计算机综合制造系统(CIMS)可靠性及生产率的预计*

疏松佳

(中国科学院自动化研究所, 北京 100080)

摘 要 本文根据 CIMS 结构的特点, 参照一般可修系统可靠性研究的成果. 提出了五条定理. 将系统可靠性网络分析法移植到 CIMS 系统避开了联上马氏过程状态转移的矩阵方程. 对任意高阶的串并联系统. 得到瞬态和静态解析解. 其结果又能返回应用到一般可修系统中.

关键词 可靠性, 大系统, 计算机控制

1 引言

计算机综合制造系统(CIMS)是由若干个工作站顺加工程序依次排列而组成的生产线. 各个工作站的设备则是按其加工的需要而配置的. 通常一个加工站进行一种类型的加工任务. 如切削、铣磨、钻孔等. 一般在生产过程中任何设备发生故障都是可以修理的, 并在维修过程中可以继续生产或减额生产, 尽量避免全面停工.

CIMS 生产线的可靠性预计比一般可修系统要复杂. 后者通常只须考虑正常与故障两种状态. 而 CIMS 则须根据多种不同的生产状态统计全部产量的大小. 因此, 定义以下几个名词, 以利 CIMS 生产线可靠性的研究.

定义 1 CIMS 的可用度. 这是指在规定的条件下和规定的时间内, CIMS 可以使用的概率. 它定义为

$$\text{可用度}A(t)=\frac{P(\text{运行})+\sum P(\text{减额})}{P(\text{运行})+\sum P(\text{减额})+\sum P(\text{运行})}=P(\text{运行})+P(\text{减额}) \tag{1a}$$

$$\text{不可用度}\qquad \overline{A}(t)=1-A(t)=\sum P(\text{停运}) \tag{1A}$$

定义 2 CIMS 的有效度: 这是指在规定的条件下和规定的时间内, CIMS 能够有效地完成额定功能的概率, 它定义为

$$\text{有效度}E(t)=\frac{P(\text{运行})+\sum P(\text{减额的有效部分})}{P(\text{运行})+\sum P(\text{减额})+\sum P(\text{停运})}=P(\text{运行})+\sum P(\text{减额的有效部分}) \tag{2}$$

$$\text{无效度}\qquad \overline{E}(t)=P(\text{停运})+\sum P(\text{减额的无效部分}) \tag{2a}$$

---

* 《控制系统及其应用年会论文集》 1989年11月, 西安

在以上定义中，P(运行)为 CIMS 生产线在正常状态下的运行概率；$\sum P$(停运)为 CIMS 生产线在故障状态下完全停止运行的概率；$\sum P$(减额)为 CIMS 生产线在部分设备故障状态下的减额运行的概率. 其中

$\sum P$(减额)$=\sum P$(减额的有效部分)$+\sum P$(减额的无效部分)

显然，P(运行)$+P$(减额)$+\sum P$(停运)$=1$

定义 3 CIMS 的有效生产率. 这是指在规定生产的时间内，平均每单位时间完成加工件的数量. 设 C 为 CIMS 完全正常时每小时完成加工件的总数(生产率)则

有效生产率 $$W(t)=CE(t) \tag{3}$$

本文专讨论直接串并联流水生产线的可靠性及生产率问题. 假定(1)各工作站中设备发生故障都得到及时修理；(2)各工作站之间不设缓冲库.

注本节提出的几个定义与文献[1]稍有不同.

