

# 计算机综合制造系统优化设计的研究\*

疏松桂

(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

**摘要** 在等效工作站的基础上,并以中途不丢失工件为前提,对串联 CIMS 进行了优化设计的研究。分别就首站前和末站后有无缓冲区、中间缓冲库容量是否一致、工作站是否可靠和总资源约束等不同的情况下,讨论了系统优化设计问题,得出了精确的分析解。最后列举一个计算实例,阐明所提出的方法在工程设计中的应用。

**关键词** 计算机综合制造系统(CIMS),离散事件动态系统(DEDS),智能加工系统(IMS),系统优化设计,系统可靠性。

## 1 引言

国外对 CIMS 的研究文章不少,但多数是属于两级站问题,三级以上则不多,而对  $n$  级的讨论则更少。一般是基于近似求解法,计算工作量大,至于 CIMS 设计优化问题,则更为鲜见,只有几篇讨论到缓冲库优化问题<sup>[1,2]</sup>。

为了研究 CIMS 设计优化问题,在文献[3—5]的基础上,引用等效工作站模型,利用工件流平衡原理,在中途不丢失工件的前提下,分别对首站前和末站后有无缓冲区、中间缓冲库的容量大小、工作站是否可修和资源约束等条件不同的情况,进行了优化设计的研究,得出了精确的分析解。

## 2 串联可修 CIMS 的建模及分析

为了对 CIMS 进行优化设计作好准备,在文献[5]的基础上,利用等效工作站模型,推导出系统有效度表达式,作为优化设计的目标函数。

设有一  $n$  级工作站串联加工系统,如图 1 所示。

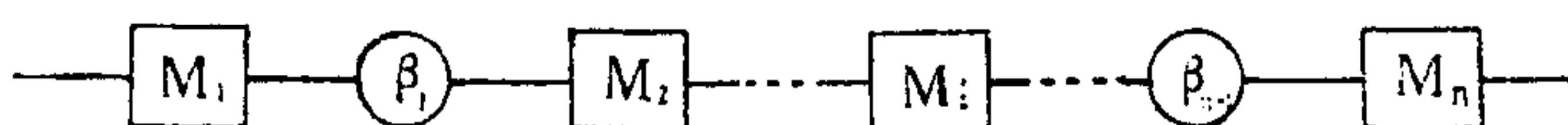


图 1 串联 CIMS 结构

\* 《自动化学报》第 21 卷第 3 期, 341—347 页。

其中  $M_i$  表示第  $i$  工作站,  $\beta_i$  表示第  $i$  缓冲库.

## 2.1 假设条件

下面提出 6 条假设作为后面建模、分析和设计的基础:

1) 工作站出现故障(包括缓冲库故障在内)得到及时修理, 修复后完全恢复正常功能, 工件加工时间、工作站故障时间和修复时间分别服从  $\omega_i$ ,  $\lambda_i$  和  $\mu_i$  的指数分布.

2) 工件存入到缓冲库中、或从库中取出的时间很短(相对加工时间而言)可以忽略不计.

3) 当某一缓冲库装满时, 则前一个工作站停车待命.

4) 当某一缓冲库全空时, 则后一个工作站停车待命.

5) 任一工作站在停车期间都不发生故障, 也不变坏.

6) 首站前和末站后可以有同等限量的缓冲区、或无限制(即首站不饥饿, 末站不阻塞).

## 2.2 缓冲库状态

根据文献[5]的分析, 从  $(K_i + 1)$  个缓冲库状态中提出下列四种状态, 作为建立等效工作站及分析之用.

$$\left. \begin{array}{l} \text{全空 } P_{0i} = \frac{1 - \rho_i}{1 - \rho_i^{K_i+1}}; \text{ 全满 } P_{K_i i} = \frac{\rho_i^{K_i} (1 - \rho_i)}{1 - \rho_i^{K_i+1}}; \\ \text{有库存 } P_{0i} = 1 - P_{0i} = \frac{\rho_i (1 - \rho_i^{K_i})}{1 - \rho_i^{K_i+1}}; \text{ 有空位 } P_{K_i i} = 1 - P_{K_i i} = \frac{1 - \rho_i^{K_i}}{1 - \rho_i^{K_i+1}}. \end{array} \right\} \quad (1)$$

