研究简报

直接自适应控制律的输入/输出稳定性分析

王　玲[1]　　李建国[2]　　洪炳熔[1]　　韩志刚[3]
[1](哈尔滨工业大学计算机系　哈尔滨　150001)
[2](黑龙江省财税信息中心　哈尔滨　150001)
[3](黑龙江大学自动化系　哈尔滨　150080)
(E-mail: ljg163@public.hr.hl.cn　wl163@yahoo.com)

关键词　直接自适应控制，输入/输出稳定性，算子.

INPUT/OUTPUT STABILITY FOR DIRECT ADAPTIVE CONTROL

WANG Ling[1]　LI Jian-Guo[2]　HONG Bin-Rong[1]　HAN Zhi-Gang[3]
[1](*Department of Computer, Harbin Institute of Technology, Harbin*　150001)
[2](*Information Center of Heilongjiang Financial Department, Harbin*　150001)
[3](*Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin*　150080)
(E-mail: ljg163@public.hr.hl.cn　wl163@yahoo.com)

Key words　Direct adaptive control, input/output stability, operator.

1　引言

一般地说，在控制系统模型未知的情况下，已有的理论方法不可避免地存在建模这一关键棘手的问题. 本文基于小增益定理[1]，给出文献[2～4]中直接自适应控制律的输入/输出稳定性充分条件，该条件弱于文献[5]中的条件，更具实用性. 首先给出以下有关定义：

定义 1. 对于正数 $p\in[1,\infty)$，元素为可测函数 $f(\cdot)$，且满足 $\int_0^\infty |f(t)|^p\mathrm{d}t<\infty$ 的空间，称为 l_p 空间. 当函数 $f(t)\in l_p$ 时，$p\in[1,\infty)$ 有 $\lim\limits_{t\to\infty}\int_t^\infty |f(t)|^p\mathrm{d}t=0$. 但一般的控制系统，其中发生的过程未必都有这种渐近性质，控制的目的往往是使发散的过程变成收敛的过程，这样，不可能一开始假定系统中所有过程都属于 l_p，因此引入函数截取概念.

设 $x(t)$ 为可测函数，任意正数 $T\in[0,\infty)$，构造新函数 $x_T(t)=\begin{cases}x(t), & 0\leqslant t\leqslant T\\ 0, & t>T\end{cases}$，函数 $x_T(t)$ 称为函数 $x(t)$ 的 T 截取.

收稿日期　1999-03-29　　收修改稿日期　2000-10-20

定义 2. 满足 $f_T(\cdot)\in l_p$，$\forall\ T\in[0,\infty)$ 的可测函数集合记为 l_{pe}，称为 l_p 的扩展空间.

定义 3. 设 H 表示 $l_{pe}\to l_{pe}$ 的算子.

若算子 H 满足以下两个条件：

1) $Hf(t)\in l_p$，当 $f\in l_p$ 时；

2) 存在有限常数 k 与 b 使得 $\|Hf\|_p<k\|f\|_p+b$，$\forall\ f\in l_p$，则称算子 H 是 l_p 稳定的.

2　主要结果

这里仅考虑离散时间非线性系统 S，不失一般性，假定系统的时滞是 1，令 $y(k)$ 是动态系统 S 的输出，$u(k)$ 是动态系统 S 的输入，若 $y(k)$ 是 $u(k-1)$ 通过系统 S 而产生的，即

$$y(k)=S[u(k-1),Y_{k-1},U_{k-2}],\tag{1}$$

则称 $(u(k-1),y(k))$ 为被控系统 S 的一对输入/输出数据，其中 $Y_{k-1}=\{y(k-1),y(k-2),\cdots\}$，$U_{k-2}=\{u(k-2),u(k-3),\cdots\}$.

根据文献[2]，将系统(1)的动态线性化方程写为

$$y(k)-y(k-1)=\boldsymbol{\varphi}(k)^{\tau}[u(k-1)-u(k-2)],\tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{\varphi}(k)$ 包含非线性因素和随机干扰称为伪梯度向量.

设输出期望值为 y_0，则直接自适应控制律取为

$$u(k-1)=u(k-2)+\frac{\lambda\hat{\boldsymbol{\varphi}}(k)}{\|\hat{\boldsymbol{\varphi}}(k)\|^2}\{y_0-y(k-1)\},\tag{3}$$

其中 λ 为控制参数，$\hat{\boldsymbol{\varphi}}(k)$ 为 $\boldsymbol{\varphi}(k)$ 的估计向量. 对于 $\boldsymbol{\varphi}(k)$ 的估计，这里可采取最小二乘法.