2 简单串联流水加工线

设有 n 个不同型号加工工具机串联构成一条流水加工线. 各机的失效率和修复率分别为常数 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$ 和 $\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_n$. 各机之间不设缓冲库. 因此，任一机出现故障则全线停工，于是，只须配置一套修理工即可达到及时修理的目的. 这个串联加工线的状态转移图如图 1 所示。

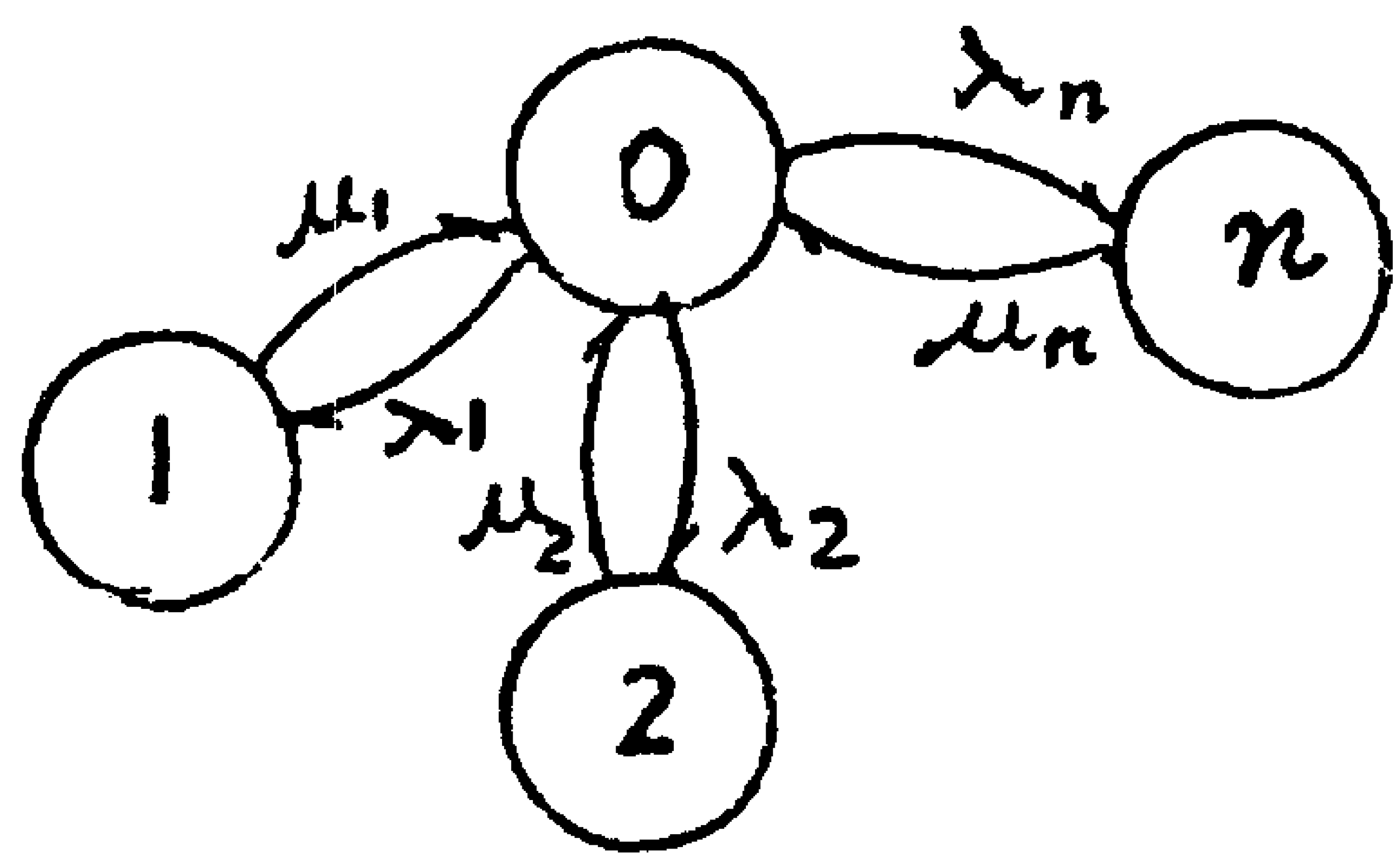

图 1 串联加工线状态转移图

0 状态，表示无故障

i 状态，第 i 个工具机故障

由图 1 可得系统的矩阵方程

$$\begin{bmatrix}\dot P_0(t)\\ \dot P_1(t)\\ \vdots\\ \dot P_n(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\Lambda & \mu_1 & \mu_2 & \cdots & \mu_n\\ \lambda_1 & -\mu_1 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & & & & \\ \lambda_n & 0 & 0 & \cdots & -\mu_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_0(t)\\ P_1(t)\\ \vdots\\ P_n(t)\end{bmatrix} \tag{4}$$

