH 中和过程设定值跟踪

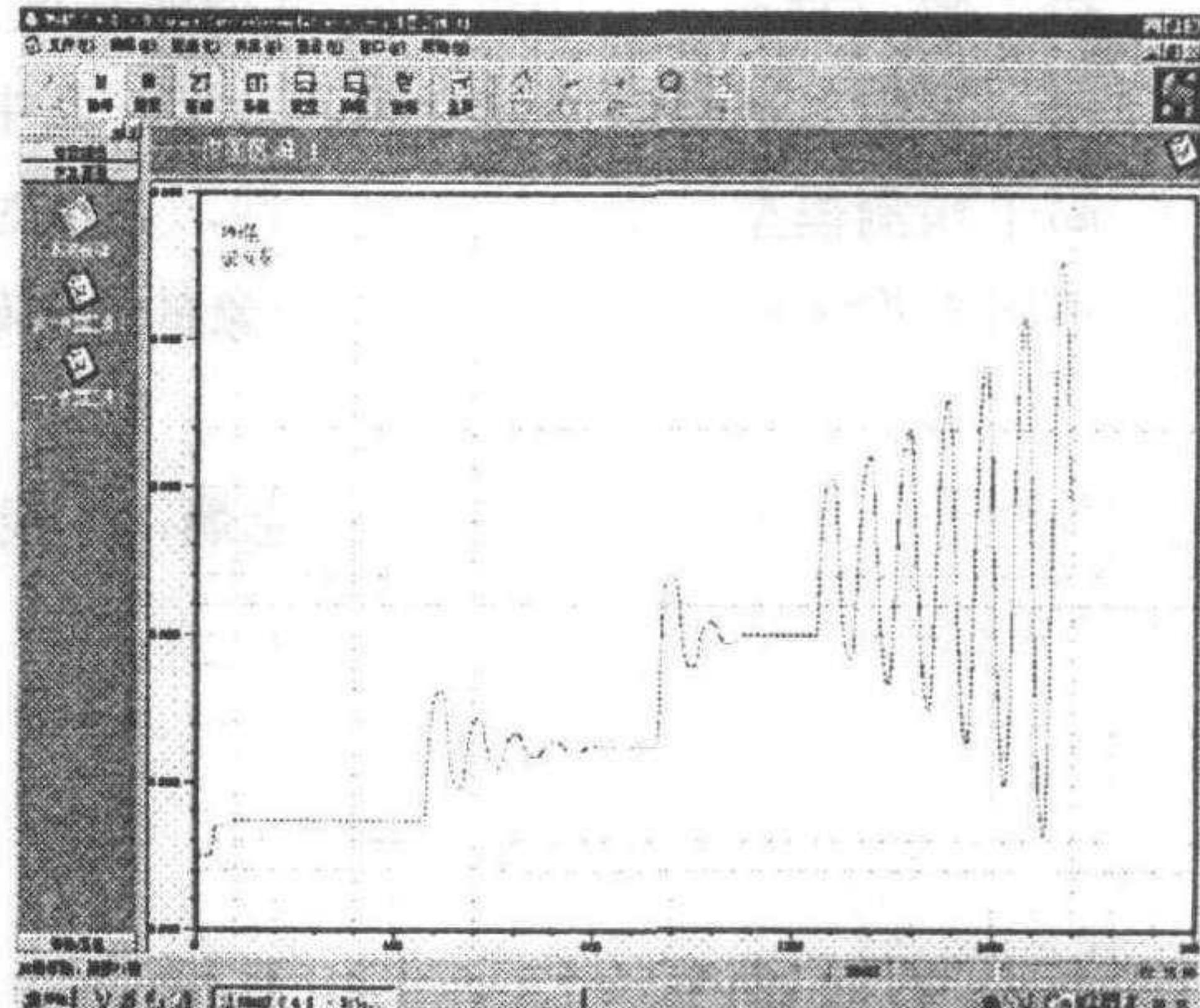


图 3 DMC PH 中和过程设定值跟踪

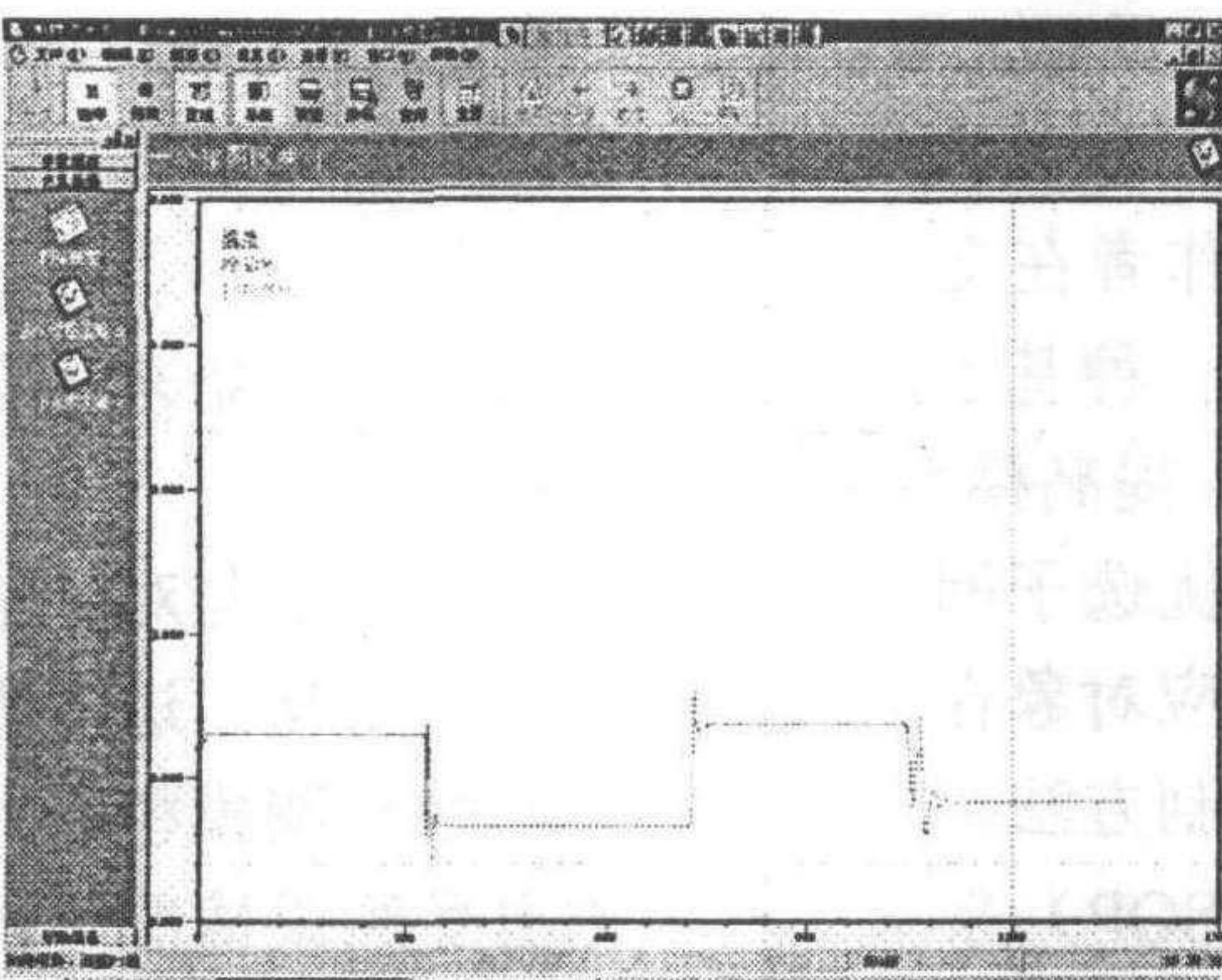


图 4 SMART\_NLS 对未知扰动的适应能力

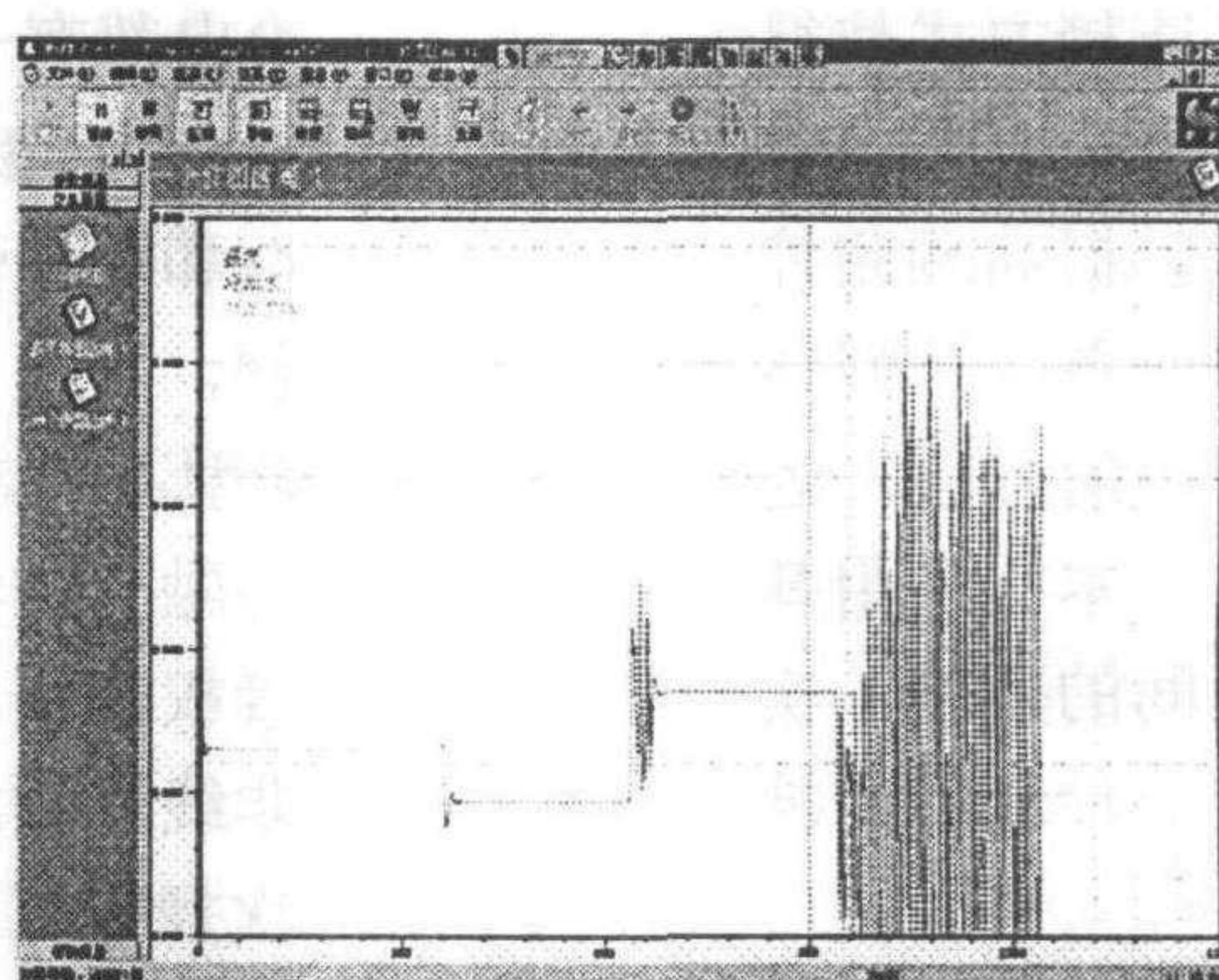


图 5 DMC 对未知扰动的适应能力

## 参 考 文 献

1. S.Joe Qin, Thomas A. Badgwell. An overview of industrial model predictive control technology. *Fifth International Conference on Chemical Process Control*, 1997, 232-256
2. Narendra K.S., Balakishnon J. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(9):1861-1866
3. Johansen T.A., Foss B.A. Identification of nonlinear system structure and parameter using regime decomposition. *Automatica*, 1995, 31(2): 321-326
4. 席裕庚. 预测控制. 北京: 国防工业出版社, 1993
5. 可扩充多变量先进鲁棒控制器(SMART). 清华大学自动化系, 1998 年 12 月
6. Gustafsson T.K., Waller K.V. Dynamic modeling and reaction in variant control of PH. *Chem. Eng. Sci.*, 1983, 38(1):389-398
7. Hidalgo P.M., Brosilow C.B. Nonlinear model predictive control of styrene polymerization at unstable operating points. *Comput. chem. Engng*, 1990, 14(4/5):481-494