其中  $K_i$  表示第  $i$  缓冲库的容量(包括工作站本身一个存贮单元在内),  $\rho_i = \omega_i / \omega_{i+1}$ . 第  $i$  缓冲库中平均存贮工件数为

$$M_{K_i} = \sum_{k_i=1}^{K_i} k_i P_{k_i} = \frac{\rho_i - (K_i + 1)\rho_i^{K_i+1} + K_i \rho_i^{K_i+2}}{1 - \rho_i - \rho_i^{K_i+1} + \rho_i^{K_i+2}}, k_i = 1, 2, \dots, K_i. \quad (2)$$

## 2.3 等效工作站模型与分析

等效工作站是指前面不缺料(即上游缓冲库有库存)、后面不阻塞(即下游缓冲库有空位)的工作站, 也就是将前后缓冲库对所夹工作站的影响考虑在一起所构成的工作站. 根据文献[4]的分析, 得等效工作站的可用度为

$$A_i = P'_{oi} = P_{0(i-1)} P_{K_i} P_{oi} = B_i P_{oi} \quad (\text{表示正常工作概率}), \quad (3)$$

其中  $B_i = P_{0(i-1)} P_{K_i}$  表示前后缓冲库相对工作站  $i$  的可用度;  $P_{oi}$  表示工作站的无故障率.

令  $P_{bi}$  表示工作站之故障停车修理概率, 于是有

$$P_{oi} + P_{bi} = 1. \quad (4)$$

根据假设条件(5), 可导出

$$\left. \begin{array}{l} P_{oi} = \frac{\mu_i}{\mu_i + \lambda_i B_i} \\ P_{bi} = \frac{\lambda_i B_i}{\mu_i + \lambda_i B_i} \end{array} \right\}. \quad (5)$$

第  $i$  等效工作站稳态生产率

$$W_i = A_i \omega_i = P_i \omega_i = \frac{\omega_i \mu_i B_i}{\mu_i + \lambda_i B_i} \text{ 件/小时.} \quad (6)$$

第  $i$  工作站额定(设计)生产率

$$\omega_i = \frac{W_i}{A_i} = \frac{W_i(\mu_i + \lambda_i B_i)}{\mu_i B_i}. \quad (6a)$$

每个工件在第  $i$  等效工作站中实际加工时间

$$T_{ii} = \frac{1}{\omega_i} = \frac{A_i}{W_i} = \frac{B_i P_{ai}}{W_i}. \quad (7)$$

第  $i$  等效工作站加工一个工件的平均时间

$$T_{qi} = \frac{1}{W_i}. \quad (8)$$

第  $i$  等效工作站的有效度

$$E_i = \frac{T_{ii}}{T_{qi}} = \frac{W_i}{\omega_i} = \frac{\mu_i B_i}{\mu_i + \lambda_i B_i} = A_i. \quad (9)$$

从上诸式可见, 单个等效工作站的有效度等于可用度.

## 2.4 串联等效生产线建模与分析

将  $n$  个等效工作站串联后, 则图 1 的串联生产线变成一个等效生产线, 如图 2 所示.

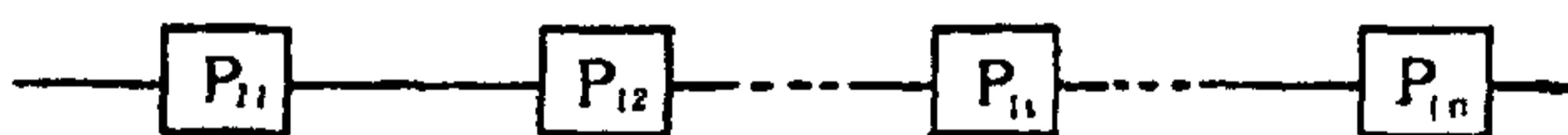


图 2 等效生产线

系统的有效度定义为: 系统在规定的条件下, 某一时刻处于相当全额生产状态的概率, 也可以说, 系统有效度为各个等效工作站有效度的平均值, 即

$$E_s = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i} / \sum_{i=1}^n \frac{1}{W_i} = \frac{W_s}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i. \quad (10)$$

上式是系统优化设计的主要目标函数.