其中 $\Lambda=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$，$\sum_{i=0}^{n}P_i(t)=1$. (4a)

关于公式(4)解法分述如下:

2.1 近似降阶求解法

因各级工具机用一套修理工，可以取修复率的平均值，$\mu=(\mu_1+\mu_2+\cdots+\mu_n)n$ 代替各机的修复率 $\mu_i\ (i=1,\cdots,n)$，并令全线因故障而停工的概率为 $P_f(t)=P_1(t)+P_2(t)+\cdots+P_n(t)$ 代入(4)

$$\begin{bmatrix}\dot P_0(t)\\ \dot P_f(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\Lambda & \mu\\ \Lambda & -\mu\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_0(t)\\ P_f(t)\end{bmatrix} \tag{4b}$$

当给定起始条件 $P_0(0)=1$，$P_f(0)=0$，解(4b)得

$$P_0(t)=\frac{\mu}{\Lambda+\mu}+\frac{\Lambda}{\Lambda+\mu}\varphi^{-(\Lambda+\mu)t} \tag{5}$$

结果表明，整个串联系统近似等效于一个单机系统，由定义1和2，可知单机系统的系统可用度等于有效度，即

$$E_s(t)=A_s(t)=P_0(t)=\frac{\mu}{\Lambda+\mu}+\frac{\Lambda}{\Lambda+\mu}\varphi^{-(\Lambda+\mu)t} \tag{5a}$$

系统有效生产率
$$W_S(t)=CE(t)=C\left[\frac{\mu}{\Lambda+\mu}+\frac{\Lambda}{\Lambda+\mu}\varphi^{-(\Lambda+\mu)t}\right] \tag{6}$$

当$t\to\infty$，则得稳态解

$$E_s=A_s=\mu/(\Lambda+\mu)$$
$$W_s=C\mu/(\Lambda+\mu)$$

2.2 解析法

引用拉氏变换法对公式(4)可以求出瞬态解[2,3]，但计算过程较繁．这里探讨一种简单的新方法，可不直接求解(4)式．

首先对串联加工线提出两条定理，作为分析运算的基础．

定理1 在串联流水加工线中，系统的可用度等于系统的有效度．即

$$A_s(t)=E_s(t) \tag{7}$$

因为在串联系统中，任一串联机失效都导致系统故障，不存在减额运行状态，从公式(1)和(2)即得此定理．

定理2 在串联流水加工线中，系统的有效生产率等于各个串联加工机器中的最小者．即

$$W_s(t)=\min W_i(t) \qquad i=1,2,\cdots\cdots,n \tag{8}$$

证明 根据最弱环序理[2]，即得此结论．

定理3 在串联流水加工线中，系统的可用度等于各个串联环节可用度的乘积，即

$$A_s(t)=\prod_{i=1}^{n}A_i(t) \tag{9}$$

引用公式(5)和(7)，可得串联系统可用度

$$A_s(t)=\prod_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{1+\dfrac{\lambda_i}{\mu_i}}+\frac{\lambda_i/\mu_i}{1+\dfrac{\lambda_i}{\mu_i}}e^{-(\lambda_i+\mu_i)t}\right\} \tag{10}$$

因为在串联流水加工线中，任何一个环节出现故障则导致全线停工，所以不会有二个或多个环节同时故障，即λ_i/μ_i的高次项可忽略，于是(10)式为

$$A_s(t)=\frac{1}{1+\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\lambda_i}{\mu_i}}+\frac{1}{1+\sum\limits_{i\neq j}^{n}\dfrac{\lambda_i}{\mu_i}}+\sum_{j\neq i}^{n}\frac{\lambda_i/\mu_j}{1+\lambda_j/\mu_j}e^{-(\lambda_j+\mu_j)t} \tag{10a}$$

稳态解为
$$A_s=E_s=P_0=[1+\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i/\mu_i)]^{-1} \tag{10b}$$

此结果与文献[2,3]是一致的．稳态有效生产率

$$W_s = E_s \min_i C_i \tag{11}$$

例 1 设有两个不同型号工具机串联组成一条加工线, 求瞬时可用度.

