



与“观测器型 H_∞ 控制器设计的 LMI 方法”一文商榷¹⁾

曾建平 程鹏

(北京航空航天大学自动控制系 北京 100083)

1 引言

基于 2-Riccati 方程的 DGKF 方法和基于 LMI 的方法,是目前 H_∞ 控制器综合的主要方法. 与早期解法(如“1984 年”方法)相比,这两种方法极大地简化了 H_∞ 控制器的结构以及控制器的设计. 但相对于不含外部扰动的确定性线性系统设计相比, H_∞ 控制器的设计仍然显得烦琐. 文献[1]基于观测器设计方法,试图简化 H_∞ 控制器设计的思路是有意义的. 然而文献[1]主要结果的证明有误,导致其基本结论不能成立. 以下讨论均采用文献[1]的记号与假定.

2 问题及修改

文献[1]的主要结论定理 1 不能成立. 实际上,仅有(4) \Rightarrow (5)(和(4) \Rightarrow (6)),相反的命题

不成立,原因是采用非方矩阵 $\begin{bmatrix} I & -P_{12}P_{22}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$ 对式(4)进行合同变换所致. 例如显然

有 $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & u \\ 0 & 1 & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & u \\ 0 & 1 & v \end{bmatrix}^T < 0$, 其中 u, v 为任意常数,但

$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 是一个不定矩阵.

另外,式(7)是不能成立的(一个必要条件是 $R < 0, S < 0$). 即使 $Q_{21}(P_{12})$ 非奇异(尚不一定,例如 P 可以是块对角的,即 $P_{12} = 0$ ($Q_{21} = 0$)),因为不能保证 $I - RS$ 的对称性,故由 $I - RS = RQ_{21}^T Q_{22}^{-1} Q_{21}$ 不能保证 $I - RS > 0$.

但 $S - Q_{11} = S - R^{-1} = -Q_{21}^T Q_{22}^{-1} Q_{21} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} R^{-1} & I \\ I & S^{-1} \end{bmatrix} \geq 0$, 故将式(7)修改为

1) 山西省青年基金(19991018)资助项目.

$\begin{bmatrix} R^{-1} & I \\ I & S^{-1} \end{bmatrix} \geq 0$ 后, 则式(5), (6), (7)是式(4)成立的必要条件. 由推论 1, 式(6), (7)分别等价于式(9), (10); 则式(9), (10), (7)可以看成是以 R^{-1} , S^{-1} 为矩阵变量的 LMIs, 这 3LMIs 可用凸优化算法来求解. 然而, 它只是 H_∞ 控制问题可解的一个必要条件, 文献[1]没有证明该条件的充分性. 即使按文献[1]方法构造出控制器, 还需要验证这是一个 H_∞ 控制器.

3 结语

近年来, LMI 方法被广泛用于解决各种控制问题. 基于 LMI 方法推证控制器设计方法的通常思路是将控制器参数集中在一个矩阵变量中, 利用有界实引理将控制问题转化矩阵不等式(通常是二次的), 然后利用文献[1]中的引理 1, 将矩阵不等式转化为一组 LMIs. 文献[1]所选的两个控制器参数难于集中到一个矩阵变量中, 据有界实引理导致的具有较多耦合的矩阵不等式(4), 推证基于 LMI 的 H_∞ 控制器设计方法可能当另辟途径.

有学者研究了观测器型 H_∞ 控制器设计问题, Stoovogel 等^[2]给出基于 Riccati 方程的设计方法; Yu 和 Hsu 等将基于观测器的 H_∞ 控制器设计转化为出 Riccati 不等式的可解性问题^[3,4], 给出了观测器型 H_∞ 控制器设计的一个充分条件. 但基于 LMI 的观测器型 H_∞ 控制器设计的充要条件尚未见到, 这可能是由于 H_∞ 控制问题不满足分离原理的本质, 导致了观测器类型 H_∞ 控制器设计的困难.

参 考 文 献

- 1 席斌, 吴铁军. 观测器型 H_∞ 控制器设计的 LMI 方法. 自动化学报, 1999, **25**(4):509~512
- 2 Stoovogel A A, Saberi A, Chen B M. A reduced-order observer based control design for H_∞ -optimization. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1994, **39**(2):355~360
- 3 Yu X, Hsu C S. Luenberger observer-based H_∞ -compensator design for nonstandard problems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1996, **41**(9):1364~1367
- 4 Hsu C S, Yu X, Yeh H H, Banda S S. H_∞ compensator design with minimal order observers. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1994, **39**(8):1679~1681

曾建平, 程 鹏 见本刊 2000 年 26 卷第 5 期 716 页.