## 3 串联 CIMS 的优化设计问题

在前面建模及分析的基础上, 可以探讨系统的优化设计. 首先根据工件流平衡的原理在生产线中不丢失工件的条件下进行一般优化设计; 其次是在资源约束的情况下, 求得优化目标函数的最大值, 即广义最优解.

关于不丢失工件的前提问题, 从控制角度讲, 当某一缓冲库满时, 则将上游工作站断电停车, 就可以实现(假设条件 3).

从经济设计及优化运行着想, 是要尽量避免各个工作站因阻塞或饥饿而停车, 利用工件流平衡原理, 从(6)式可得

$$W_s = W_i = E_i \omega_i = \frac{\omega_i \mu_i B_i}{\mu_i + \lambda_i B_i} = \frac{\omega_i}{\frac{1}{B_i} + \frac{\lambda_i}{\mu_i}} (i = 1, 2, \dots, n). \quad (11)$$

上式是生产线上不丢失工件的充要条件.

比较(10)和(11)式, 可见优化设计问题是要求解  $E_s$  或  $\sum_{i=1}^n E_i$  或  $\sum_{i=1}^n \frac{W_i}{\omega_i}$  的最大值.

### 3.1 一般优化设计问题

这是在给定缓冲库容量( $K_i$ )的情况下讨论优化设计问题, 现按首末站前后缓冲区的大小分别研讨.

1) 假定首站前和末站后均设有同样的缓冲区, 而且来料输入和成品输出也都是随机的. 公式(11)可以改写为

$$\begin{aligned} W_s &= W_1 = W_2 = \cdots = W_n = E_1 \omega_1 = \cdots = E_n \omega_n \\ &= \frac{\omega_1}{\frac{1}{B_1} + \frac{\lambda_1}{\mu_1}} = \frac{\omega_2}{\frac{1}{B_2} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}} = \cdots = \frac{\omega_n}{\frac{1}{B_n} + \frac{\lambda_n}{\mu_n}} \end{aligned} \quad (11a)$$

又

$$\rho_i = \frac{\omega_i}{\omega_{i+1}} = \frac{E_{i+1}}{E_i} = \left( \frac{1}{B_i} + \frac{\lambda_i}{\mu_i} \right) / \left( \frac{1}{B_{i+1}} + \frac{\lambda_{i+1}}{\mu_{i+1}} \right). \quad (12)$$

在给定  $K_i$  时, 可以得到如下最优解定理.

**定理 1.** 当给定系统生产率  $W_s = W_i$  及各级缓冲库容量  $K_i$  均相同时, 则在

$\rho_i = \rho_{i+1} = 1$  和  $\frac{\lambda_i}{\mu_i} = \frac{\lambda_{i+1}}{\mu_{i+1}}$  时, 系统有效度  $E_s$  达到最大值(即为理想的最优解).

证明.

由(1)式可以证明<sup>[4]</sup>, 当  $\rho_i = \rho_{i+1} = 1$  时, 则  $B_i = B_{i+1} = B = \left( \frac{K}{K+1} \right)^2$ , 同时  $B$  达到最大值(相对  $\rho_i = \rho_{i+1} \neq 1$  而言); 又从(12)式可见, 当  $\rho_i = \rho_{i+1} = 1$  和  $B_i = B_{i+1}$ , 则

$$\frac{\lambda_i}{\mu_i} = \frac{\lambda_{i+1}}{\mu_{i+1}}. \quad (13)$$

上式也是有最优解的必要条件. 再从(11)式可见, 在  $\omega_i$  和  $\frac{\lambda_i}{\mu_i}$  一定时, 当  $B_i$  达到最大值, 也就是  $E_i$  达到最大值, 依次  $E_s$  达到最大值(参见公式(10)), 即为最优解. 证毕.

2) 假定首站不缺料, 末站不阻塞, 则优化设计问题较为复杂.