解 令 $n=2$ 代入公式(10a), 得

$$A_s(t) = \frac{\mu_1\mu_2}{\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+\mu_1\mu_2} + \frac{\lambda_1\mu_2}{\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+\mu_1\mu_2}e^{-(\lambda_1+\mu_1)t} + \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+\mu_1\mu_2}e^{-(\lambda_2+\mu_2)t} \tag{10c}$$

稳态解 $A_s = \mu_1\mu_2/(\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+\mu_1\mu_2)$ (10d)

3 多台工具机并联的工作站

设有 m 台不同型号工具机并联组成一个工作站, 各机的失效率和修复率 λ_j, μ_j 都是半数 $(j=1,2,\cdots\cdots,m)$, 机器发生故障都得到及时修理.

根据系统可靠性理论, 在并联可修系统中, 我们仍然可以用可用度代替不可修系统中的可靠度进行分析运算, 得到下述定理.

定理 4 在 m 台工具机并联的工作站中, 工作站的不可用度等于各个并联工具机不可用度的乘积, 即

$$\overline{A}_s(t) = \prod_{i=1}^{m}[1-A_j(t)] = \prod_{i=1}^{m}\frac{\lambda_j}{\lambda_j+\mu_j}[1-e^{-(\lambda_j+\mu_j)t}]$$

可用度
$$A_s(t) = 1-\prod_{i=1}^{m}\frac{\lambda_j}{\lambda_j+\mu_j}[1-e^{-(\lambda_j+\mu_j)t}] \tag{12}$$

有效度
$$E_s(t) = W_s(t)/C_s = \sum_{i=1}^{m}[C_jA_j(t)]/\sum_{i=1}^{m}C_j \tag{13}$$

令 $t\to\infty$, 则得稳态解

$$A_s = 1-\prod_{i=1}^{m}\lambda_j/(\lambda_j+\mu_j) \tag{12a}$$

$$E_s = \sum_{i=1}^{m}C_jA_j/\sum_{i=1}^{m}C_j \tag{13a}$$

如果各个并联的工具机相同时, 则(12a), (13a)式分别化为

$$A_s = 1-[\lambda/(\lambda+\mu)]^m \tag{12b}$$

$$E_s = \mu/(\lambda+\mu) \tag{13b}$$

定理 5 在多台相同的工具机(或分系统)并联的工作站(或系统)中, 工作站(或系统)的有效度等于单机(或分系统)的有效度.

证明见公式(13b).

显然, 稳态有效生产率

$$W_s = E_s\sum_{i=1}^{m}C_j = E_sC_s \tag{14}$$

例 2 设有一个工作站由二个不同工具机并联组成. 二机的失效率、修复率和正常生产率分别为

$\lambda_1=0.0001$，$\lambda_2=0.0002$，$\mu_1=0.02$，$\mu_2=0.03$，$C_1=4$，$C_2=5$，求工作站的 A_s，E_s 及 W_s.

解

$$A_s=1-\prod_{i=1}^{2}\frac{\lambda_j}{\lambda_j+\mu_j}=1-\frac{0.0001\times0.0002}{(0.0001+0.02)(0.0002+0.03)}=0.9999671$$

$$E_s=\sum_{i=1}^{2}C_jA_j/\sum_{i=1}^{2}C_j=0.9941097$$

$$W_s=\sum_{i=1}^{2}C_jA_j=8.9469869$$

4 并-串联流水加工线

设有一个由 m 个相同的分系统并联组成的 CIMS 流水加工线，其中第 i 个分系统又由 n 个不同型工具机串联工作，如图 2 所示. 各机发生故障都要及时修理. 第 i 级工具机的失效率、修复率和正常生产率为 λ_i，μ_iC_i.