对于系统 S，它的相邻时刻输入值之差序列为：$U=(\Delta u(1),\Delta u(2),\cdots,\Delta u(k),\cdots)^{\tau}$，相邻时刻输出值之差序列为：$Y=(\Delta y(1),\Delta y(2),\cdots,\Delta y(k),\cdots)^{\tau}$，则将系统(1)的动态线性化方程(2)写为：$Y=\phi\cdot U$，其中

$$\phi=\begin{bmatrix}\varphi(1)^{\tau} & \cdots & \cdots\\ 0 & \varphi(2)^{\tau} & \cdots\\ \cdots & \cdots & \cdots\end{bmatrix}.$$

找出满足以下条件的某一时刻 T_1，

$$\sup_{k\in[0,T_1]}\{\Delta y(k)\}<\infty\ 且\ \sup_{k\in[0,T_1]}\{\Delta u(k)\}<\infty,\tag{4}$$

对 Y,U 取截取函数

$$Y_{T_1}=\{\Delta y(1),\Delta y(2),\cdots,\Delta y(T_1)\}^{\tau},$$
$$U_{T_1}=\{\Delta u(1),\Delta u(2),\cdots,\Delta u(T_1)\}^{\tau},$$

即 $U_{T_1}\in l_\infty$，$Y_{T_1}\in l_\infty$，则 $Y\in l_{\infty e}$，$U\in l_{\infty e}$.

定义 4. 定义正向算子 $H:l_{\infty e}\to l_{\infty e}$，$Y=HU$.

同样对于方程(3)可以写成 $U=\phi^{*}Y'$，其中 U 定义同上为系统 S 相邻时刻输入值之差序列：$Y'=(\Delta y'(1),\Delta y'(2),\cdots,\Delta y'(k),\cdots)^{\tau}$，$\Delta y'(k)$ 为输出期望值与 $k-1$ 时刻输出值之差，

$$\phi^{*}=\begin{bmatrix}\dfrac{\hat{\varphi}(1)}{\|\hat{\varphi}(1)\|^2} & 0 & \cdots\\ 0 & \dfrac{\hat{\varphi}(2)}{\|\hat{\varphi}(2)\|^2} & \cdots\\ \cdots & \cdots & \cdots\end{bmatrix}*\lambda.$$

找出满足下列条件的另一时刻 T_2，

$$\sup_{k\in[0,T_2]}\{\Delta u(k)\}<\infty \text{ 且 } \sup_{k\in[0,T_2]}\{\Delta y(k)\}<\infty, \tag{5}$$

对 U,Y' 取截取函数

$$U_{T_2}=\{\Delta u(1),\Delta u(2),\cdots,\Delta u(T_2)\}^{\tau},$$

$$Y'_{T_2}=(\Delta y'(1),\Delta y'(2),\cdots,\Delta y'(T_2))^{\tau},$$

即 $Y'_{T_2}\in l_\infty$，$U_{T_2}\in l_\infty$，则 $U\in l_{\infty e}$，$Y'\in l_{\infty e}$.

定义 5. 定义逆向算子 $H^*:l_{\infty e}\rightarrow l_{\infty e}, U=H^*Y'$.

推论 1. H 是 l_∞ 稳定的.

推论 2. H^* 是 l_∞ 稳定的.

定理 1. 对于非线性系统 $S(1)$，其动态线性化方程为(2)，选取直接自适应控制律(3)，如果存在正数 λ，使得对 $\forall\ \varepsilon>0$，满足

$$\max_i\{|\varphi(i)|\}\cdot\frac{\lambda}{\varepsilon}<1, \tag{6}$$

则闭环非线性系统 $S(1)$，(2)，(3)具有输入/输出稳定性.

证明. 闭环反馈系统的方程式为 $\begin{cases}Y=f(\cdot U\cdot)=HU\\U=H^*Y'\end{cases}$，根据小增益定理，若 $\|H\|\cdot\|H^*\|<1$，那么系统 S 是输入/输出稳定的. 即

$$\max_i\{|\varphi(i)|\}\max\left\{\left|\frac{\hat{\varphi}(i)}{\|\hat{\varphi}(i)\|^2}\cdot\lambda\right|\right\}<1,\ i=1,\cdots,\infty. \tag{7}$$

假定 $\hat{\varphi}(i)>\varepsilon$，$\max_i\{|\varphi(i)|\}\cdot\frac{\lambda}{\varepsilon}<1$，$i=1,\cdots,\infty$，因此，当 $\|H\|\cdot\frac{\lambda}{\varepsilon}<1$，系统 S 是输入/输出稳定的.

注. 该稳定性的判据条件具有较强的保守性，为减少保守性，可采取回路变换的方法.

参 考 文 献

1 高为炳. 非线性系统导论. 北京：科学出版社，1988

2 韩志刚. 非线性自适应控制系统设计的一种方法. 控制与决策，1990，**5**(1)：39～45

3 韩志刚. 同参数对偶的自适应控制算法. 控制理论与应用，1992，**9**(6)：374～479

4 韩志刚. 自适应控制系统设计的参数辨识途径. 自动化学报，1992，**18**(4)：251～257

5 王玲，韩志刚. 一类随机系统的输出跟踪. 自动化学报，1998，**24**(5)：657～661

王 玲 1999 年毕业于东北大学，获得博士学位，现在哈尔滨工业大学计算机科学与技术博士后站工作. 研究领域为自适应控制、空间机器人等.

李建国 1995 年毕业于黑龙江大学，获硕士学位，现在黑龙江省财税信息中心工作. 研究领域为计算机网络等.

洪炳熔 博士生导师，哈尔滨工业大学计算机系智能控制教研室主任. 研究领域为空间机器人、虚拟现实、机器人足球等.

韩志刚 博士生导师，黑龙江大学自动化系教授. 研究领域为无模型控制、非线性系统等.