这里除首末站外, 其余中间各站 [ $i = 2, 3, \dots, (n-1)$ ] 先按定理 1 的方法求解, 再从两端修正.

由于首站不饥饿, 则  $B_1 = P_{\overline{K}_1}$  和  $B_2 = P_{\overline{01}} P_{\overline{K}_2} = \rho_1 P_{\overline{K}_1} P_{\overline{K}_2} = \rho_1 P_{K_1} B_1$ ; 为了提高  $E_1$ , 应取  $\rho < 1$ , 即  $\omega_1 < \omega_2$ , 自然  $P_{K_1} < 1$ , ∴  $B_1 > B_2$ ; 又应取  $K_1 > K_2 = K$ , 于是可以计算出:

$$B_1 = P_{\overline{K}_1} = \frac{1 - \rho_1^{K_1}}{1 - \rho_i^{K_{i+1}}} \quad \text{和} \quad B_2 = P_{\overline{01}} P_{\overline{K}_2} = \rho_1 P_{\overline{K}_1} P_{\overline{K}_2},$$

$$E_1 = A_1 = \frac{1}{\frac{1}{B_1} + \frac{\lambda_1}{\mu_1}} = E_n = A_n \quad \text{和} \quad \omega_1 = \frac{W_s}{E_1} = \omega_n.$$

首站和末站是对称的, 又第  $i$  站和  $(n-i+1)$  站也应是对称的. 最后引用公式(10), 则得系

统次优解.

### 3.2 广义最优解

根据前面的模型及分析结果, 加大缓冲库容量  $K_i$  可以提高系统的生产率  $W_s$  和系统有效度  $E_s$ . 但  $K_i$  和  $W_s$  都受投资的约束, 不可以任意加大, 所以这是一个广义最优化问题.

引用公式(10)建立系统优化模型如下:

$$\max E_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{\omega_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i, \quad (14-1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^n (a_i w_i) + \sum_{i=1}^{n+1} (b_i K_i) \leq C. \quad (14-2)$$

其中  $C$  为系统总投资上限(包括工作站和缓冲库);  $a_i$  为第  $i$  工作站单位设计生产率的成本;  $b_i$  为第  $i$  缓冲库每个贮存单元的成本; (14-2)式中上标的“+”号指首站前和末站后有同样的缓冲区, “-”号指首站不缺料, 末站不阻塞.

按照定理 1, 当  $\rho_i = 1$  及  $K_i = K$  时, 则有<sup>[4]</sup>

$$B_i = B_1 = B_2 = \dots = B_n = \left( \frac{K}{K+1} \right)^2. \quad (15-1)$$

当资源耗尽时, 则(14-2)式取等号, 同时考虑  $a_i = a, b_i = b, \omega_i = \omega, K_i = K$ , 则有

$$K = \frac{C - na\omega}{(n \pm 1)b} = \frac{1}{(n \pm 1)b} \left[ C - na\omega \left( \frac{1}{B} + \frac{\lambda}{\mu} \right) \right]. \quad (15-2)$$

解(15-2)式, 得

$$B = \frac{1}{\frac{(n \pm 1)b}{na\omega} \left( \frac{C}{(n \pm 1)b} - K \right) - \frac{\lambda}{\mu}}. \quad (15-2a)$$

将(15-2a)式代入(15-1)式, 则可解得  $K$ . 此外  $K$  有三个根, 但  $K$  必须为正整数, 因此, 可以试取整数  $K$  代入求解, 不必再解三阶方程.

讨论.

(1) 如为不可修系统, 则令  $\mu = 0$ ; 如为可靠系统, 则令  $\lambda = 0$ ; 代入有关公式即可.

(2) 如为首站不饥饿, 末站不阻塞的情况, 除在上式  $(n \pm 1)$  中取负号外, 还须对首末两边站要进行特殊处理(见前).

## 4 计算实例(均以生产线中不丢失工件为前提)

例 1. 设有一五级串联可修 CIMS, 各级缓冲库容量皆相等(包括输入及输出库). 给定可靠性数据及系统生产率如表 1 所列.