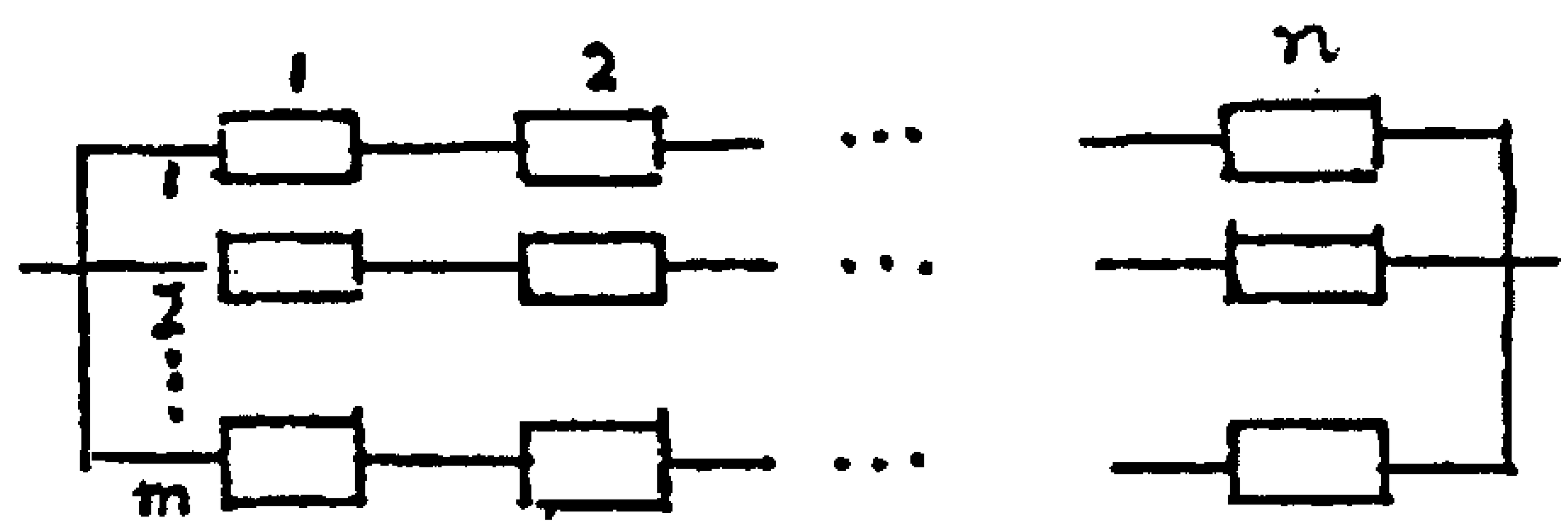

图 2 并-串联流水线

第 i 个分子系统是由 n 个环节串联而成的，引用定理 1,3 得分系统的稳态可用度及有效度均为

$$E_j=A_j=\prod_{i=1}^{n}A_i=\prod_{i=1}^{n}[\mu_i/(\lambda_i+\mu_i)]=[1+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i/\mu_i]^{-1} \tag{18}$$

再引用定理 4，得系统的稳态可用度

$$A_s=1-\overline{A_s}=1-(1-A_j)^m=1-\{1-[1+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i/\mu_i]^{-1}\}^m \tag{19}$$

又由定理 5，得稳态有效度为

$$E_s=A_j=[1+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i/\mu_i]^{-1} \tag{20}$$

系统的有效生产率为

$$W_s=C_sE_s=mC[1+\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i/\mu_i)]^{-1},\ C=\min C_i \tag{21}$$

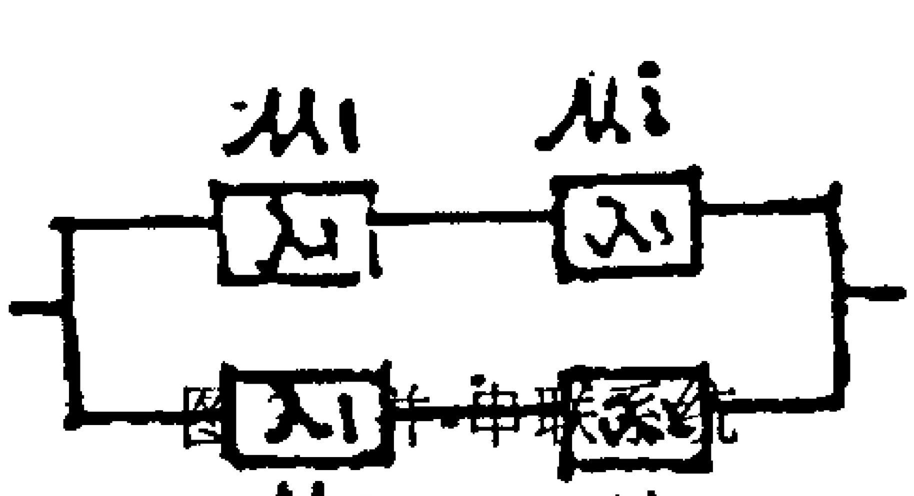

图 并-串联系统

例 3 设有两个相同的分系统并联工作，其中每个分系统又由二个工具机串联组成，如图 3 所示，求系统的稳态解.

给定 $\lambda_1=0.0001$，$\lambda_2=0.002$

$\mu_1=0.02$，$\mu_2=0.03$

$C_1=C_2=C=4$

解 利用公式(18)，得分系统的有效度为

$$E_1 = A_1 = \frac{\mu_1\mu_2}{\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1+\mu_1\mu_2} = \frac{0.02\times0.03}{0.0001\times0.03+0.0002\times0.02+0.02\times0.03} = 0.9884679$$

利用公式(19)，得稳定可用度

$$A_s = 1-(1-A_1)^2 = 1-(1-0.9884679)^2 = 0.999867$$

利用公式(20)，得系统的稳态有效度为

$$E_s = A_1 = 0.9884679$$

系统的有效生产率 $W_s = 2cE_s = 7.9077432$.

5 串-并联流水加工线

设有一个由 n 个不同工作站串联组成的流水加工线，其中第 i 个工作站又由 m_i 个同型工具机进行工作，如图 4 所示. 第 i 个工作站每机的生产率为 C_i(件/小时).