试求在  $K$  一定的条件下, 分一般优化设计和广义优化设计, 以及首末站有无缓冲站等不同情况的解答:

1) 各级工作站的额定(设计)生产率  $\omega_i$ .

2) 系统最大的有效度  $E_s$  (即最优解), 答案见表 2 所示(详细计算见文献[3]).

表 1

	1	2	3	4	5	备注
$\lambda_i$	0.001	0.002	0.002	0.002	0.001	$n=5$
$\mu_i$	0.02	0.04	0.04	0.04	0.02	$W_s=10$ 件/小时
$\lambda_i / \mu_i$	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	

表 2

类别	生产线	$K_i$	$\omega_i$	$E_s$
一般优化设计	均匀生产线 $\rho_i = 1, B_i = \left( \frac{K_i}{K_i + 1} \right)^2$	试取 $K_i = 4$	Eq. (11a) 16.125001	Eq. (10) 0.625155 (最优解)
	首站不饥饿, 末站不阻塞	试取 $K_2 = K_3 = 4$ $K_1 = K_4 = 6$	$\omega_1 = 11.63420 = \omega_5$ $\omega_2 = 15.96417 = \omega_4$ $\omega_3 = 16.12500$	0.718406 (次优解)
广义优化设计	均匀生产线 $a_i = 6, b_i = 3$ $c = 505$	试取 $K_i = 5$	13.83333	0.722892 (最优解)
	首站不饥饿, 末站不阻塞 $a_i = 6, b_i = 3$ $c = 505$	试取 $K_2 = K_3 = 4$ $K_1 = K_4 = 6$	$\omega_1 = 11.01885 = \omega_5$ $\omega_2 = 12.55285 = \omega_4$ $\omega_3 = 12.60$	0.840397 (次优解)

## 5 结束语

本文在等效工作站的基础上, 并以中途不丢失工件为前提, 对串联 CIMS 优化设计问题, 进行深入细致地研究, 取得了一些可喜的成果, 可以直接应用于生产实际, 具体成果有以下七点:

1) 导出工件流平衡方程有最优解的必要条件为  $\rho_i = \omega_i / \omega_{i+1} = 1$  和

$$\frac{\lambda_i}{\mu_i} = \frac{\lambda_{i+1}}{\mu_{i+1}} \quad (i = 1, 2, \dots, n-1);$$

2) 讨论 CIMS 优化设计的趋势及途径, 定义了系统有效度 [公式 (10)];

3) 以系统有效度 (或生产率) 为目标函数, 导出最优解定理;

4) 在  $K_i$  一定时, 求得系统的一般最优解;

5) 在资源约束的情况下, 建立广义优化设计模型, 并求出最优解;

6) 举出一个实例, 阐明方法的应用;

7) 本文提出的优化设计方法, 可以推广应用于其他类似的系统 (如 IMS, DEDS 和 CPMS)。

## 参考文献

- 1 Kraemer S A, Love R F A model for optimizing the buffer inventory Storage size in a sequential production system. *AIEE Trans.*, 1970, 2(1): 64 — 69.
- 2 Anderson D R, et al. Optimal buffer storage capacity in production lines systems. *Int. J. Prod Res.*, 1968, 7(3).
- 3 疏松桂. 计算机综合制造系统(CIMS)可靠性及生产率的预计. 控制理论及其应用年会论文集, 西安: 1989 年.
- 4 疏松桂. 带有缓冲库的综合制造系统(CIMS)分析及其可靠性的研究. 自动化学报, 1992, 18(1): 15 — 22.
- 5 疏松桂. 控制系统可靠性分析与综合, 科学出版社, 1992 年.

## A STUDY FOR OPTIMIZING THE DESIGN OF A CIM SYSTEM WITH UNRELIABLE MACHINES AND FINITE BUFFERS

SHU Songgui

(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

**Abstract** On the basic of equivalent workstations, an optimal design of CIMS has been studied, the problem is analyzed in different cases. Such as with or without buffers before first and last stations, with or without constraints of resources, an example is given for illustrating the application of the proposed method.

**Key words** Computer integrated manufacturing system, discrete event dynamic system, intelligent manufacturing system, optimal design of system, system reliability.