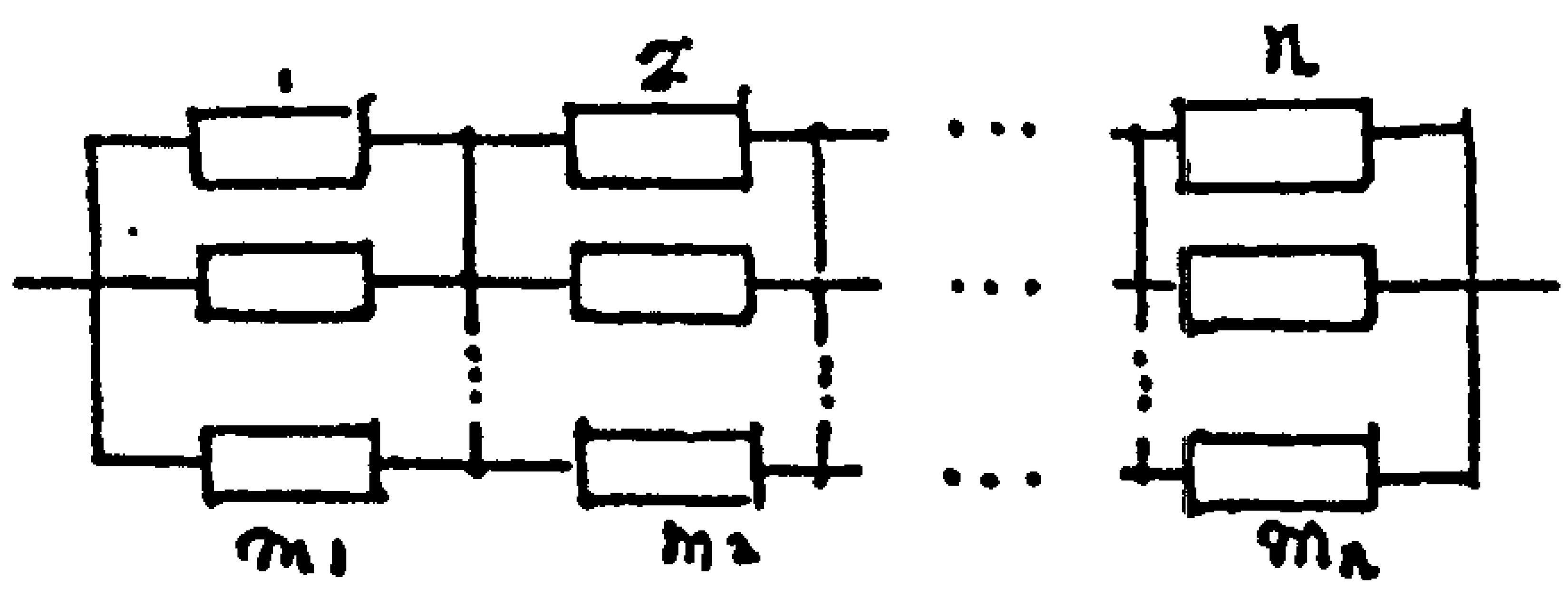

图 4 串-并联流水加工线

这种系统比较复杂，要有$[\sum_{i=1}^{n} m_i - n + 1]$套修理工才能保证满足及时修理的要求.

根据前面分析的结果，引用定理 4(公式 12)得第 i 级工作站的稳态可用度为

$$A_1 = 1-[\lambda_i/(\lambda_i+\mu_i)]^{m_i} \tag{22}$$

引用定理 5，得第 i 级工作站的稳态有效度为：$E_i = \mu_i/(\lambda_i+\mu_i)$

引用定理 3，得系统的稳态可用度

$$A_s = \prod_{i=1}^{n} A_i = \prod_{i=1}^{n} [1-\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i+\mu_i}\right)^{m_i}] \tag{23}$$

引用定理 1，得系统的稳态有效度

$$E_s = A_s = \prod_{i=1}^{n} [1-\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i+\mu_i}\right)^{m_i}] \tag{24}$$

引用定理 2，得系统的稳态生产率

$$W_s = C_sE_s = (\min_i C_i)E_s = \min(m_iC_i\prod_{i=1}^{n} [1-\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i+\mu_i}\right)^{m_i}] \tag{25}$$

由于串联系统中不会发生两个或多个串联级连续失效，所以上列各式在对 n 展开时，应忽略 λ_i 的高次项.

例 4 如将例 3 中的加工线连成串-并联系统如图 5 所示，数据目前，仍按故障即时修理(须有三套

修理工), 试求系统稳态可用度, 有效度和有效生产率.

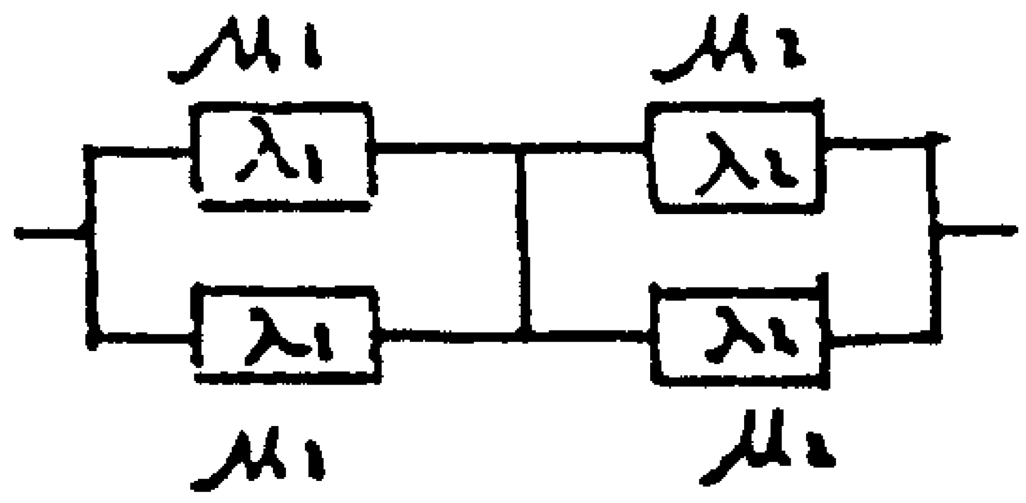

图 5 串-并联加工线

解 第一环节可用度

$$A_1 = 1-(\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1})^2 = [2\lambda_1\mu_1+\mu_1^2]/(\lambda_1+\mu_1)^2$$

第二环节可用度

$$A_2 = 1-(\frac{\lambda_2}{\lambda_2+\mu_2})^2 = [2\lambda_2\mu_2+\mu_2^2]/(\lambda_2+\mu_2)^2$$

系统可用度

$$A_s = A_1A_2 = \frac{[(\mu_1\mu_2)^2+2\mu_1\mu_2(\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1)+4\lambda_1\lambda_2\mu_1\mu_2}{\Delta}$$

其中 $\Delta=(\lambda_1+\mu_1)^2(\lambda_2+\mu_2)^2-(\lambda_1\lambda_2)^2=P_0+P_1+P_2$

$P_0=(\mu_1\mu_2)^2/\Delta$ 为系统正常工作概率(四机正常)

$P_1=2\mu_1\mu_2(\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1)/\Delta$ 为减半运行概率(任坏一机)

$P_2=4\lambda_1\lambda_2\mu_1\mu_2/\Delta$ 为减半运行概率(每环节坏一机)

系统稳态有效度为

$$E_s = P_0+\frac{1}{2}[P_1+P_2] = \frac{(\mu_1\mu_2)^2+\mu_1\mu_2(\lambda_1\mu_2+\lambda_2\mu_1)+2\lambda_1\lambda_2\mu_1\mu_2}{\Delta} \tag{27}$$

代入各参数值, 得

$\Delta=(0.0210\times0.0302)^2-(0.0001\times0.0002)^2=0.0000004$

$P_0=(0.02\times0.03)^2/\Delta=0.9770044$

$P_1=0.0227968$

$P_2=0.0001303$

系统可用度 $A_s=P_0+P_1+P_2=0.9999314$

系统有效度 $E_s=P_0+\frac{1}{2}[P_1+P_2]=0.9884679$

系统有效生产率 $W_s=mCE_s=7.9077432$ 件/时.

6 小结

CIMS 生产线存在有“减额运算”状态，而一般可修系统则无。因此，我们在此分别定义了可用度和有效度，以便分析可靠性和生产率问题。

本文对串联生产线提出三个定理，对并联生产线提出两个定理，将一般可修系统可靠性分析计算方法移植到 CIMS 中来，于是避免了求解马氏过程状态转移矩阵方程，直

接运用简单的代数方法推算出来. 并联系统的可用度、有效度和有效生产率等瞬时和稳态指标. 这种分析计算方法完全可以返回应用到一般可修系统中去, 还可以推广应用到非串、并联复杂系统的问题.

参 考 文 献

1 朱宗林等, CIMS 工作站加工能力可靠性研究, 控制理论与应用学术讨论会, 曲阜, 1988 年

2. 疏松桂, 《控制系统可靠性分析与综合》第 12 章, 科学出版社, 1989 年

3. 曹晋华, 程侃, 《可靠性数学引论》第 6 章, 科学出版社, 1986 年